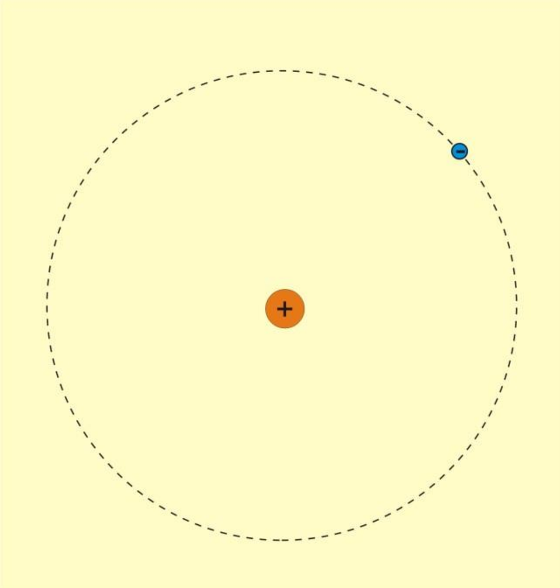
15. De acuerdo con el modelo atómico de Bohr, el átomo de hidrógeno se puede representar como un núcleo positivo (debido a la carga del protón que contiene) y un electrón que gira a su alrededor con movimiento circular y uniforme.



En esta situación, se pide:

a) Potencial eléctrico generado por el núcleo en cualquier punto de la órbita
b) Energía potencial eléctrica del átomo.
c) Energía de ionización del átomo.

Datos: carga del protón: $1{,}6\cdot10^{-19}$ C, radio de la órbita: $5{,}29\cdot10^{-11}$ m. Resolved el problema ignorando posibles efectos relativistas.

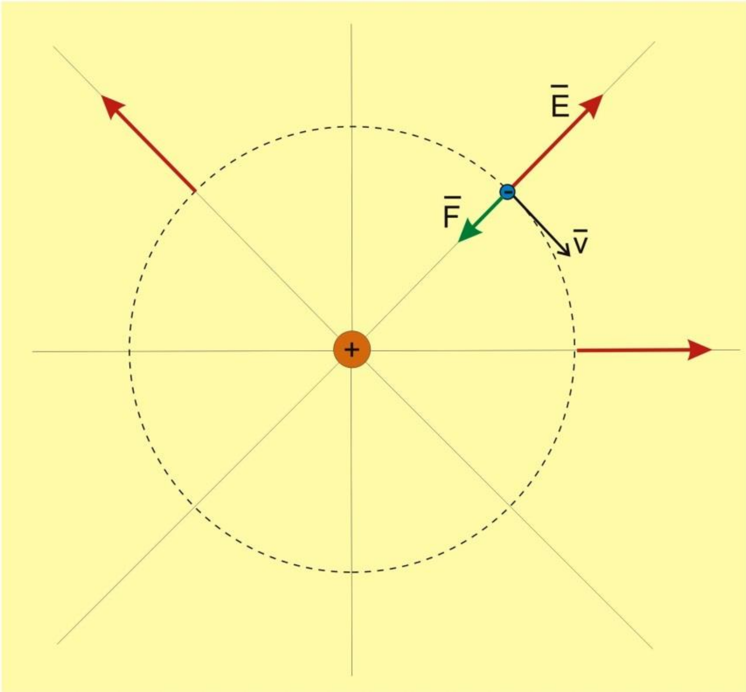
a) En la situación descrita en el enunciado, en la que el núcleo del átomo de hidrógeno se puede considerar como una carga q puntual y positiva, si llamamos *R* al radio de la órbita, el potencial en cualquier punto de la misma vendrá dado por:

$$V = K \cdot \frac{q}{R} \quad (1)$$

Donde q es la carga del protón y *R* la distancia de cualquier punto de la órbita al núcleo. Para calcular el potencial buscado, bastará sustituir directamente los valores numéricos en la ecuación anterior, con lo que:

$$V = K \cdot \frac{q}{R} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1'6\cdot10^{-19}}{5{,}29\cdot10^{-11}} \rightarrow \text{V} = 27{,}2 \text{ V}$$

b) La esfera que contiene a la órbita del electrón será una superficie equipotencial (ved problema siguiente). En la figura siguiente se ha representado la órbita descrita por el electrón, algunas líneas de fuerza que la atraviesan, el vector intensidad del campo eléctrico en algunos puntos de la misma y también el electrón y la fuerza eléctrica de atracción que lo mantiene ligado al núcleo.



