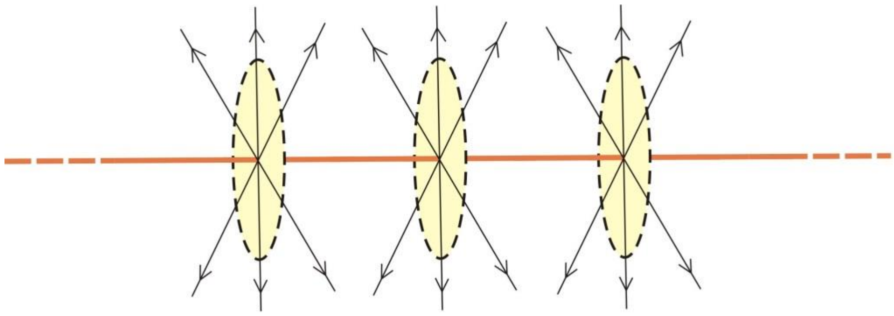
11. Supongamos un hilo conductor rectilíneo e infinito y cargado positivamente con una carga Q uniformemente distribuida a lo largo del mismo. Aplicando el teorema de Gauss, determinad el valor (módulo) de la intensidad del campo eléctrico generado en las proximidades del hilo.

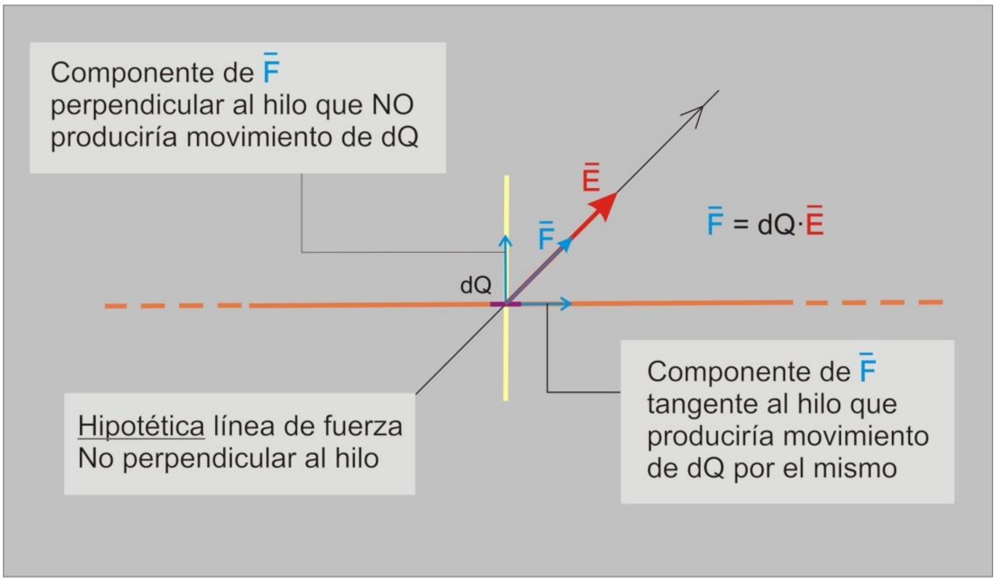
Este problema es similar al planteado en el problema 8, solo que aquí utilizaremos el teorema de Gauss para obtener de forma rápida el valor de E.

Con objeto de poder ignorar el papel de sus extremos, supondremos que el hilo es indefinido, y que se encuentra aislado y en equilibrio electrostático.

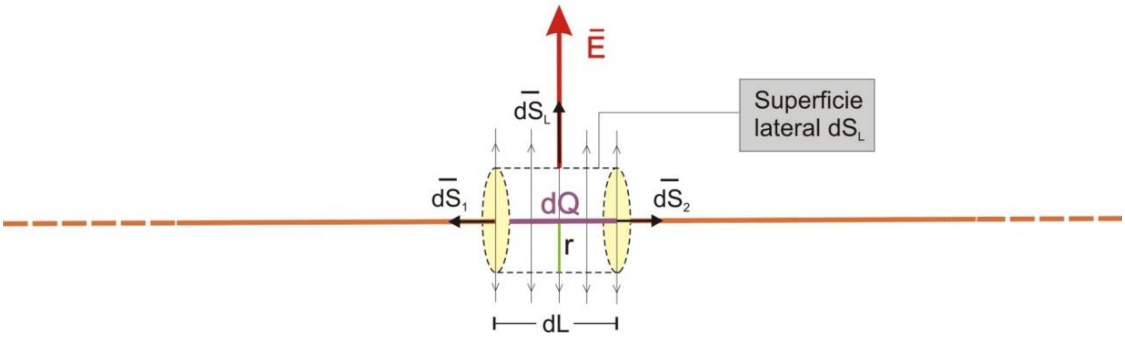
En la situación descrita, las líneas de fuerza han de ser, necesariamente, perpendiculares al hilo y en todas direcciones, tal y como se muestra en la figura adjunta:



Observemos que si las líneas de fuerza no fuesen perpendiculares, ello sería incompatible con la situación de equilibrio electrostático descrita, ya que entonces, sobre cada elemento de carga infinitesimal dQ que se considerase, se ejercería una fuerza tal que una parte de la misma (la componente tangente al hilo), produciría el movimiento de dQ a lo largo del hilo conductor:



Para determinar E, escogemos un trozo infinitesimal del hilo (longitud dL), donde habrá una carga neta dQ y lo rodearemos con una superficie gaussiana apropiada (en este caso, cilíndrica), tal y como se indica en la figura 3 siguiente. En ella, para simplificar, solo hemos dibujado las líneas de fuerza coincidentes con el plano del papel.



El objetivo es utilizar el teorema de Gauss para determinar E a una distancia "r" del hilo.

Analizando la figura anterior, queda claro que en el cilindro infinitesimal considerado como superficie de Gauss (de radio r y longitud dL), el flujo electrostático que atraviesa sus bases es nulo, de manera que solo existe flujo a través de su superficie lateral. Así pues:

$d\phi = d\phi_1 + d\phi_2 + d\phi_L = 0 + 0 + E\cdot dS_L\cdot \cos 0^o = dQ/\varepsilon$

Teniendo en cuenta que $dS_L = 2\pi r\cdot dL$ y que $dQ = \lambda\cdot dL$ (siendo λ la densidad de carga lineal en el hilo):

$E\cdot 2\pi r\cdot dL = \lambda\cdot dL/\varepsilon$

Y despejando: $$E = \frac{\lambda}{2\pi\cdot\varepsilon\cdot r}\cdot$$

Vemos que el resultado coincide con el que se obtuvo en el problema 8 para el caso de una varilla conductora de longitud infinita. Para terminar esta serie de problemas, vale la pena reflexionar sobre esta simplificación en particular.

¿Qué utilidad pueden tener estas suposiciones de varillas y de superficies planas infinitas, si en la realidad no existe tal cosa?

La respuesta a la cuestión anterior es que no solo es útil sino que, además, es un ejemplo claro de cómo se construye el conocimiento científico, partiendo en muchos casos de situaciones ideales en las que se simplifica la realidad para hacer el problema más abordable, y si bien es cierto que no existen láminas con una superficie infinita ni varillas de longitud infinita, también lo es que si nos aproximamos lo suficiente, a una lámina delgada o a un hilo conductor, la situación es equivalente, de modo que, en ese caso, son perfectamente válidas las expresiones obtenidas.