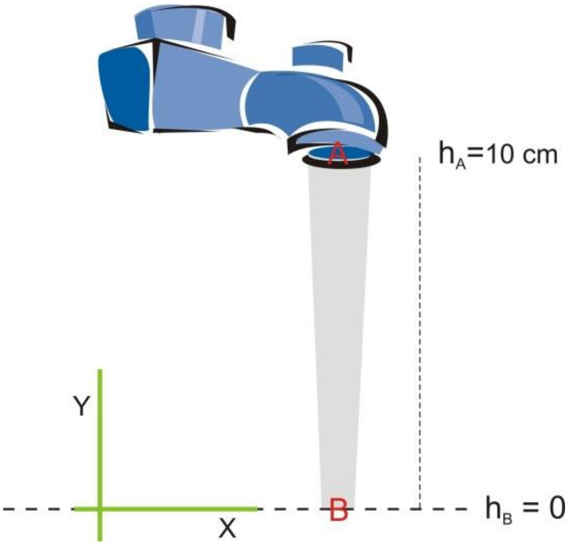
El chorro de salida de agua de un grifo tiene una sección circular de 2,6 cm^2 y una velocidad de 2 m/s. Determinad su sección cuando haya descendido 10 cm.

La disminución de la sección transversal que experimenta un chorro de agua o cualquier otro líquido mientras cae, es un hecho experimental que se puede constatar fácilmente, tal y como se muestra en la foto adjunta, tomada en una pila de lavar casera.

(Foto original de los autores)

En el ejercicio se nos pide qué valor tendrá la sección del chorro a una distancia dada por debajo de la boca de salida del grifo. *¿Cómo podríamos hacerlo?*

En el esquema siguiente, se ha representado la situación descrita en el enunciado, junto con el sistema de referencia a utilizar. El punto A corresponde a la boca del grifo y el B al punto en el cual queremos determinar el valor de la sección del chorro. Para simplificar, situaremos el origen de alturas (que serán todas sobre el eje Y) en ese punto B.



Podemos comenzar emitiendo alguna hipótesis acerca de las variables de las que dependerá la sección pedida S_B. Parece evidente que dicha sección (a igualdad de los restantes factores), será tanto mayor cuanto mayor sea la sección, S_A, de la columna de agua en la salida del grifo, y tanto menor, en cambio, cuanto mayor sea la altura de dicha columna, h_A. En cuanto a la influencia de la gravedad, cabe esperar que, si el valor de g aumentase, S_B disminuiría, ya que (siempre a igualdad de los restantes factores), una gravedad mayor haría que v_B aumentase y, de acuerdo con la ecuación de continuidad ($S_A \cdot v_A = S_B \cdot v_B$), si v_B aumenta, S_B deberá disminuir.

En resumen:

$$S_B = f(S_A, h_A, g)$$

Debiendo ser S_B mayor, cuanto mayor sea S_A , menor sea h_A y menor sea g

A partir de aquí, una posible estrategia para resolver este ejercicio (y muchos otros de hidrodinámica), es considerar qué es lo que permanece constante cuando se pasa de un punto A de la conducción a otro punto posterior B.

Sabemos por la Ecuación de Continuidad, que el caudal de agua (volumen que atraviesa una sección dada por unidad de tiempo), es el mismo en A que en B y que dicho caudal se puede expresar como el producto de la sección considerada por la rapidez del líquido que la atraviesa. En este caso, será:

$$S_A \cdot v_A = S_B \cdot v_B \quad (1)$$

Si conociésemos la rapidez v_B, bastaría despejar S_B de la ecuación anterior y operar, para obtener el resultado que buscamos. No obstante, la rapidez del agua v_B no es un dato del enunciado, por lo que hemos de pensar en alguna forma de determinarla:

Si aplicamos la Ecuación de Bernoulli a los puntos A y B:

$$P_A + \frac{1}{2}\rho \cdot v_A^2 + \rho \cdot g \cdot h_A = P_B + \frac{1}{2}\rho \cdot v_B^2 + \rho \cdot g \cdot h_B$$

Y como: $P_A = P_B = P_{atm}$, y $h_B = 0$, sustituyendo:

$$\frac{1}{2}\rho \cdot v_A^2 + \rho \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2}\rho \cdot v_B^2$$

Despejando ahora v_B, obtenemos:

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gh_A} \quad (2)$$

Conviene darse cuenta de que la rapidez obtenida para el punto B, coincide con la que correspondería a la caída de cualquier objeto lanzado desde el punto A (dirección vertical y hacia abajo) con cierta rapidez, lo cual es lógico, puesto que la Ecuación de Bernoulli se deduce aplicando el principio de conservación de la energía mecánica a una determinada masa de fluido y, en este caso, al ser $P_A = P_B = P_{atm}$, los trabajos del resto de fluido (ved problema anterior) son iguales y de signo opuesto. Por tanto, el único efecto sobre la velocidad, será el de la fuerza gravitatoria.

