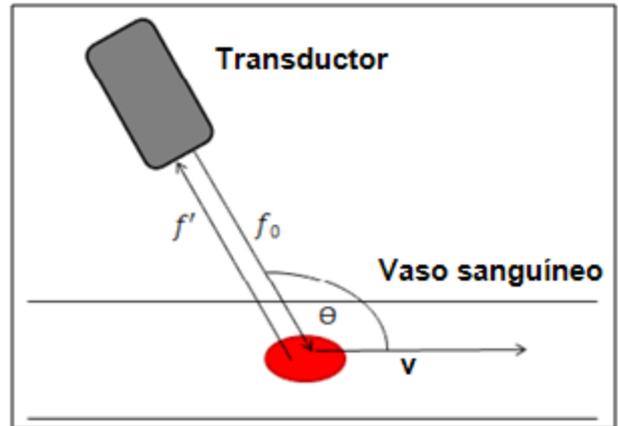


ECOGRAFÍA DOPPLER

Problema 1. La ecografía *Doppler* es una variedad de la ecografía tradicional, que utiliza ultrasonidos y aplica el efecto *Doppler*, para visualizar las ondas de velocidad del flujo que atraviesa ciertas estructuras del cuerpo (por lo general vasos sanguíneos) que son inaccesibles a la visión directa por gammagrafía. Para ello el médico se sirve de un dispositivo denominado transductor, que actúa emisor de las ondas y como receptor de los ecos de las mismas.



a) Usad la ley del efecto *Doppler* para obtener una expresión que calcule la diferencia entre la frecuencia de una onda emitida por una fuente y la frecuencia recibida por esa fuente y en ese mismo lugar tras reflejarse en un objeto móvil que se aleja o se acerca de la fuente [Ayuda: Usar la siguiente aproximación: $1/(1-x) \sim 1+x$].

b) Sea un ecógrafo que funciona con ultrasonidos de 10 MHz y se emplea para observar el flujo sanguíneo a través de un capilar. Suponiendo que el médico coloca el dispositivo de manera que el flujo de sangre forma 40° con la dirección del haz de ultrasonidos: ¿Qué diferencia de frecuencia tiene que ser capaz de apreciar el dispositivo si los glóbulos rojos de ese capilar se mueven 10 mm cada segundo? (Dato: Velocidad de los ultrasonidos en los tejidos biológicos: 1540 m/s)

Respuesta:

a) La ley básica del efecto *Doppler*, calcula la frecuencia f recibida por una fuente en movimiento relativo respecto del emisor es:

$$f = \frac{c + v_r}{c + v_f} f_0$$

Donde v_r es la velocidad del receptor y es positiva si se acerca a la fuente, v_f es la velocidad de la fuente y es positiva si se aleja del receptor, c es la velocidad de la onda y f_0 es la frecuencia original, no afectada por el efecto *Doppler*.

Un transductor genera una onda que va hacia un objeto en movimiento que actúa de receptor en primer lugar. Luego, el mismo objeto actúa como fuente al provocar el eco de la onda le llega. Esta onda reflejada es la que viaja hasta el transductor de nuevo. Por ello la deducción de la diferencia de frecuencia que ve el transductor se divide en dos partes:

- Calcular la frecuencia recibida por el objeto en movimiento, que suponemos que se acerca a la fuente (en este caso el transductor en reposo)

$$f_1 = f = \frac{c + v}{c} f_0$$

- Calcular la frecuencia recibida de nuevo por el receptor. Ahora la fuente, que es el objeto, está en movimiento hacia el receptor (que ahora es el transductor en reposo)

$$f_2 = \frac{c}{c - v} f_1$$

Así, para ver el incremento de frecuencia que se produce, se tiene que:

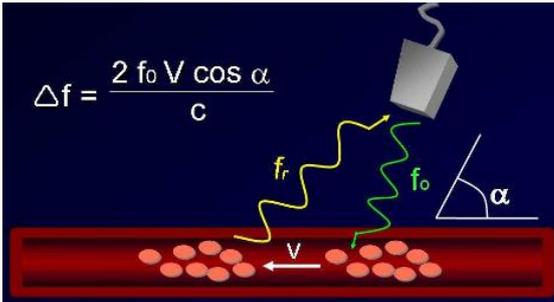
$$f_2 - f_0 = \Delta f = \frac{c}{c-v} f_1 - f_0 = \frac{c}{c-v} \cdot \frac{c+v}{c} f_0 - f_0 = \left(\frac{c+v}{c-v} - 1 \right) f_0 = \left(\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}} - 1 \right) f_0 \sim \left(1 + \frac{2v}{c} - 1 \right) f_0$$

De manera que

$$\Delta f = \frac{2v}{c} f_0$$

Para la aproximación se ha empleado el desarrollo de Taylor de $1/(1-x) \sim 1+x$, de manera que

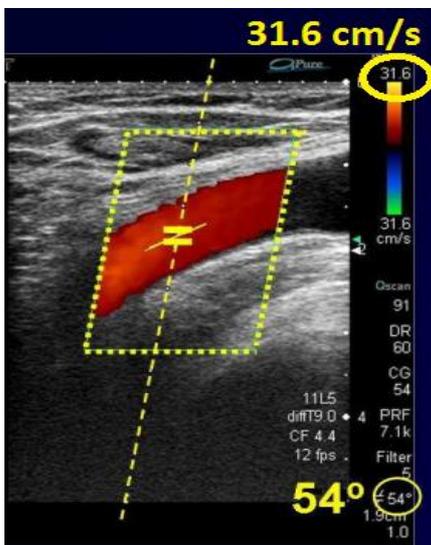
$$(1+x)/(1-x) \sim (1+x)^2 \sim 1+2x \text{ si } x \ll 1$$



b) Para generalizar la expresión obtenida en el apartado a) de modo que se tenga en cuenta la orientación relativa entre el transductor y el vaso sanguíneo, basta con multiplicar la velocidad oblicua de alejamiento de los hematíes, v por su componente paralela a la dirección de emisión y recepción de las ondas: $v \cos \alpha$ [1]

