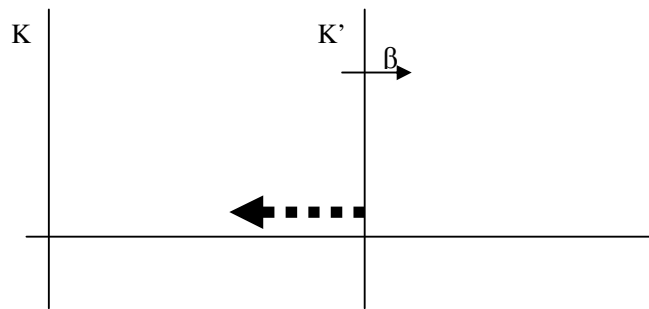


(6-9, p. 231 FRENCH) Un làser amb una massa de 10 kg està situat en l'espai lliure i apunta a la Terra. El làser emet contínuament  $10^{20}$  fotons/s amb una longitud d'ona de 600 nm, mesurada en el sistema propi. En  $t = 0$  el làser es troba en repòs respecte de la Terra.

- Inicialment, quanta energia radiant es rep a la Terra en la unitat de temps?
- La radiació emesa cap a la Terra fa que el làser s'allunye del nostre planeta. Quina serà la velocitat del làser relativa a la Terra després que hagen transcorregut 10 anys (temps del làser)?
- En l'instant en què el làser es mou a una velocitat  $\beta c$  relativa a la Terra, quant menor és la velocitat a la que es rep l'energia en la Terra respecte a la velocitat original quan  $\beta = 0$ ? Calculeu el valor per a  $t = 10$  anys (temps del làser).
- Indica la forma en què un observador situat en la Terra pot explicar, aproximadament, per què la velocitat de recepció disminueix contínuament en funció de la conservació de l'energia.

Solució

(a)



$$E = hvN = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{600 \cdot 10^{-9}} \cdot 10^{20} = 33,15W$$

(b) Energia emesa en 10 anys,  $E_f$ ,

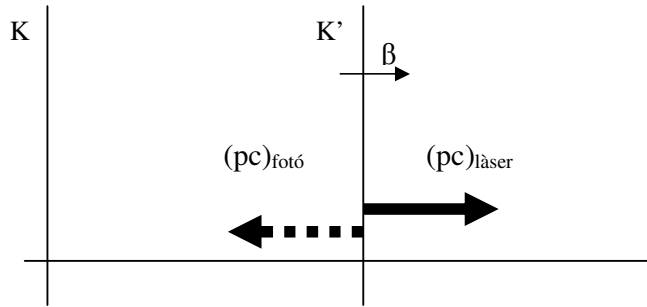
$$E_f = 33,15 \cdot (10 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600) = 10^{10} \text{ J}$$

Si s'aplica el principi de conservació de l'impuls energia,

$$(Mc^2, 0)_{\text{Total abans}} = (\gamma M'c^2 + E_f, -E_f + \beta \gamma M'c^2)_{\text{Total després}}$$

on hem tingut en compte que per al fotó  $(pc)_f = E_f$  i que, per a qualsevol

$$\text{partícula, } \beta = \frac{pc}{E}$$



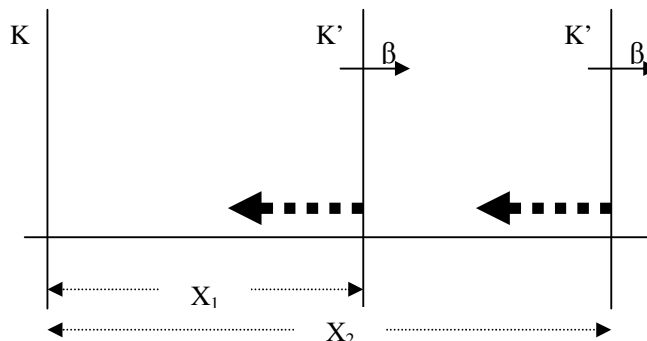
Resulta el sistema següent:

$$\begin{aligned} Mc^2 &= \gamma M'c^2 + E_f \\ 0 &= -E_f + \beta \gamma M'c^2 \end{aligned}$$

Si sumem les dues equacions anteriors s'arriba a  $Mc^2 = (\gamma + \beta\gamma) M'c^2$ , substituint-hi el valor de  $M'c^2$  que es dedueix de la segona equació del sistema, s'obté finalment, que  $\beta = 1,1 \cdot 10^{-8}$ , és a dir  $V = 3,3$  m/s.

(c) L'energia que rep la Terra per unitat de temps quan  $\beta = 0$ , és de 33,15 W, el resultat del primer apartat.

Si el làser es mou amb una velocitat  $\beta c$ , aleshores la freqüència que rep la Terra es desplaça cap al roig, i serà  $v_T = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} v_L$  on  $v_L = \frac{c}{600 \cdot 10^{-9}}$ . Per altra banda en el sistema làser s'emeten  $10^{20}$  fotons/s, és a dir, entre fotó i fotó transcorren,  $\Delta t' = 10^{-20}$  s, però el temps que passa entre un fotó i el següent mesurat des de la Terra serà el següent:



Suposem que en  $X_1$  s'emet un fotó i quan el làser està en  $X_2$  emet el següent, aleshores per a K,  $\frac{X_2 - X_1}{c}$ , és el temps que tarda la llum en fer el recorregut  $X_2 - X_1$ . Però,  $\frac{X_2 - X_1}{c} = \frac{\beta c \Delta t}{c} = \frac{\beta c \gamma \Delta t'}{c} = \beta \gamma 10^{-20}$ . A més, segons K, el temps que transcorre entre l'emissió de dos fotons seguits és  $\gamma 10^{-20}$ . Per tant per a K el temps que passa entre la recepció d'un fotó i el següent és  $\gamma 10^{-20} + \beta \gamma 10^{-20}$ , és a

dir,  $\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} 10^{-20}$ . Així, doncs, la freqüència amb què arriben els fotons a K és la inversa d'aquesta expressió,  $\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} 10^{20}$  fotons/s. L'energia per unitat de temps serà,

$$\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \frac{c}{600 \cdot 10^{-9}} 10^{20} = \frac{1-\beta}{1+\beta} 33,15. \text{ En conseqüència quan el làser es mou}$$

a la velocitat  $\beta c$ , es rep a la Terra  $\left[1 - \frac{1-\beta}{1+\beta}\right] 33,15 \text{ W}$  menys, és a dir,  $\frac{66,30\beta}{1+\beta} \text{ W}$ ,

si  $\beta \ll 1$ , com en el nostre cas, podem escriure  $66,30\beta \text{ W}$ . Quan  $t=10$  anys  $\beta = 1,1 \cdot 10^{-8}$ , en aquest cas es rebrà  $6,63 \cdot 10^{-7} \text{ W}$  menys.

(d) L'augment de l'energia cinètica del làser s'enduu part de l'energia involucrada en el procés d'emissió del làser.