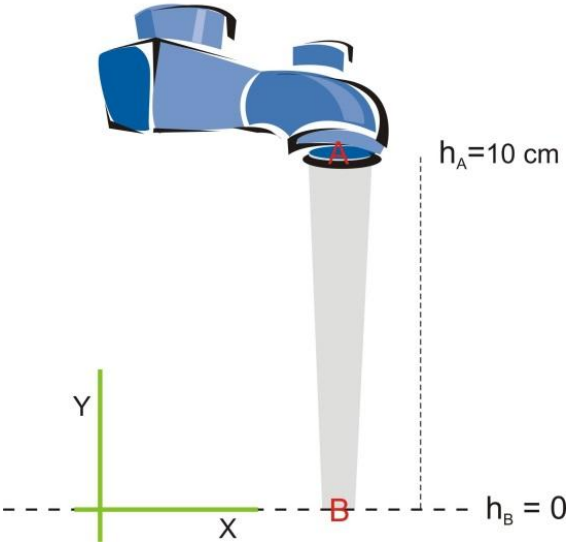
El chorro de salida de agua de un grifo tiene una sección circular de 2’6 cm^2 y una velocidad de 2 m/s. Determinad su sección cuando haya descendido 10 cm.

La disminución de la sección transversal que experimenta un chorro de agua o cualquier otro líquido mientras cae, es un hecho experimental que se puede constatar fácilmente, tal y como se muestra en la foto adjunta, tomada en una pila de lavar casera.

(Foto original de los autores)

En el ejercicio se nos pide qué valor tendrá la sección del chorro a una distancia dada por debajo de la boca de salida del grifo. *¿Cómo podríamos hacerlo?*

En el esquema siguiente, se ha representado la situación descrita en el enunciado, junto con el sistema de referencia a utilizar. El punto A corresponde a la boca del grifo y el B al punto en el cual queremos determinar el valor de la sección del chorro. Para simplificar, situaremos el origen de alturas (que serán todas sobre el eje Y) en ese punto B.



Podemos comenzar emitiendo hipótesis acerca de las variables de las que dependerá la sección pedida S_B. Evidentemente, dicha sección, S_B, será tanto mayor cuanto mayor sea de la sección que tenga la columna de agua en la salida del grifo, S_A, y menor, en cambio, cuanto mayor sea la altura de dicha columna, h_A, y cuanto mayor pudiera ser valor de la aceleración de la gravedad, g (si cualquiera de estas dos variables fuera cero, tendríamos $S_B = S_A$). En cuanto a la velocidad con la que salga el agua por el grifo, v_A, también es lógico plantear que (a igualdad del resto de factores), cuanto mayor sea dicha velocidad de salida, v_A, mayor debería ser S_B, ya que si S_B es mayor también debería ser mayor la velocidad en el punto inferior de la columna, v_B, y según señala la ecuación de continuidad ($S_A \cdot v_A = S_B \cdot v_B$) allí donde la sección sea menor, la rapidez con que se circula el fluido será mayor (y viceversa).

En resumen:

$$S_B = f\,(S_A, v_A, g, h)$$

Debiendo ser S_B mayor cuanto mayores sean S_A y/o v_A y cuanto menores sean g y/o h.

A partir de aquí, una posible estrategia para resolver este ejercicio (y muchos otros de hidrodinámica), es considerar qué es lo que permanece constante cuando se pasa de un punto A de la conducción a otro punto posterior B.

Sabemos por la Ecuación de Continuidad, que el caudal de agua (volumen que atraviesa una sección dada por unidad de tiempo), es el mismo en A que en B y que dicho caudal se puede expresar como el producto de la sección considerada por la rapidez del líquido que la atraviesa. En este caso, será:

$S_A \cdot v_A = S_B \cdot v_B$ (1)

Si conociésemos la rapidez v_B, bastaría despejar S_B de la ecuación anterior y operar, para obtener el resultado que buscamos. No obstante, la rapidez del agua v_B no es un dato del enunciado, por lo que hemos de pensar en alguna forma de determinarla:

Si aplicamos la Ecuación de Bernoulli a los puntos A y B:

$$p_A + \frac{1}{2}\rho \cdot g \cdot v_A^2 + \rho \cdot g \cdot h_A = p_B + \frac{1}{2}\rho \cdot g \cdot v_B^2 + \rho \cdot g \cdot h_B$$

Y como: $p_A = p_B = p_{atm}$, y $h_B = 0$, sustituyendo:

$$\frac{1}{2}\rho \cdot g \cdot v_A^2 + \rho \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2}\rho \cdot g \cdot v_B^2$$

Despejando ahora v_B, obtenemos que:

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gh_A} \quad (2)$$

Conviene tener en cuenta que la rapidez obtenida para el punto B, coincide con la que correspondería a la caída de cualquier objeto lanzado desde el punto A (dirección vertical y hacia abajo) con cierta rapidez, lo cual es lógico, puesto que la Ecuación de Bernoulli se deduce aplicando el principio de

conservación de la energía mecánica a una determinada masa de fluido y, en este caso, al ser $p_A = p_B = p_{atm}$, los trabajos del resto de fluido son iguales y de signo opuesto. Por tanto, el único efecto sobre la velocidad, será el de la fuerza gravitatoria.

