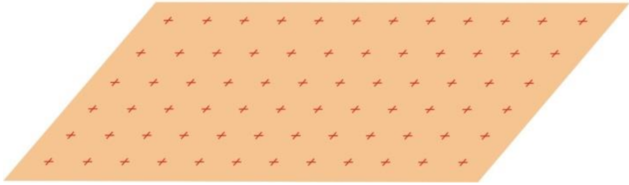
10. Supongamos una lámina metálica plana e infinita cargada homogéneamente con una carga neta Q positiva y en equilibrio electrostático.



Aplicad el Teorema de Gauss para obtener el módulo de la intensidad del campo eléctrico en un punto próximo a su superficie.

Al tratarse de una lámina conductora, la carga Q se distribuirá uniformemente por toda la superficie con lo que la densidad superficial de carga positiva σ será constante.

El hecho de existir un equilibrio electrostático, indica que toda la carga neta Q se halla uniformemente distribuida en la lámina y en reposo. Por tanto, la intensidad del campo eléctrico será en todo momento, perpendicular a la superficie de dicha lámina, puesto que si no lo fuera, implicaría la existencia de una fuerza eléctrica con una componente paralela a la lámina conductora que provocaría un movimiento de cargas incompatible con la situación de equilibrio.

En la figura 1 siguiente, se ha dibujado una porción de la lámina y unas cuantas líneas de fuerza del campo eléctrico generado por la distribución de carga que existe en ella. Como puede observarse, esas líneas de fuerza son paralelas entre sí y perpendiculares al plano que contiene a la lámina. Cómo es lógico existirá campo eléctrico tanto arriba como debajo de dicho plano. Puesto que las líneas de fuerza son paralelas, la intensidad del campo eléctrico, en la situación descrita, ha de ser constante y no depender de la distancia del punto considerado a la lámina[1].

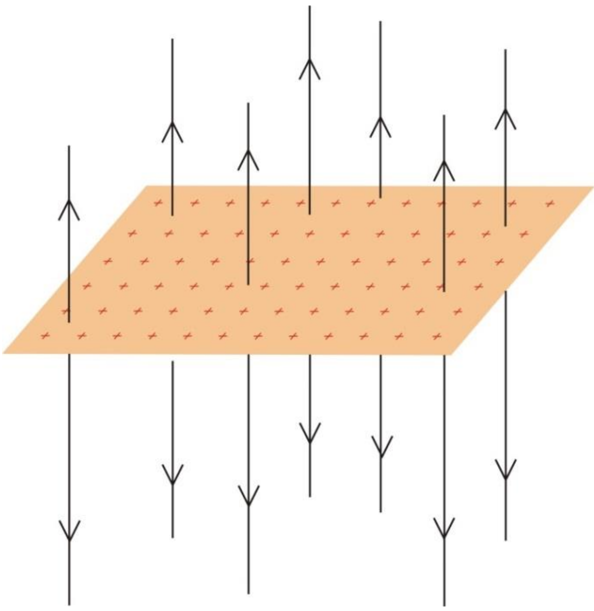


Figura 1

[1] Para una descripción detallada de la representación de un campo eléctrico mediante líneas de fuerza, ved págs. 220-228 de nuestro libro Física de 2º de Bachillerato. Libre acceso en: didacticafisicaquimica.es

Para calcular el valor (módulo) del campo eléctrico, aplicando el teorema de Gauss, dibujamos una superficie cilíndrica infinitesimal, perpendicular a la lámina, tal y como se muestra en la figura 2 siguiente, donde para simplificar se ha representado un corte transversal de la lámina. La superficie gaussiana considerada (sombreada en gris) intersecta a una pequeña porción de la lámina (coloreada en rojo)

