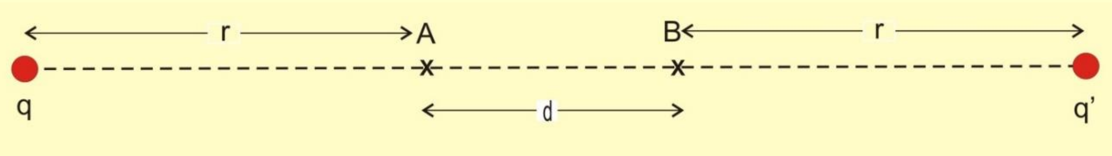
19. Para la distribución de cargas puntuales de la figura siguiente, se pide:



a) Razonad previamente (sin ningún tipo de cálculo) qué debería valer $V_A - V_B$ cuando, a igualdad de los restantes factores, se cumplan las siguientes situaciones particulares:

1) $q = q'$
2) $d = 0$
3) $r = 0$

b) Obtened la expresión de $V_A - V_B$ para la situación expuesta en la figura y analizadla comprobando si se contemplan o no en ella todas las predicciones anteriores

Se plantea aquí un ejercicio para manejar el concepto de potencial eléctrico. Se trata de un sistema formado por dos objetos con cargas del mismo signo y que se pueden considerar como puntuales.

Planteamiento cualitativo y emisión de hipótesis

Sabemos que el potencial eléctrico en el punto A, será la suma de las contribuciones de *q* y de *q'*, y lo mismo ocurrirá en el punto B.

También sabemos que el potencial en un punto cualquiera del campo eléctrico generado por una carga puntual *Q*, viene dado por la expresión:

$$V = K \cdot \frac{Q}{r}$$

Siendo *r* la distancia de la carga *Q* a dicho punto.

El ejercicio está planteado para favorecer la reflexión previa elaborando hipótesis fundadas acerca de la influencia de cada uno de los casos planteados. Después, una vez obtenido el resultado, es cuando se puede analizar y comprobar si en él se contemplan o no dichas hipótesis.

Basándonos en la simetría que presenta la situación propuesta, cabe esperar que, si las cargas *q* y *q'* fuesen iguales, manteniendo el resto de factores (*d* y *r*) constantes, V_A y V_B deberían valer lo mismo y, por tanto, se cumpliría que $V_A - V_B = 0$.

En cuanto a la influencia de la distancia d, si nos imaginamos que dicha distancia va disminuyendo (sin que cambien *q*, *q'* ni *r*), vemos que A y B se van aproximando, de forma que conforme *d* se acerque a 0, también se irá acercando a 0 la diferencia V_A-V_B.

Cuando, finalmente se cumpla $d = 0$, A y B coincidirán en un mismo punto del campo eléctrico y, por tanto, en ese caso, carecerá de sentido hablar de diferencia de potencial.

Finalmente, si $r = 0$, nos encontramos con una situación particular, en la que la carga q estará en A y la carga q' en B. En dicha situación, dado que las cargas se consideran como puntuales, el potencial en A será únicamente el debido a q' y, análogamente, el potencial en B se deberá únicamente a q. Por tanto, en este caso:

$$V_A - V_B = K \cdot \frac{q'}{d} - K \cdot \frac{q}{d} = K \cdot \left(\frac{q' - q}{d} \right) \quad (1)$$

Resolución

A continuación, obtendremos la expresión general $V_A - V_B$ para la situación planteada en la figura. Para ello, deberemos sumar primero las contribuciones de cada carga al potencial eléctrico en cada uno de los puntos:

Potencial eléctrico en A: $V_A = K \cdot \frac{q}{r} + K \cdot \frac{q'}{(r+d)}$ (3)

Potencial eléctrico en B: $V_B = K \cdot \frac{q'}{r} + K \cdot \frac{q}{(r+d)}$ (4)

Diferencia de potencial: $V_A - V_B = K \cdot \frac{q}{r} + K \cdot \frac{q'}{(r+d)} - K \cdot \frac{q'}{r} - K \cdot \frac{q}{(r+d)}$

Que podemos escribir finalmente como:

$$V_A - V_B = K \cdot (q - q') \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+d} \right) \quad (5)$$

Análisis del resultado

Si en el resultado anterior, hacemos $q = q'$ (manteniendo lo demás constante), comprobamos que, tal y como habíamos pensado, se cumple que $V_A - V_B = 0$.

Si hacemos que d disminuya (manteniendo cargas y r constantes), la resta de las dos fracciones situadas dentro del paréntesis disminuirá, con lo que $V_A - V_B$, también lo hará. Y si hacemos $d = 0$, vemos que $V_A - V_B = 0$, lo cual es coherente con que, en ese caso, no tiene sentido hablar de diferencia de potencial, puesto que se trataría de un único punto.

Finalmente, veamos qué ocurre si hacemos $r = 0$.

Si en la expresión (5) hacemos $r = 0$ (manteniendo cargas y d constantes), no se obtiene (como, en principio, cabría esperar) la expresión (1), sino que resulta $V_A - V_B = \infty$. Por otra parte, si restamos las expresiones (3) y (4) correspondientes, respectivamente, a V_A y V_B, se obtiene una indeterminación ($\infty - \infty$). *¿Qué explicación podemos dar a esto?*

En ciencias como la Física o la Química, las expresiones que se manejan suelen tener un determinado campo de validez, fuera del cual no pueden aplicarse. En este problema, para determinar el valor del potencial del campo eléctrico a una distancia *r* de una carga Q (considerada como puntual) generadora de dicho campo, hemos utilizado la expresión:

$$V = K \cdot \frac{Q}{r}$$

Esta expresión **solo puede aplicarse para valores de *r* mayores que 0**, puesto que no tiene ningún sentido hablar del potencial que una carga puntual crea sobre sí misma. Por tanto, el resultado (5) solo es válido para $r > 0$.