Sustituyendo la expresión (2) en (1):

$$S_A \cdot v_A = S_B \cdot \sqrt{v_A^2 + 2gh_A}$$

De donde, tras despejar S_B y simplificar, obtenemos finalmente:

$$S_B = \frac{S_A}{\sqrt{1 + \frac{2 \cdot g \cdot h_A}{v_A^2}}}$$

Y sustituyendo los valores numéricos: S_B = 2,6·10^{-4}/1,22 = 2,13 ·10^{-4} m^2 = 2,13 cm^2

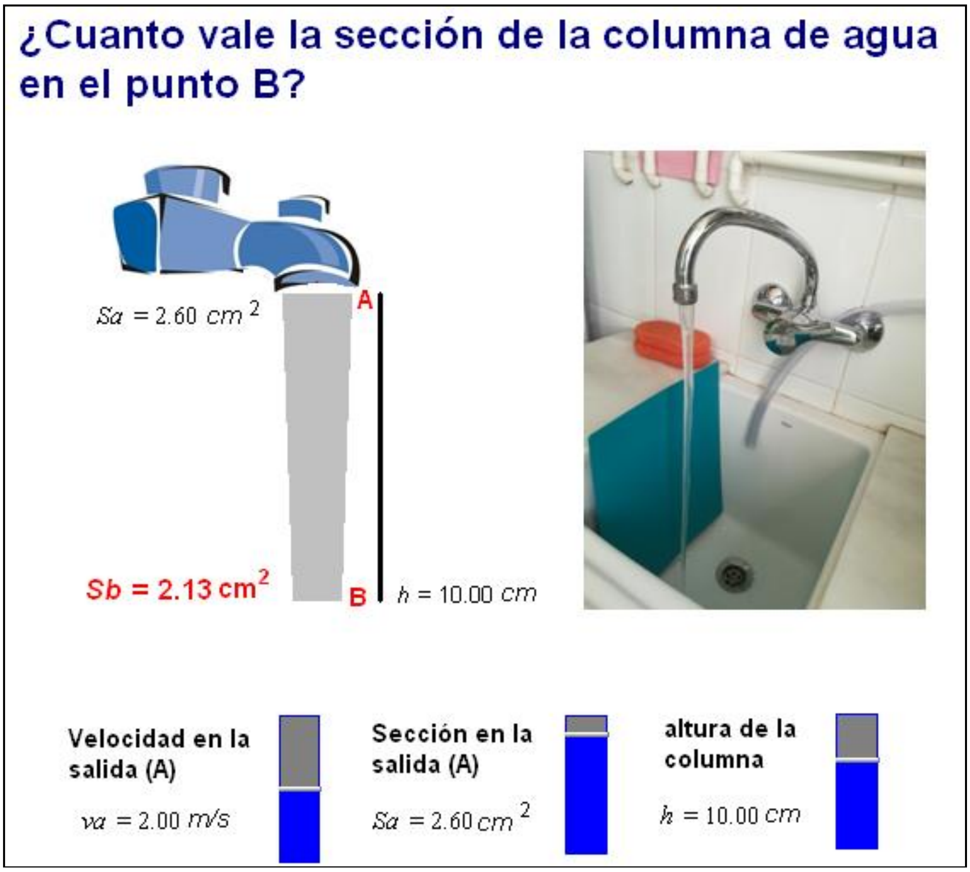
Si analizamos el resultado literal obtenido, vemos que, además de ser dimensionalmente homogéneo (L^2 en ambos lados de la ecuación), contempla las hipótesis que habíamos planteado al comienzo. Concretamente, a igualdad de los restantes factores:

S_B será tanto menor, cuanto mayor sea la altura h_A de la columna de agua considerada, cuanto menor sea la sección S_A del chorro justo a la salida del grifo (tal y como se puede comprobar experimentalmente) y cuanto mayor fuese el valor de la gravedad "g". Además, se cumplen las condiciones límite de que si $h_A = 0$, o si $g = 0$, entonces se obtiene $S_B = S_A$.

Finalmente, si nos fijamos en el valor numérico del resultado (algo que conviene hacer siempre), vemos que este es razonable y que ha disminuido respecto del que tenía a la salida del grifo (si hubiese dado mayor, sería indicativo de que se ha cometido algún error).

Además de resolver el problema usando lápiz y papel, los alumnos pueden reforzar los conocimientos tratados, mediante una animación interactiva *Modellus*, que hemos elaborado, en la que se visualiza la situación y se calcula la magnitud buscada, S_B. En la pantalla de dicha animación hemos colocado tres cursores manuales con los que los estudiantes pueden modificar otros tantos parámetros (concretamente: v_A, S_A, h) y ver cómo afectan esas modificaciones al resultado cuantitativo y al aspecto visual de la columna de agua.

La figura adjunta muestra el resultado en la animación cuando los valores de las magnitudes coinciden con los que hemos utilizado aquí



La animación y el programa necesario para hacerla correr están disponibles en la Web de Materiales para la Enseñanza y la Divulgación de la Física de la Sección Local de Alicante de la RSEF http://rsefalicante.umh.es/fisica.htm