

(5-16 p. 186 FRENCH) Una línia corresponent al calci en l'espectre de l'estrella  $\alpha$  Centauri té una longitud d'ona de 396,820 nm; la mateixa línia en l'espectre solar té una longitud d'ona que és de 396,849 nm.

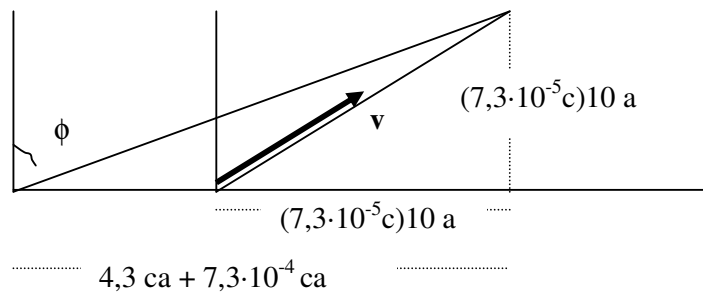
- Quina és la velocitat radial de  $\alpha$  Centauri relativa al sistema solar? S'apropa o s'allunya?
- La velocitat transversal de  $\alpha$  Centauri és pràcticament igual a la velocitat radial d'aquesta; la distància al Sol és de 4,3 anys llum  $\alpha$  Centauri després de 10 anys.
- Quina velocitat transversal respecte de la visual haurien de tenir els ions de calci de forma que la llum amb longitud d'ona normal de 396,849 nm variara en 0,029 nm? Es podria distingir la llum de la que es rep procedint de  $\alpha$  Centauri.

### Solució

(a) S'allunya ja que hi ha un augment de longitud d'ona. Al sistema solar la longitud d'ona mesurada,  $\lambda_{SS}$ , estarà relacionada amb la longitud d'ona emesa per una font en repòs,  $\lambda_o$ ,

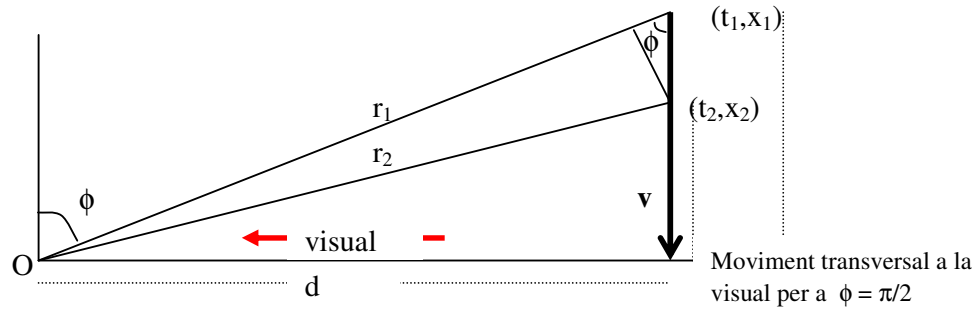
$$\frac{\lambda_{SS}}{\lambda_o} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \quad \text{És a dir,} \quad \frac{396,849}{396,820} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}, \quad \text{d'on es troba que } \beta = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ i } v=22 \text{ km/s.}$$

(b)



$$\phi = \arctg \left[ \frac{7,4 \cdot 10^{-4} \text{ ca}}{(4,3 + 7,3 \cdot 10^{-4}) \text{ ca}} \right] = 0,01^\circ$$

(c)



$t_1$  i  $t_2$  són els instants, mesurats en O, en què s'emeten els senyals en els punts  $x_1$  i  $x_2$ , respectivament tarden a arribar al punt O el temps,  $r_1/c$  i  $r_2/c$ , per tant al punt O s'enregistra una diferència entre els senyals,  $T_0$ , de valor

$$T_0 = \left( t_2 + \frac{r_2}{c} \right) - \left( t_1 + \frac{r_1}{c} \right) = (t_2 - t_1) - \frac{(r_1 - r_2)}{c}$$

Si  $x_1 - x_2 \ll r$ , aleshores  $(r_1 - r_2) \approx (x_1 - x_2) \cos \phi$ , a més,

$$(t_2 - t_1) = \gamma T_{\text{font}} = \gamma v_{\text{font}} \quad \text{i} \quad (x_2 - x_1) = v(t_2 - t_1) = v \gamma v_{\text{font}}$$

Per tant, si tenim en compte que  $T_0 = \frac{1}{v_0}$ , arribem a la relació següent:

$$\frac{1}{v_0} = \frac{\gamma}{v_{\text{font}}} - V \gamma \frac{\cos \phi}{c v_{\text{font}}}$$

D'on s'obté que

$$v_0(\phi) = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \phi} v_{\text{font}} \quad \text{o} \quad \lambda_0(\phi) = \frac{1 - \beta \cos \phi}{\sqrt{1 - \beta^2}} \lambda_{\text{font}}$$

Si  $\phi = \pi/2$  (transversal), aleshores  $\lambda_0\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \lambda_{\text{font}}$ , d'on es pot deduir  $\beta$ , ja

que  $\lambda_{\text{font}} = 396,849 \text{ nm}$  i  $\lambda_0 = (396,849 + 0,029) \text{ nm}$ . S'obté  $\beta = 0,012$ , és a dir  $v = 3.600 \text{ km/s}$ .

Aquesta  $\lambda_0 = 396,878 \text{ nm}$  pren un valor diferent de la llum provenint de  $\alpha$  Centauri,  $396,849 \text{ nm}$ .