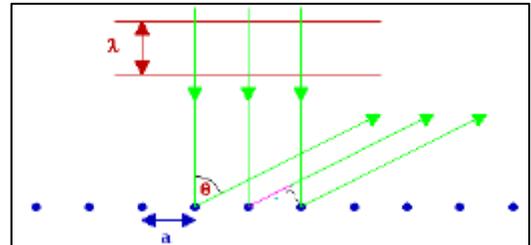


## DIFRACCIÓN DE ELECTRONES

**Problema.** La difracción de electrones se basa en la teoría cuántica de la dualidad onda-partícula. El haz de electrones se comporta como un conjunto de ondas que inciden sobre el material cristalino y se difractan en los centros de dispersión; lugares donde la densidad electrónica es más alta (es decir, en las posiciones atómicas).

**a)** En la técnica de difracción de electrones de baja energía (LEED), utilizada para la caracterización de superficies, se suele incidir con electrones con energía cinética de 100 eV. Calculad la longitud de onda de los electrones incidentes.

**b)** Si se incide sobre una cadena lineal monoatómica periódica como la que se muestra en la figura, cuya distancia entre dos centros de dispersión contiguos es de  $a=0.5\text{nm}$ , calculad el ángulo respecto al haz incidente ( $\theta$ ) de los electrones que dan lugar al primer máximo de interferencia.



**c)** Además del máximo de orden cero ( $n=0$ ), ¿cuántos máximos de interferencia habría en esta estructura?

**Respuesta:**

**a)** La relación no relativista entre el momento lineal y la energía cinética es la siguiente:

$$p = \sqrt{2mE_k}$$

Por tanto, a partir de la relación de De Broglie, la longitud de onda se puede calcular de la siguiente manera:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$$

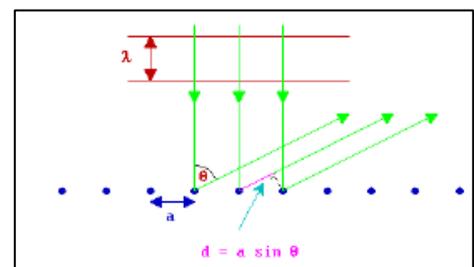
Para una energía de  $100\text{eV} = 1.6 \cdot 10^{-17}\text{J}$ , se obtiene:

$$\lambda = 1.2 \cdot 10^{-10}\text{m} = 0.12 \text{ nm}$$

**b)** Como se observa en la figura, la diferencia de caminos entre dos haces paralelos vale  $d = a \sin \theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo entre el haz incidente y el haz reflejado y  $a$  es la distancia interatómica. Utilizando la condición de interferencia constructiva, se obtiene:

$$d = a \sin \theta = n\lambda \rightarrow \sin \theta = n\lambda/a$$

Sustituyendo los valores numéricos (incluido  $\lambda=0.12 \text{ nm}$  del apartado a)),  $\sin \theta = 0.24$ , y por tanto:  $\theta = 13.9^\circ$



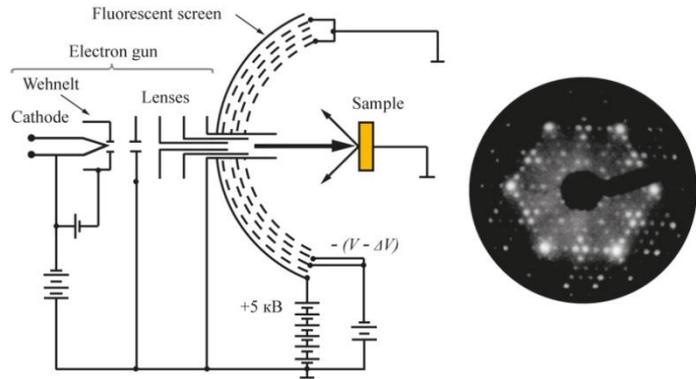
**c)** Sólo pueden existir máximos si se cumple  $|\sin \theta| \leq 1$ , es decir:  $\left| \frac{n\lambda}{a} \right| < 1$ . Cumplen esta condición los máximos de interferencia correspondientes a  $n=+1, +2, +3, +4, -1, -2, -3$  y  $-4$ . Por tanto, la respuesta es **8 máximos** de interferencia además del orden 0.

