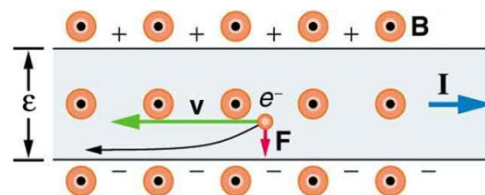


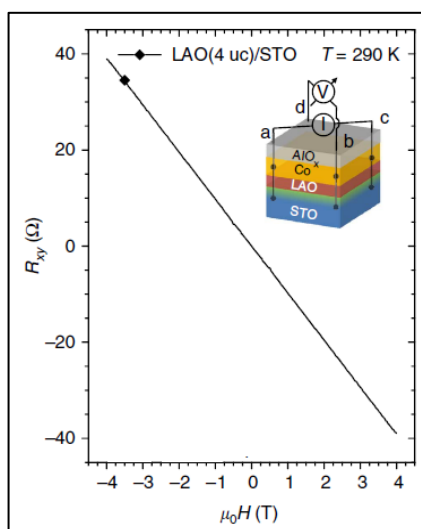
EFECTO HALL

Cuando se aplica un campo magnético en la dirección perpendicular de un cable por el que circulan cargas (electrones, en el caso de un cable conductor), la fuerza magnética impulsa estas cargas hacia un lado del conductor. Esto se conoce como efecto Hall, y como consecuencia aparece una diferencia de potencial entre ambos lados del cable, que se puede medir con un voltímetro.



<https://voer.edu.vn/c/the-hall-effect/0e60bfc6/ce906ab4>

Problema 1 En Física de Materiales, la medida del efecto Hall se puede utilizar para medir la densidad de portadores de carga en un material. Para ello, se mide y se representa la resistencia que genera la corriente de carga transversal en función del campo magnético aplicado.



Los investigadores obtuvieron el gráfico adjunto para el óxido de estroncio y titanio (STO):

a) A partir de la relación entre el campo eléctrico generado por efecto Hall y el campo magnético aplicado, justificad la dependencia lineal entre la resistencia generada por la corriente transversal y el campo magnético aplicado ($B = \mu_0 H$) en un conductor.

b) En un semiconductor, como el STO, también se tiene portadores con carga inversa a los electrones, llamados huecos, circulando en dirección opuesta a los electrones. En el mismo gráfico, representad la resistencia en función del campo magnético para el STO si, en lugar de electrones, se tuviera la misma densidad de portadores pero de carga positiva.

Nota: Para visualizar el sentido de las distintas magnitudes, puede ayudar el definir una dirección de la corriente (sin campo magnético aplicado), por ejemplo en el eje x, una dirección para la corriente transversal por efecto Hall (eje y) y una dirección para campo magnético aplicado (eje z).

Respuesta:

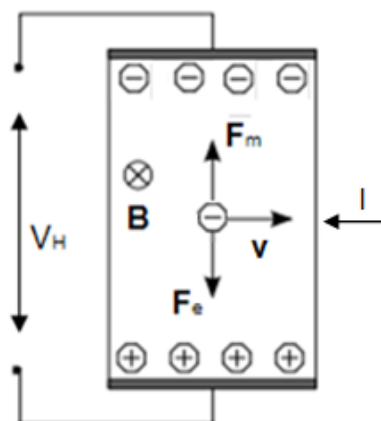
a) Desde que se alcanza el estado estacionario o de equilibrio, el módulo de la fuerza eléctrica (F_e) ejercida sobre cada carga, debida al potencial Hall (V_H) se equilibra con el de la fuerza magnética (F_m), ejercida por el imán exterior:

$$F_e = q \cdot E_H = F_m = q \cdot (v \times B) \quad (1)$$

Donde q es la carga de los electrones, v su velocidad, B el campo aplicado y E es el campo eléctrico generado por efecto Hall entre ambos extremos del conductor. Despejando, en el equilibrio se obtiene:

$$E_H = v \times B \quad (2)$$

En el equilibrio, el campo eléctrico es constante, y por tanto se puede utilizar:



$$E_H = V_H/d \quad (3)$$

Que, combinando con la ley de Ohm:

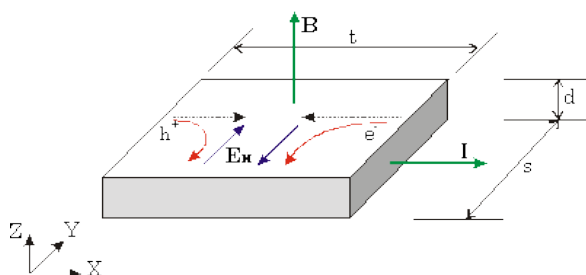
$$V = IR \quad (4)$$

Da lugar a la siguiente relación entre R y B :

$$R = E_H d / I = v B d / I \quad (5)$$

Por tanto, efectivamente, la resistencia y el campo magnético son proporcionales entre sí.

b) Aunque la carga de los portadores es inversa, como circulan en dirección contraria, la corriente sigue circulando en el mismo sentido. Por tanto, la corriente en el eje x (I) tendrá el mismo sentido.



