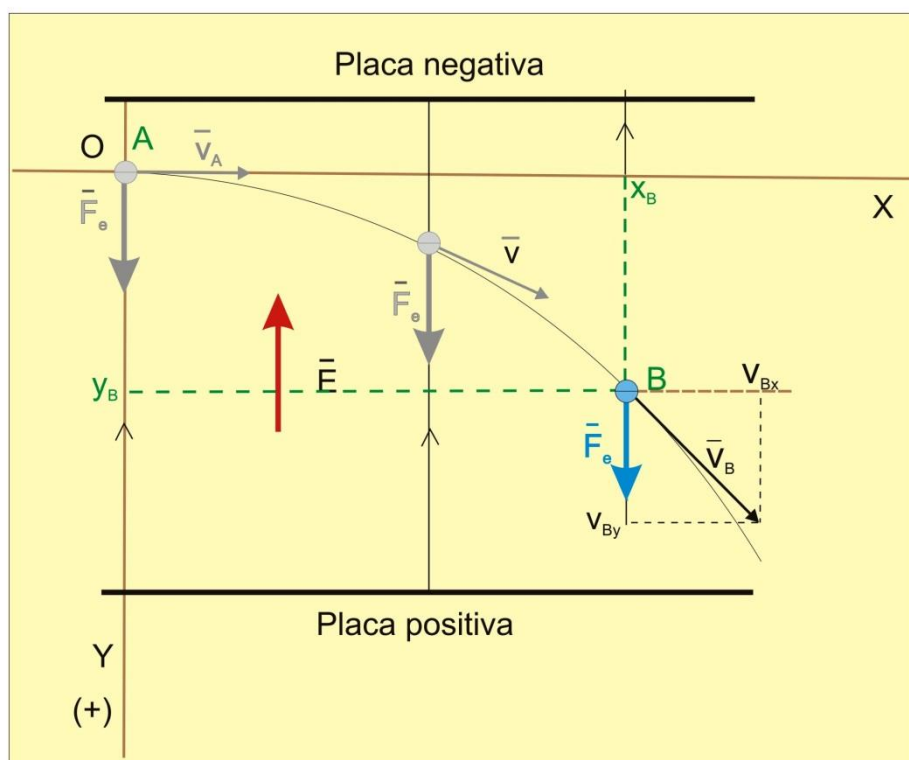


29. Un haz de electrones penetra en el espacio comprendido entre las placas de un condensador plano paralelamente a éstas y con una rapidez $v_0 = 10^5$ m/s. Sabiendo que el módulo de la intensidad del campo eléctrico entre ambas placas vale $E = 0'02$ N/C. Calculad la desviación sufrida por el haz para un desplazamiento horizontal de 50 cm.

Datos: masa del electrón $m_e = 9'1 \cdot 10^{-31}$ kg, carga del electrón $q_e = 1'6 \cdot 10^{-19}$ C

Igual que en el problema anterior podemos despreciar la intervención del campo gravitatorio, con lo que el campo eléctrico se orienta verticalmente y la trayectoria del electrón será igualmente una trayectoria parabólica. La magnitud que buscamos ahora es el desplazamiento vertical, y_B , que realiza el electrón desde que entra en el espacio comprendido entre las placas (punto A) hasta que se haya desplazado horizontalmente 50 cm por el interior del condensador (punto B).

Para representar la situación, utilizaremos un esquema similar al del problema anterior, con el mismo sistema de referencia.



Formulad hipótesis acerca de los factores de los que dependerá el desplazamiento vertical y_B .

Cabe esperar que y_B dependa de las mismas variables de las que dependía el ángulo buscado en el problema anterior, y que, cualitativamente, lo haga también en términos similares:

$$y_B = f(m, q, E, v, L)$$

En la expresión anterior, m es la masa del electrón, q su carga, E el módulo de la intensidad del campo eléctrico entre las placas y L el desplazamiento horizontal experimentado por el electrón desde que entra hasta que sale.