(Las imágenes de la pregunta están tomadas de [http://www.chem.qmul.ac.uk/surfaces/scc/scat6\\_2.htm](http://www.chem.qmul.ac.uk/surfaces/scc/scat6_2.htm))

## Ampliación:

La difracción de electrones es una técnica muy utilizada en Física de Materiales. La estructura periódica de un sólido cristalino actúa como una red de difracción para los electrones, pues la longitud de onda de los electrones tiene un tamaño parecido al espaciado interatómico. Esto lo convierte en una buena alternativa a la difracción de rayos X para estudiar la estructura cristalina de los materiales.

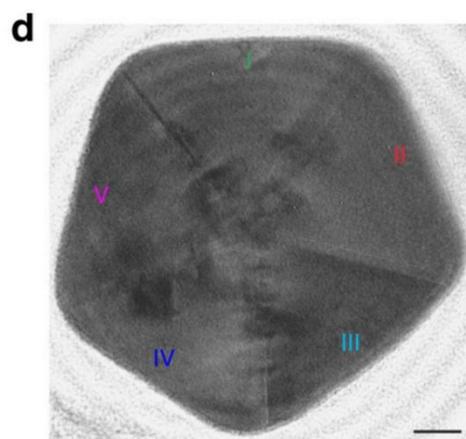
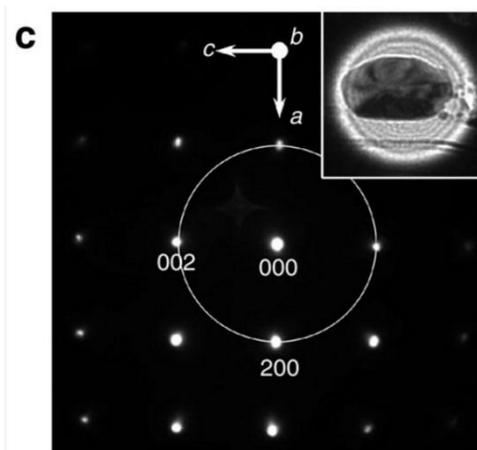
Además, la difracción de electrones se emplea de forma habitual en los microscopios electrónicos de transmisión (TEM) para obtener imágenes de alta resolución de los planos atómicos de los materiales, en las campanas de crecimiento de materiales para monitorizar el crecimiento capa a capa (RHEED), en superficies de materiales para caracterizar sus reconstrucciones (LEED)...



Dispositivo experimental y patrón de un LEED. Imagen de <http://eng.thesaurus.rusnano.com/wiki/article801>.

En cada caso, los electrones cumplen una relación de interferencia constructiva distinta, aunque todos ellos son muy similares a la relación del ejercicio (donde, por simplicidad, en lugar de un material, se trata una cadena monoatómica con distancia interatómica similar al parámetro de red del Si) y se obtienen de la misma forma: a partir de imponer que la diferencia de caminos entre los haces difractados sea igual a un número entero de longitudes de onda. Se pueden sacar conclusiones del ejercicio válidas para todos los casos: los patrones son simétricos en torno a  $\theta=0$  y  $\sin\theta$  es inversamente proporcional al parámetro de red  $a$  y proporcional a la raíz cuadrada de la energía de los electrones incidentes.

Es muy habitual que la caracterización de cualquier tipo de material contenga la difracción de electrones de un modo u otro. Por ejemplo, en el artículo de Sun et al, *Nature Communications* 3 (2012), los espectros de difracción de electrones permiten deducir la estructura cristalina (tetragonal) de unos nanohilos de Ag.



La figura adjunta de la izquierda procede del artículo citado, y es un espectro de difracción de electrones de un nanohilo tomado en un microscopio electrónico de transmisión (TEM). La figura de la derecha es una imagen de los nanohilos tomada en el mismo microscopio a partir de alguno de los haces de

electrones difractados de la sección transversal pentagonal del mismo. Su grosor es de unos 100nm, por tanto, sería imposible de distinguir en un microscopio óptico convencional.