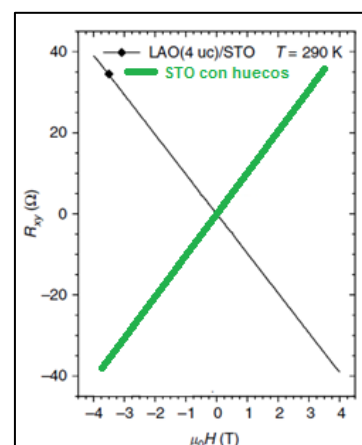
Sin embargo, ambas cargas se desviarán hacia el mismo sentido (aplicar la fuerza de Lorentz, usando la regla de la mano derecha, para cargas opuestas circulando en sentido contrario).

http://labs.physics.berkeley.edu/mediawiki/index.php/Hall_Effect_in_Semiconductor

Por ello, el campo eléctrico generado por efecto Hall (E_H) será opuesto en el caso de los huecos y, por tanto, la resistencia medida tendrá el valor opuesto a la medida por los investigadores para el STO, cuyos portadores eran electrones.

Ampliación: Este problema ilustra cómo, en Física de Materiales, se suelen tomar medidas relacionadas con el efecto Hall para dilucidar si el semiconductor tiene mayoritariamente electrones o huecos como portadores mayoritarios de carga. Esto es muy importante pues muchos dispositivos electrónicos se basan en las llamadas uniones PN: un semiconductor cuyos portadores mayoritarios son huecos (tipo P) junto con otro cuyos portadores mayoritarios son electrones (tipo N)

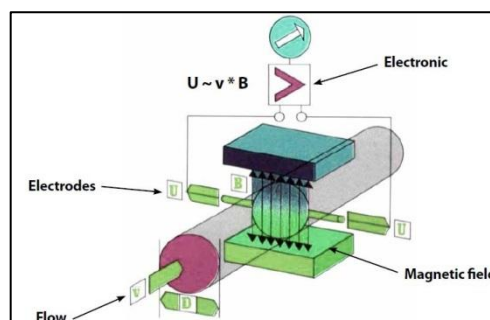
El gráfico de resistencia frente al campo magnético del STO está tomado de Lesne, E y et al. [1].



[1] E. Lesne, N. Reyren, D. Doennig, R. Mattana, H. Jaffrès, V. Cros, F. Petroff, F. Choueikani, P. Ohresser, R. Pentcheva, A. Barthélémy, M. Bibes "Suppression of the critical thickness threshold for conductivity at the LaAlO₃/SrTiO₃ interface" *Nature Communications* **5**, 4291 (2014)

Problema 2. Otra aplicación interesante del efecto Hall es la posibilidad de determinar la velocidad de circulación del flujo sanguíneo, ya que, al aplicar a la corriente sanguínea que fluye por una arteria un campo magnético transversal, el voltaje Hall producido depende de dicha velocidad. Conocida ésta, también se puede calcular otro parámetro útil para la biomedicina: la concentración de los iones en la sangre.

a) Supongamos que sobre una arteria de 1cm de grosor se aplica un campo magnético transversal de 0.2T y que, mediante un sistema de electrodos (dibujo adjunto), se registra en un voltímetro una diferencia de potencial de 1.2mV . ¿Cuál es la velocidad a la que circulan estos iones y, por tanto, la velocidad del flujo sanguíneo?



b) Dad una expresión que relacione la intensidad de la corriente con la densidad de iones es decir, con el número de portadores de carga por unidad de volumen.

c) El médico es capaz de estimar que la corriente que circula por esa misma arteria es de unos $25 \mu A$. Obtend la concentración iónica de la sangre (Dato: Considerar que los iones tienen la carga de un electrón, es decir, $1,6 \cdot 10^{-19} C$)

