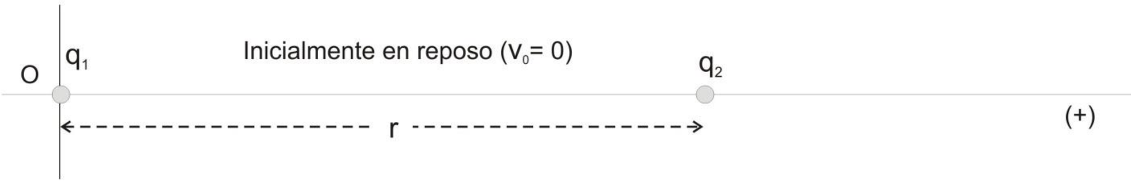
12. Supongamos un sistema formado por dos cargas eléctricas puntuales (q_1 fija, y q_2, que puede moverse), separadas entre sí por una cierta distancia, *r*.

a) Explicad por qué el sistema tiene energía potencial y razonad cómo cambiará dicha energía potencial cuando se le deje evolucionar, pudiendo moverse libremente la carga q_2.

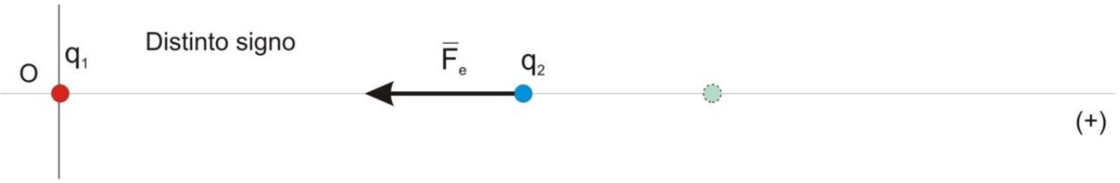
b) A partir de la relación entre trabajo realizado por el campo y energía potencial, obtened la expresión de la variación de energía potencial eléctrica producida cuando q_2 se deja en libertad y se traslada desde un cierto punto A hasta otro punto B.

a) Adoptaremos un Sistema de Referencia con origen en la carga q_1 y supondremos que únicamente interviene la fuerza eléctrica de interacción entre las dos cargas. Consideraremos, bajo estas condiciones, el sistema formado por las dos cargas y por dicha fuerza de interacción eléctrica.

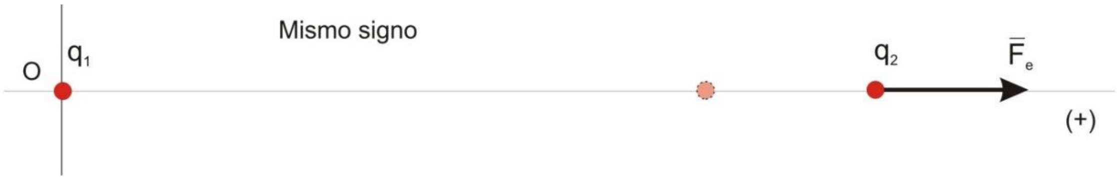


Tal fuerza eléctrica es de atracción entre las cargas si son de signos opuestos y de repulsión si son del mismo signo. Puesto que q_1 está fija, en los dos casos posibles, al dejar en libertad al sistema la fuerza eléctrica producirá una aceleración de la carga q_2, la cual, partiendo del reposo (situación inicial), se moverá en la dirección de la recta que une a ambas cargas.

La carga q_2, se moverá aproximándose con velocidad creciente a la carga q_1 si las dos cargas son de signos opuestos:



Por el contrario, la carga q_2, se moverá alejándose con velocidad creciente de la carga q_1 si las dos cargas son del mismo signo:



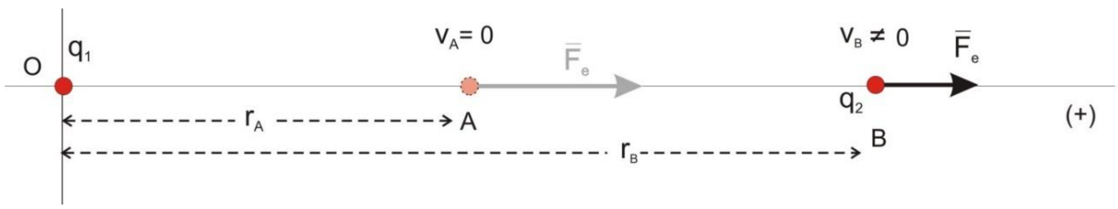
En ambos casos la transformación es espontánea (la provoca la fuerza eléctrica del sistema) e implica un aumento de energía cinética, ya que la carga q_2 va adquiriendo una velocidad cada vez mayor. Como no actúa ninguna fuerza exterior, la energía total del sistema ha de permanecer constante y, por tanto, ese aumento de su energía cinética se ha de producir a costa de una disminución idéntica de energía potencial eléctrica. Es pues evidente, que el sistema tiene energía potencial eléctrica en el estado inicial, ya que, si no fuese así, no podría adquirir energía cinética en esta transformación.

