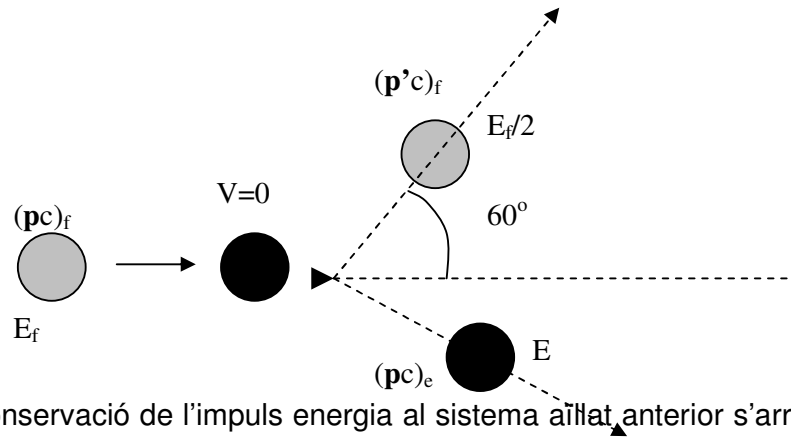


(6-18 p. 233 FRENCH) (a) Un fotó d'energia $h\nu$ xoca elàsticament amb un electró en repòs. L'energia del fotó després del xoc és de $h\nu/2$ i marxa formant un angle de 60° amb la direcció original. Quin és el valor de ν ? Quin tipus de fotó n'és?

(b) Un fotó amb una energia $h\nu$ xoca amb un àtom excitat que es troba en repòs. Després del xoc el fotó continua tenint una energia $h\nu$, però el sentit del moviment experimenta un canvi de 180° . Si l'àtom es troba en l'estat fonamental després del xoc, quina és l'energia d'excitació inicial?

Solució

(a)



En aplicar la conservació de l'impuls energia al sistema anterior s'arriba a les dues equacions següents:

$$E_f + mc^2 = E + \frac{E_f}{2}$$

$$(\mathbf{pc})_f = (\mathbf{p}'c)_f + (\mathbf{pc})_e$$

Si s'escriuen en la forma,

$$E_f - \frac{E_f}{2} + mc^2 = E, \text{ és a dir } \frac{E_f}{2} + mc^2 = E$$

$$(\mathbf{pc})_f - (\mathbf{p}'c)_f = (\mathbf{pc})_e$$

Si elevem les dues equacions al quadrat s'obté

$$\frac{E_f^2}{4} + E_f mc^2 + (mc^2)^2 = E^2$$

$$(\mathbf{pc})_f^2 + (\mathbf{p}'c)_f^2 - 2(\mathbf{pc})_f (\mathbf{p}'c)_f = (\mathbf{pc})_e^2$$

Com que per al fotó $(\mathbf{pc})_f = E_f$, $(\mathbf{p}'c)_f = E_f/2$ i $\mathbf{pc} \cdot \mathbf{p}'c = pc \cdot p'c \cos 60^\circ$, la segona equació es pot escriure en la forma,

$$E_f^2 + \left(\frac{E_f}{2}\right)_f^2 - 2(E_f)_f \left(\frac{E_f}{2}\right)_f \cos 60^\circ = (\mathbf{pc})_e^2$$

Equació que es pot escriure de manera simplificada com

$$\frac{3}{4} E_f^2 = (\mathbf{pc})_e^2$$

Si a l'equació anterior, $\frac{E_f^2}{4} + E_f mc^2 + (mc^2)^2 = E^2$, li restem aquesta última que hem deduït,

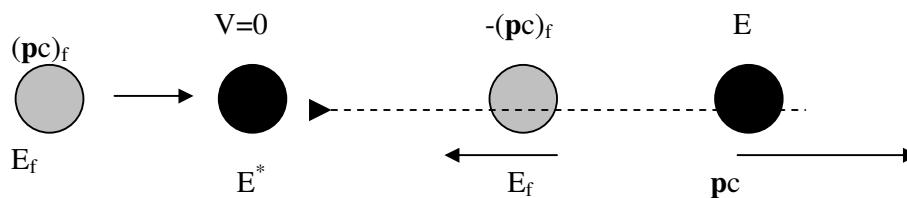
$$\frac{E_f^2}{4} - \frac{3E_f^2}{4} + E_f mc^2 + (mc^2)^2 = E^2 - (pc)_e^2$$

Però per a l'electró $(mc^2)^2 = E^2 - (pc)_e^2$, per tant resulta $\frac{2E_f^2}{4} + E_f mc^2 = 0$, és a dir, $E_f = 2 mc^2$. Com que $E_f = hu$, aleshores

$$\nu = \frac{2mc^2}{h} = 2,5 \cdot 10^{20} \text{ Hz}$$

Ja que per a l'electró $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, i $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ i $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$. Es tracta de radiació gamma.

(b)



On $E^* = Q + Mc^2$ i Q és l'energia d'excitació.

Procedint de manera semblant a com s'ha fet a l'apartat anterior, trobem el sistema d'equacions següents després d'aplicar el principi de conservació de l'impuls energia,

$$E_f + E^* = E + E_f$$

$$(pc)_f = -(pc)_f + pc$$

El sistema anterior es pot escriure també en la forma,

$$\begin{aligned} E^{*2} &= E^2 \\ 4E_f^2 &= (pc)^2 \end{aligned}$$

Restem a la primera equació la segona i tenim en compte que $Mc^2 = E^2 - (pc)^2$,

$$E^{*2} - 4E_f^2 = (Mc^2)^2$$

Finalment aïllem Q , després de substituir $E^* = Q + Mc^2$,

$$Q = Mc^2 \left[\sqrt{1 + \left(\frac{2E_f}{Mc^2} \right)^2} - 1 \right]$$