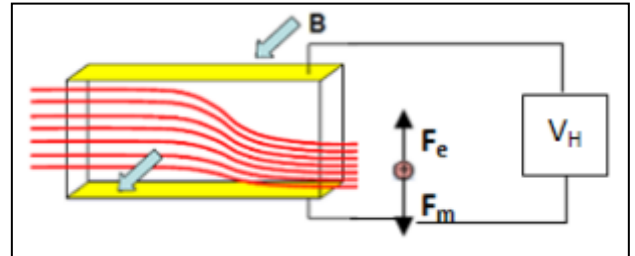
Respuesta:

a) De nuevo, igualando los módulos de las dos fuerzas, tenemos la siguiente expresión:

$$F_e = q \cdot E = F_m = q \cdot v \cdot B \quad (1)$$

Donde el "material" es ahora el vaso sanguíneo, de anchura d , de modo que:

$$E = V_H/d \quad (2)$$



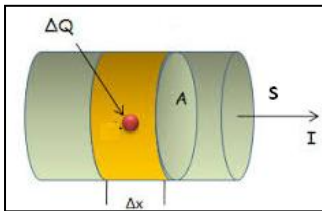
Combinamos las expresiones (1) y (2) para obtener la velocidad de los iones:

$$E = v \cdot B = \frac{V_H}{d} \rightarrow v = \frac{V_H}{B \cdot d} = \frac{1.2 \cdot 10^{-3} V}{0.2 T \cdot 10^{-2} m}$$

Teniendo en cuenta que $1 T = 1 V \cdot s / m^2$, se obtiene finalmente:

$$v = 0.6 \frac{m}{s} = 60 \frac{cm}{s}$$

b) La intensidad (I) es la carga (ΔQ) que circula por unidad de tiempo (Δt): Es decir, suponiendo una velocidad de circulación constante $I = \Delta Q / \Delta t$. A su vez, dicha carga ΔQ es igual al producto del número de portadores por unidad de volumen (n) multiplicado por la carga de cada uno de ellos (q) (igual, de acuerdo con el enunciado igual a la carga elemental) y por el volumen del trozo de vena considerado (que se entiende como un cilindro de longitud Δx y sección S). Por tanto:



$$I = \frac{n \cdot q \cdot \Delta x \cdot S}{\Delta t} = n \cdot q \cdot v \cdot S$$

Ya que la velocidad de circulación de los iones es $v = \Delta x / S$

c) Despejando de la expresión de la intensidad de corriente la densidad de portadores y teniendo en cuenta que si se admite que la vena tiene forma de cilindro, su sección es πr^2 , tenemos que:

$$I = n \cdot q \cdot v \cdot S \rightarrow n = \frac{I}{q \cdot v \cdot S} = \frac{25 \cdot 10^{-12} A}{1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot 60 \frac{cm}{s} \cdot \pi (0.5 cm)^2}$$

Dado que $1 C = 1 A \cdot s$, se puede concluir que:

$$n = \frac{3.32 \cdot 10^6 \text{ iones}}{cm^3} = \frac{3.32 \cdot 10^{12} \text{ iones}}{m^3}$$

Ampliación: Conocer la concentración de iones en la sangre es importante ya que el organismo funciona constantemente para mantener un equilibrio en la concentración de todos sus componentes, lo que se conoce como homeostasis. Mantener este equilibrio interno es necesario para el bienestar de todo el cuerpo.

En cuanto a la velocidad del flujo sanguíneo, es determinante, pues es el fluido que transporta el oxígeno necesario para que las células del organismo se mantengan vivas. Si la velocidad de difusión del oxígeno hasta estas células es baja y la presión de este gas disminuye en el interior de las mismas, puede no mantenerse su metabolismo y morir. Otra razón es que, si el cerebro no es adecuadamente bombeado, se produce la muerte del tejido cerebral. Para que esto no ocurra el flujo sanguíneo no puede caer por debajo de 8 ml por cada 100 gramos de cerebro y por minuto.

Para medir el pulso de sangre se emplean sensores de efecto Hall. El método se basa en aplicar un campo magnético a través del cuerpo, que cree la polarización de la sangre y se detecten las diferencias en la señal magnética a través de electrodos colocados sobre la piel, por lo que se requiere un buen contacto de los mismos [1].

[1] "Transcutaneous Blood Flow Measurement by Electromagnetic Induction" Kanai, H., Yamano, E., Nakayama, K . Biomedical Engineering (1974)

Manuel Alonso Orts

Silvia Ronda Peñacoba

[Problemas de Física de Materiales y de Física Biomédica para Bachillerato](#)