De manera más general, podemos decir que el sistema descrito posee energía potencial, porque a distintos valores de la distancia (r) que separa a las cargas, corresponden distintas "capacidades de realizar trabajo". Esto se pone de manifiesto cuando, al liberar una de las cargas (o las dos), se desencadena un proceso en el que se genera energía cinética (la cual es capaz de producir diversos cambios en otros sistemas). La situación descrita es una transformación espontánea, similar a la que ocurre cuando se libera un resorte inicialmente extendido o inicialmente comprimido. En ambos casos, siempre que no haya fuerzas no conservativas, como las de fricción, el trabajo realizado por la fuerza del sistema produce una disminución de su energía potencial igual al aumento de la energía cinética, lo que, operativamente, indica la siguiente expresión:

$$W = -\Delta Ep$$

Siendo W el trabajo realizado por la fuerza interna conservativa del sistema y Ep su energía potencial.

b) Para comenzar, vamos a suponer que ambas cargas son del mismo signo. En la figura siguiente se ha representado una transformación espontánea en la que la carga q_2 pasa desde un punto A hasta otro punto B en el seno del campo eléctrico creado por la carga fija q_1.



Queremos saber cuánto cambia la energía potencial del sistema en la transformación considerada.

El trabajo realizado por la fuerza eléctrica se podrá obtener como:

$$W = \int_A^B dW = \int_A^B F_t \cdot dr = \int_A^B K\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot dr = \left[-K\frac{q_1 \cdot q_2}{r} \right]_A^B = \left(K\frac{q_1 \cdot q_2}{r_A} \right) - \left(K\frac{q_1 \cdot q_2}{r_B} \right) \quad (1)$$

Por otra parte, al tratarse de una fuerza conservativa, dicho trabajo estará relacionado con la variación de energía potencial eléctrica, en la forma:

$$W = -\Delta Ep_A^B = -(Ep_B - Ep_A) = (Ep_A - Ep_B) \quad (2)$$

De las expresiones (1) y (2), concluimos que:

$$Ep_A - Ep_B = \left(K\frac{q_1 \cdot q_2}{r_A} \right) - \left(K\frac{q_1 \cdot q_2}{r_B} \right)$$

Y también que, en general, a cada distancia *r* de separación entre las cargas, le corresponderá una energía potencial eléctrica dada por:

$$Ep = K\frac{q_1 \cdot q_2}{r} + C \quad (3)$$

En la expresión (3) que acabamos de obtener, *C* es una constante que puede tomar infinitos valores. Por tanto, la *Ep*, en principio, puede tomar también infinitos valores (tantos como pueda tener *C*). No obstante, no ocurre lo mismo con ΔEp (al restar $Ep_B - Ep_A$, la constante *C*, valga lo que valga, se elimina).

Si adoptamos el acuerdo de tomar 0 como el valor de la *Ep* correspondiente a una separación infinita de cargas, entonces, $C = 0$, ya que, en ese caso:

$$0 = K\frac{q_1 \cdot q_2}{\infty} + C \rightarrow C = 0$$

Por tanto, con este acuerdo, la energía potencial electrostática del sistema considerado, para cualquier valor de la distancia de separación r vendrá dada por:

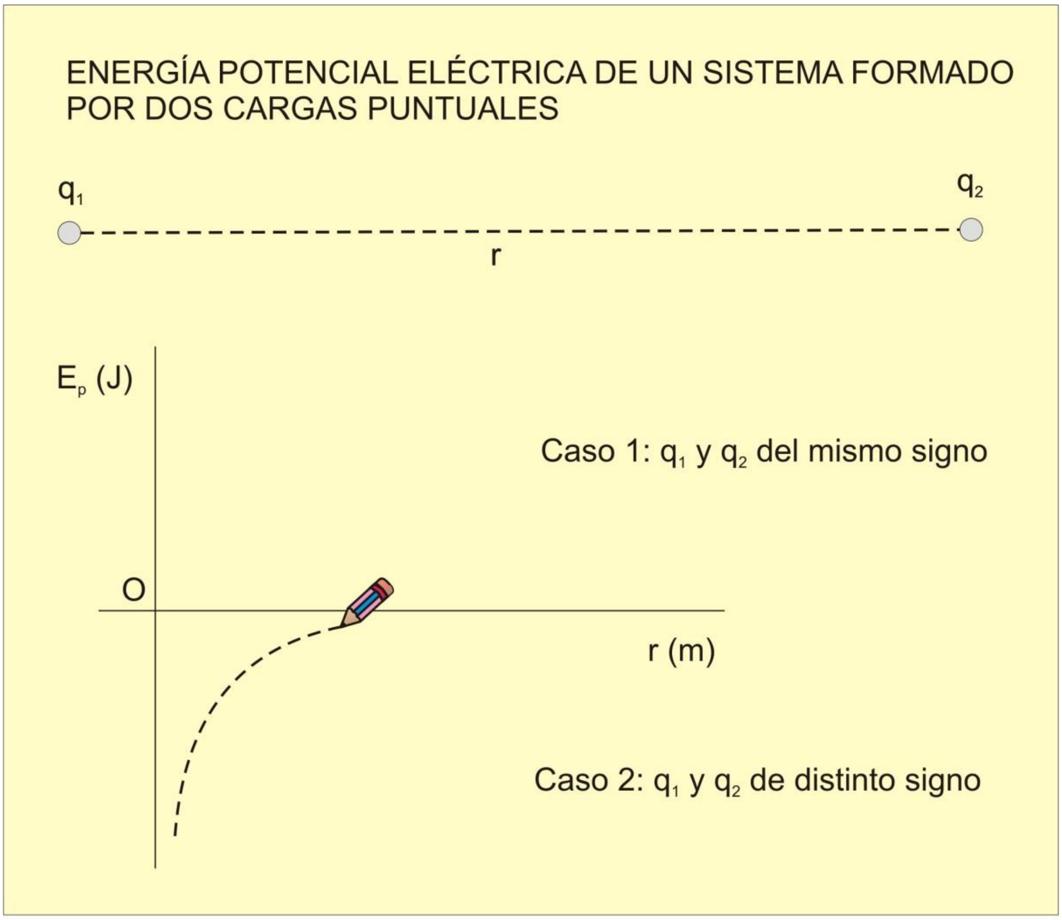
$$\boxed{Ep = K\frac{q_1 \cdot q_2}{r}} \quad (4)$$