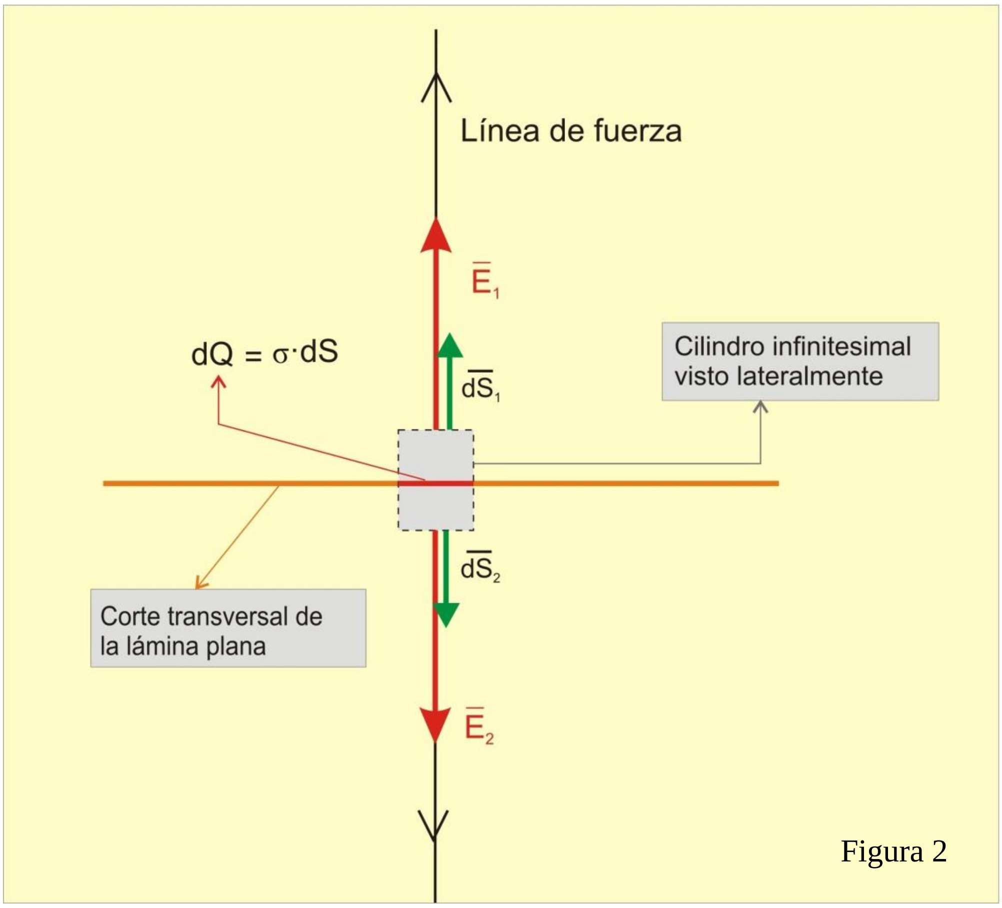


Figura 2

De la simetría de la figura, podemos concluir que $E_1 = E_2 = E$ y que el flujo que atraviesa la superficie lateral del cilindro ($d\phi_L$) es nulo, de modo que solo contribuyen al flujo (y por igual), las bases de dicho cilindro ($dS_1 = dS_2 = dS$).

Aplicando el teorema de Gauss, el flujo electrostático a través de la superficie cilíndrica infinitesimal, vendrá dado por:

$$d\phi = d\phi_1 + d\phi_2 + d\phi_L = \vec{E}_1 \bullet d\vec{S}_1 + \vec{E}_2 \bullet d\vec{S}_2 + 0 = 2E\cdot dS = dQ/\varepsilon$$

Teniendo en cuenta que $dQ = \sigma\cdot dS$ y despejando, obtenemos finalmente que: $\boxed{E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon}}$

Obsérvese que en el problema 6 se obtuvo el mismo resultado para el caso particular del campo eléctrico generado por un disco plano cuando el punto considerado estaba infinitamente próximo a la superficie del mismo (lo cual es equivalente a una lámina de extensión infinita).