Sugerid posibles procedimientos para evaluar la energía potencial eléctrica del átomo

Podemos pensar en aplicar directamente la expresión correspondiente a la energía potencial del sistema formado por dos cargas puntuales (en este caso el protón y el electrón), separadas una cierta distancia entre sí (en este caso el radio del átomo), con lo cual:

$$E_p = K \cdot \frac{q_p \cdot q_e}{R} \quad (2)$$

Sustituyendo:

$$E_p = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (-1{,}6 \cdot 10^{-19})}{5{,}29 \cdot 10^{-11}} = -\ 4{,}4 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Otra estrategia posible es aplicar directamente la relación entre energía potencial y potencial:

$$Ep = q \cdot V \ (3)$$

Sustituyendo:

$$Ep = -\ 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 27{,}2 = -\ 4{,}4 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

c) La energía de ionización del átomo, puede entenderse como la mínima energía necesaria para trasladar el electrón desde su órbita inicial hasta el infinito. *Sugerid una forma de hallar dicha energía.*

Como se trata de hallar la energía mínima necesaria, se supone que el electrón llega al infinito con velocidad nula (es decir, sin energía cinética). Por otra parte, al estar el electrón y el protón separados por una distancia infinita, la energía potencial del sistema también será nula. Por tanto, en este caso, la energía mecánica *E* (suma de la energía cinética y de la energía potencial) en el infinito, ha de ser 0.

Si designamos como A la situación inicial del electrón y como B la situación final podemos evaluar la energía necesaria, simplemente como $\Delta E = E_B - E_A$ donde E es la energía mecánica del sistema formado por el electrón y el protón.

La energía mecánica es la suma de la energía potencial y de la energía cinética, de manera que, en el caso que estamos analizando:

$$E_A = Ep_A + Ec_A = K \cdot \frac{q_p \cdot q_e}{R} + \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2$$

$$E_B = Ep_\infty + Ec_\infty = 0$$

Como vemos, no podremos conocer E_A si no sabemos ni la masa del electrón ni la velocidad con que orbita alrededor del núcleo. *¿Cómo podríamos superar este inconveniente?*

Un posible procedimiento es intentar poner la masa y la rapidez del electrón en función de otros datos que sí se conozcan. Para ello, recordemos que, al tratarse de un movimiento circular y uniforme, la aceleración del electrón en su órbita será:

$$a = a_n = \frac{v^2}{R}$$

Si despreciamos la interacción gravitatoria, podemos considerar que esta aceleración se debe a la acción de la fuerza F_{elec} de atracción eléctrica, de modo que $a = F_{elec}/m_e$, con lo que la expresión anterior queda como:

$$\frac{\left|\vec{F}_{elec}\right|}{m_e} = \frac{v^2}{R}$$

Despejando ahora v^2, se obtiene:

$$v^2 = \frac{\left|\vec{F}_{elec}\right| \cdot R}{m_e} = \frac{K \cdot \frac{q_p \cdot q_e}{R^2} \cdot R}{m_e} = K \cdot \frac{q^2}{R \cdot m_e}$$

Sustituyendo v^2 en la expresión de E_A anterior:

$$E_A = Ep_A + Ec_A = K \cdot \frac{q_p \cdot q_e}{R} + \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 = K \cdot \frac{q_p \cdot q_e}{R} + \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot K \cdot \frac{q^2}{R \cdot m_e}$$

En la expresión anterior, la energía potencial eléctrica será una cantidad negativa, al contrario que la energía cinética, que es siempre positiva. Podemos, pues, tener esto en cuenta y simplificar la última expresión obtenida:

$$E_A = -K \cdot \frac{q^2}{R} + \frac{1}{2} \cdot K \cdot \frac{q^2}{R} \;\rightarrow\; E_A = -K \cdot \frac{q^2}{2R} \quad (4)$$

Obsérvese el hecho de que la energía mecánica es negativa, lo que indica que se trata de un sistema ligado.

Así, pues, utilizando como energía mecánica del sistema la expresión (4), podemos evaluar la energía mínima necesaria para ionizar el átomo de hidrógeno, como:

$$\Delta E = E_\infty - E_A = 0 - \left(-K \cdot \frac{q^2}{2R}\right) \rightarrow \boxed{\Delta E = K \cdot \frac{q^2}{2R}}$$

Sustituyendo los valores numéricos correspondientes, resulta: $\Delta E = 2{,}2 \cdot 10^{-18}$ J

Teniendo en cuenta que 1eV =$1{,}6 \cdot 10^{-19}$J, se obtiene: $\Delta E = 2{,}2 \cdot 10^{-18}/1{,}6 \cdot 10^{-19} = 13{,}6$ eV