Sustituyendo la expresión (2) en (1):

$$S_A \cdot v_A = S_B \cdot \sqrt{v_A^2 + 2gh_A}$$

De donde, tras despejar S_B y simplificar, obtenemos finalmente:

$$S_B = \frac{S_A}{\sqrt{1 + \frac{2gh_A}{v_A^2}}}$$

Y sustituyendo los valores numéricos: $S_B = 2'6 \cdot 10^{-4}/1'22 = 2'13 \cdot 10^{-4}\ m^2 = 2'13\ cm^2$

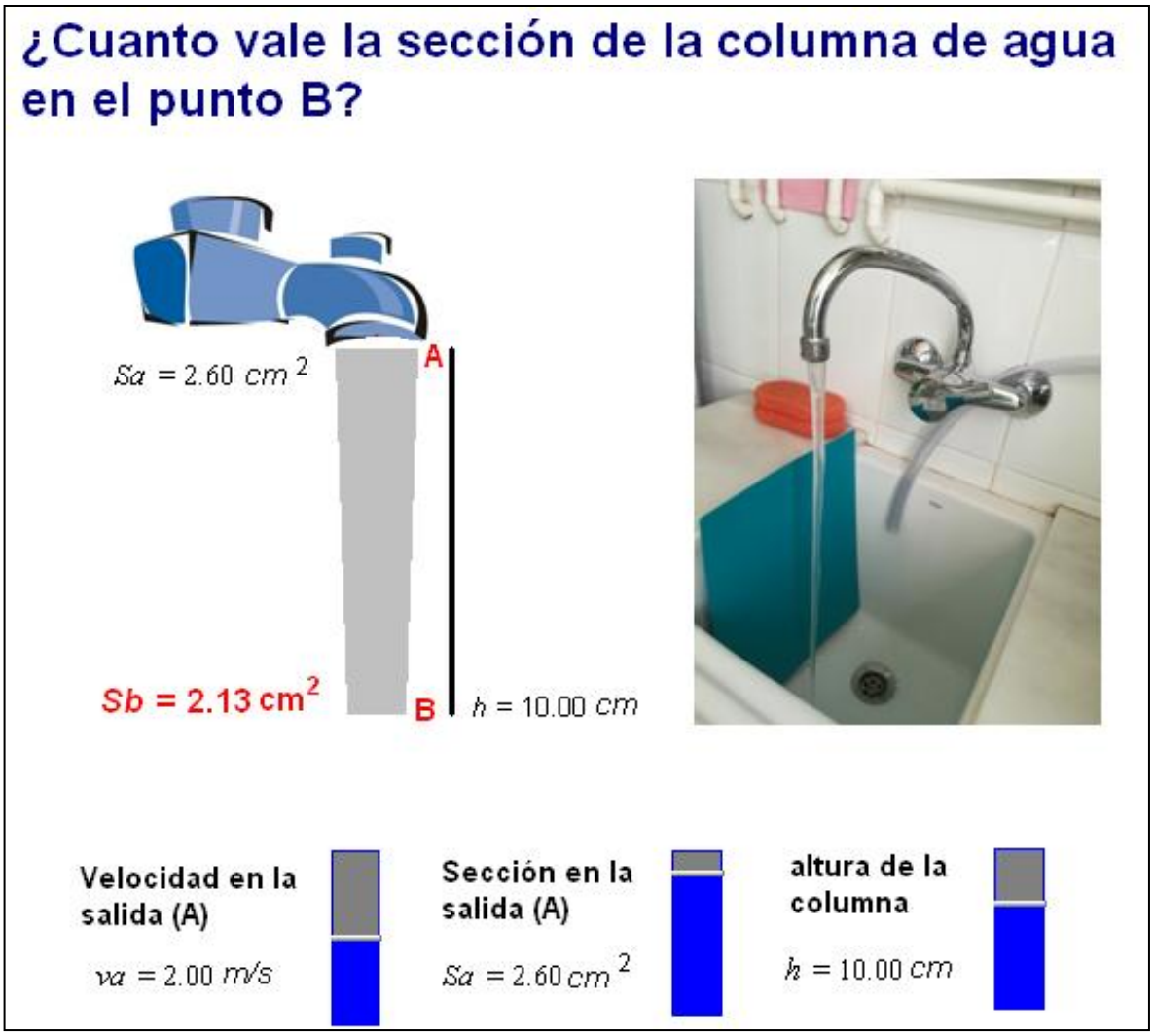
Si analizamos el resultado literal obtenido, vemos que, además de ser dimensionalmente homogéneo (L^2 en ambos lados de la ecuación), contempla todas las hipótesis y los casos límite que habíamos planteado al comienzo. Concretamente, a igualdad de los restantes factores:

S_B será tanto menor, cuanto mayor sea la altura h_A de la columna de agua considerada, cuanto mayor sea la velocidad v_A con que sale el chorro y cuanto menor sea la sección S_A del chorro justo a la salida del grifo (tal y como se puede comprobar experimentalmente). Además, se cumple que si $h_A = 0$ o si $g = 0$, entonces se obtiene $S_B = S_A$.

Finalmente, si nos fijamos en el valor numérico del resultado (algo que conviene hacer siempre), vemos que este es razonable y que ha disminuido respecto del que tenía a la salida del grifo (si hubiese dado mayor, sería indicativo de que se ha cometido algún error).

Además de resolver el problema usando lápiz y papel, los alumnos pueden reforzar los conocimientos tratados, mediante una animación interactiva *Modellus*, que hemos elaborado, en la que se visualiza la situación y se calcula la magnitud buscada, S_B. En la pantalla de dicha animación hemos colocado tres controladores manuales con los que los estudiantes pueden modificar otros tantos parámetros (concretamente, v_A, S_A, h) y ver cómo afectan esas modificaciones al resultado cuantitativo y al aspecto visual de la columna de agua.

La figura adjunta muestra el resultado en la animación cuando los valores de las magnitudes coinciden con los que hemos utilizado aquí.



La animación y el programa necesario para hacerla correr están disponibles en la Web de Materiales para la Enseñanza y la Divulgación de la Física de la Sección Local de Alicante de la RSEF http://rsefalicante.umh.es/fisica.htm