Respecto a cómo influirá cada variable, cabe esperar que, cuanto mayores sean, E , q y L , y cuanto menores sean v_0 y m , mayor deberá ser (en valor absoluto) el desplazamiento vertical de la partícula (dado por y_B), que estamos buscando. (Como siempre, hay que insistir en que cuando se analiza la influencia de cada variable por separado, se hace suponiendo todas las demás constantes).

¿Cómo podemos obtener y_B ?

Procederemos igual que en el problema anterior y después de obtener las ecuaciones del movimiento, exigiremos que sea $x = x_B = L$, para obtener el instante, t^* , en que la partícula sale del condensador por el punto B. A diferencia del problema anterior, ahora deberemos sustituir dicho tiempo en la ecuación de la expresión de la componente vertical (y) del vector de posición con lo que se cumplirá que $y = y_B$.

Proceded a resolver el problema siguiendo la estrategia recién expresada

La aceleración de dicha partícula es:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{res}}}{m} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{(0, qE)}{m} = \left(0, \frac{q \cdot E}{m}\right)$$

Integrando con respecto al tiempo, t (teniendo en cuenta que para $t = 0$, las componentes de la velocidad son $v_x = v_0$ y $v_y = 0$) tenemos la velocidad de la partícula a lo largo del trayecto que realiza entre las dos placas:

$$\vec{v} = \left(v_0, \frac{q \cdot E}{m} t\right)$$

Volviendo a integrar (teniendo ahora en cuenta que para $t = t_0 = 0$, $x = x_0 = 0$ e $y = y_0 = 0$), obtenemos el vector de posición de la partícula en cualquier instante t de su movimiento entre las placas:

$$\vec{r} = \left(v_0 \cdot t, \frac{q \cdot E}{2 \cdot m} t^2\right)$$

El instante, t , en el que la partícula llega al punto B, se cumple que $x = x_B = L$, es decir:

$$L = v_0 \cdot t \rightarrow t = L/v_0$$

Sustituyendo t en la ecuación de la componente vertical de la posición, obtenemos:

$$y_B = \frac{q \cdot E \cdot L^2}{2 \cdot m \cdot v_0^2}$$

Analizad el resultado y obtened el valor de la desviación para el caso concreto planteado.

Vemos, en primer lugar, que el resultado es dimensionalmente homogéneo. En segundo lugar, podemos comprobar que se cumplen todas las hipótesis que habíamos formulado,

resultando que la desviación es proporcional a las magnitudes q y E (e inversamente proporcional a m), pero es proporcional al cuadrado de L (e inversamente proporcional al cuadrado de v_0). Es decir, una variación de cualquiera de estos dos últimos parámetros, implica una variación mucho mayor en la desviación de la partícula electrón.

En el caso concreto que se plantea:

$$E = 0.02 \text{ N/C}, v_0 = 10^5 \text{ m/s}, L = 50 \text{ cm} = 0.5\text{m}, m = m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, q = q_e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Con lo que resulta:

$$y = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.02 \cdot 0.5^2}{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^5)^2} = 0.043956\text{m} = 43.96\text{mm}$$

Es decir, en este caso, la desviación resulta ser de 43.96 mm por debajo de la altura inicial a la que el electrón penetra en el condensador.

Se pueden probar todas las hipótesis y analizar los resultados de este y del anterior problema, con una animación informática *Modellus*, que está disponible en la página “Web de Materiales para la Enseñanza y la Divulgación de la Física”, de la Sección Local de Alicante de la RSEF. <http://rsefalicante.umh.es/fisica.htm>

Aunque de entrada la animación resuelve el problema suponiendo que la partícula es un electrón, se permite que el usuario modifique, si lo desea, tanto la masa, como la carga (incluido su signo) para así probar qué ocurriría con cualquier otra partícula (real o hipotética).