Así pues, la diferencia de frecuencias es:

$$\Delta f = \frac{2 v f_0 \cos \alpha}{v_{ultra}} = \frac{2 \cdot 0.01 \left[\frac{m}{s} \right] \cdot 10^7 s^{-1} \cdot 0.766}{1540 \left[\frac{m}{s} \right]} = 99.48 s^{-1} = 99.48 Hz$$



Problema 2. La imagen adjunta se ha obtenido con un ecógrafo real, y corresponde al estudio de una arteria, donde la velocidad del flujo sanguíneo es mucho mayor que para un capilar.

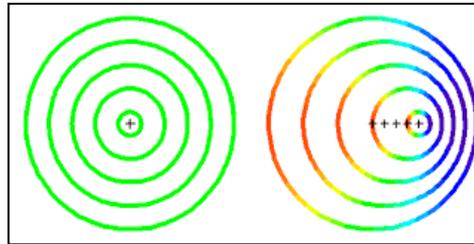
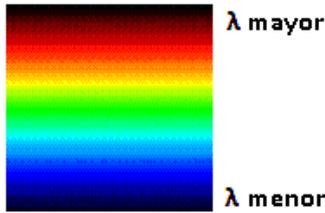
En este caso, la técnica utiliza el hecho de que según la sangre se acerque o se aleje del transductor del ecógrafo, éste aparece en la imagen de un color u otro.

a) Justificad hacia qué color (rojo o azul) se desplazará la imagen de la señal recibida en el dispositivo, cuando la sangre se aleja del ecógrafo y hacia cuál cuando se acerca.

b) Utilizad los datos que proporciona la imagen adjunta para obtener en este caso la muestra la resolución mínima en frecuencias que debe tener el dispositivo.

Respuesta:

a) La señal *Doppler* obtenida en una prueba se puede representar de 3 modos: como una señal de audio, como una representación gráfica y como una señal de color. En este último caso se tiene en cuenta que el espectro de luz visible abarca una gama continua de colores desde el extremo rojo (longitud de onda mayor) hasta el azul-violeta (longitud de onda menor), según nos recuerda imagen situada más a la izquierda. En consecuencia, si, por ejemplo, una fuente que se está moviendo hacia la derecha, emite luz de color verde (corresponde a una longitud de onda que se sitúa aproximadamente en centro del espectro visible), el color de la luz que se recibe a la izquierda de dicha fuente (es decir,



en una posición respecto de la cual la fuente se está alejando) se desplaza, por efecto *Doppler*, hacia el rojo y el color de la luz que se recibe a la derecha de dicha fuente (en un lugar respecto al cual la fuente se aproxima) se desplaza

hacia el azul (figura situada más a la derecha).

Teniendo en cuenta estos conceptos la señal de color recibida en el dispositivo, después de haberse reflejado la luz ultrasónica en la sangre, se representa de color rojo cuando los hematíes se alejan y de color azul cuando se acercan.

b) Basta sustituir los datos aportados en la imagen y se obtiene:

$$\Delta f = \frac{2 v f_0 \cos \alpha}{v_{ultra}} = \frac{2 \cdot 0.316 \left[\frac{m}{s}\right] \cdot 10^7 s^{-1} \cdot \cos(54^\circ)}{1540 \left[\frac{m}{s}\right]} = 2412.2 s^{-1} = 2.41 \text{ kHz}$$

Ampliación: La ecografía *Doppler* permite estudiar el flujo de sangre a través de arterias y venas y esto permite conocer su cantidad, velocidad y la consistencia de las paredes de los vasos. La prueba se realiza colocando un gel en la superficie de la piel del paciente, que elimina cualquier interfase de aire que pudiera haber entre el transductor y el tejido, ya que entonces el ultrasonido no se transmitiría porque se provocaría una reflexión casi total de todas las ondas. Se suele emplear para estudiar [2]:

- Obstrucciones o trombos en los vasos
- Enfermedades cardiovasculares
- Malformaciones fetales o complicaciones en el embarazo estudiando, por ejemplo, el flujo sanguíneo en la placenta [3]

Es una prueba que actualmente no muestra ninguna contraindicación

[1] "Ecografía Doppler: Principios físicos y técnica." Santiago Isarria Vidal (Hospital Lluís Alcanyís de Xàtiva (Valencia) http://www.srcv.org/repo/static/public/jornadasDoppler/01-Principios_fisicos_y_tecnica.pdf

[2] "Principios físicos e indicaciones clínicas del Ultrasonido Doppler" Dra. Paola Paolinelli G [REV. MED. CLIN. CONDES - 2013; 24(1) 139-148.

[3] "Guía práctica ISUOG: Uso de la ecografía Doppler en obstetricia" R. Ximenes

[4] "Valoración por Ultrasonografía Doppler en medicina materno fetal" Pablo Andrés Victoria-Gómez (2006)