La expresión obtenida (para dos cargas del mismo signo), nos informa de que, en ese caso, la energía potencial eléctrica es positiva. Ello es coherente con el hecho de que, partiendo del reposo, el sistema, al dejarlo en libertad, evolucione espontáneamente aumentando la distancia r entre las cargas, disminuyendo la energía potencial, que cada vez será "menos positiva" y llegaría a valer 0 para $r = \infty$.

¿Cuál sería la expresión de Ep para el caso de que las dos cargas tuviesen distinto signo?

Podemos utilizar la misma expresión anterior (4) siempre que al valor de cada carga le coloquemos el signo correspondiente. En ese caso, para dos cargas de distinto signo, la energía potencial electrostática seria negativa. Ello es coherente con el hecho de que partiendo del reposo, el sistema, al dejarlo en libertad, evolucione espontáneamente disminuyendo la energía potencial, que cada vez será "más negativa" conforme r vaya disminuyendo al acercarse las cargas.

Se pueden reforzar estos desarrollos con una animación informática *Modellus* que hemos elaborado para este problema y está disponible en la "Web de Materiales para la Enseñanza y la Divulgación de la Física", de la Sección Local de Alicante de la Real Sociedad Española de Física (http://rsefalicante.umh.es/fisica.htm).



Como puede verse en la imagen anterior, dicha animación permite mover a la carga q_2 (colocando el cursor encima de ella) y va representando la gráfica de la energía potencial del sistema que forman las dos cargas eléctricas q_1 y q_2 con respecto a la distancia entre ellas, r. Se puede hacer correr la animación considerando dos casos (cargas de igual signo y cargas de distinto signo). La figura corresponde a lo que se ve en la pantalla para el caso de dos cargas de distinto signo.

Podemos ahora ir un poco más allá y plantear nuevas cuestiones, como las que, a título de ejemplo, se proponen a continuación:

Teniendo en cuenta que, según se ha definido, la Ep para una separación infinita de dos cargas es 0, ¿qué significa la afirmación siguiente?:

"La energía potencial de una carga q situada en un punto A del campo eléctrico creado por otra carga Q vale 10 J".

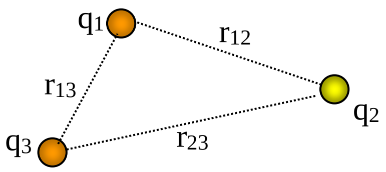
En primer lugar, al ser positiva la energía potencial, ambas cargas *q* y *Q* son de igual signo. En segundo lugar, si en la expresión $W_F = -\Delta Ep_A^B = -(Ep_B - Ep_A)$ hacemos que B corresponda a una separación infinita de la carga *q* respecto de la carga *Q*, sucede que

$Ep_B = 0$ con lo que el valor de la Ep_A coincidirá con el del trabajo que realizaría el campo eléctrico cuando esa carga "*q*" se trasladase desde el punto A hasta el infinito (en este caso 10 J).

También podría razonarse al revés y decir que Ep_A nos informa del trabajo exterior que sería necesario realizar para trasladar *q* a velocidad constante desde el infinito hasta el punto A (dado que para ello habría que realizar una fuerza exterior igual y de sentido contrario a la fuerza del campo).

En este ejercicio nos hemos limitado a un sistema formado por dos cargas. ¿Cómo se calcularía la Ep correspondiente a un sistema formado por más de dos cargas puntuales?

Supongamos que tenemos un sistema formado por tres cargas puntuales tal y como el que se especifica en la figura adjunta:



La energía potencial del sistema puede obtenerse simplemente sumando las energías potenciales de todas las parejas de cargas distintas que conformen el sistema considerado. En el ejemplo sería:

$Ep_{sis} = Ep_{12} + Ep_{13} + Ep_{23}$

y sustituyendo:

$$Ep_{sis} = K\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + K\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + K\frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$