

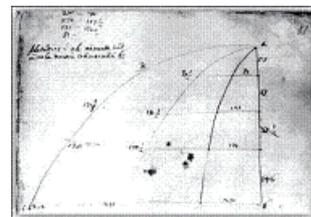
EL TIRO HORIZONTAL Y LA SUPERACIÓN DE LA BARRERA CIELO-TIERRA

HIPÓTESIS DE GALILEO SOBRE EL LANZAMIENTO HORIZONTAL

Uno de los grandes descubrimientos científicos de Galileo fue determinar la trayectoria parabólica de los proyectiles a partir de la composición de dos movimientos teóricos, que se suponen independientes entre sí. En la obra "Diálogos sobre los dos grandes sistemas del mundo, ptolemaico y copernicano" (1632) Galileo explicó esta composición así:

"Sabemos que el movimiento que tendrá lugar sobre un plano será uniforme y perpetuo, en el supuesto de que el plano se prolongue hasta el infinito. Si por el contrario, el plano es limitado, el móvil que suponemos dotado de gravedad, una vez llegue el extremo del plano y continúe su marcha, añadirá al movimiento precedente, uniforme e inagotable, esta tendencia hacia abajo, debida a la gravedad. Nace así un movimiento descendente naturalmente acelerado. Pues bien, a este tipo de movimiento yo le llamo proyección y hemos de demostrar alguna de sus propiedades, la primera de las cuales es la siguiente: Un proyectil que se desplaza con un movimiento compuesto por un movimiento horizontal y uniforme y por un movimiento descendente naturalmente acelerado, describe, en este movimiento, una línea semi-parabólica"

La ilustración adjunta reproduce unos apuntes originales de Galileo en los que realizó esta composición de movimientos, obteniendo varias trayectorias parabólicas a partir de valores diferentes de la velocidad horizontal del lanzamiento.

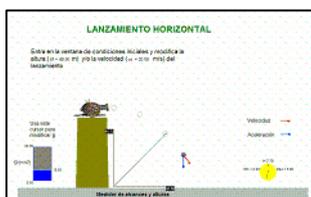


ECUACIONES DEL TIRO HORIZONTAL CON g CONSTANTE

La hipótesis de Galileo nos enseña a escribir las ecuaciones del tiro horizontal. Consideramos un objeto que se lanza horizontalmente con una velocidad inicial v_0 y desde una cierta altura H . El movimiento teórico del avance horizontal ha de ser uniforme y, en consecuencia, tendrá la siguiente ecuación de la posición: $x = v_0 \cdot t$

Para variaciones de la altura pequeñas, el movimiento teórico de caída vertical ha de ser uniformemente acelerado, igual que una caída libre con aceleración g . Cumplirá la siguiente ecuación de la posición: $y = H - (1/2) g \cdot t^2$

De acuerdo con la hipótesis de Galileo, el movimiento real debería ser una composición de ambos movimientos, de tal forma que sus sucesivas posiciones estén determinadas por un vector de posición de componentes x , y . Para comprobar si se cumple la proposición de Galileo bajo estas premisas, eliminamos la variable t entre las ecuaciones anteriores y obtenemos la siguiente expresión: $y = H - (g/2v_0^2)x^2$. Como la altura H , la gravedad g y la velocidad horizontal v_0 , son constantes, esta ecuación corresponde a una parábola descendente en el plano XY , tal como afirma la proposición de Galileo.



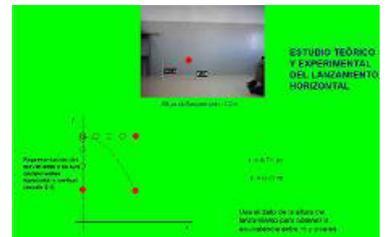
Para profundizar en el estudio teórico del lanzamiento horizontal el Departamento ha elaborado una animación *Modellus* interactiva. Permite modificar la altura H , la gravedad g y la velocidad horizontal v_0 , del lanzamiento. La simulación dibuja a intervalos regulares de tiempo posiciones sucesivas del proyectil, así como los vectores que representan en cada instante su velocidad y su aceleración. Hemos incorporado en la pantalla un medidor de alcances y alturas con el que se puede comprobar en cada instante el cumplimiento de la relación anterior.

COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL DE LA HIPÓTESIS DE GALILEO

Con intención de contrastar experimentalmente la hipótesis de Galileo, hacemos $y = 0$ en la ecuación del movimiento parabólico. De esta forma, se obtiene la siguiente relación entre la altura H y el alcance horizontal A del lanzamiento (para una misma velocidad inicial): $H = (g/2v_0^2)A^2$

Esta relación permite diseñar un experimento escolar que reproduce el experimento original de Galileo. Consiste en lanzar horizontalmente una canica desde diferentes alturas y medir los alcances correspondientes. Para lanzar la canica con una velocidad determinada usamos un plano inclinado que aporta dicha velocidad a la canica antes de rodar por la superficie plana de una mesa. Para medir los alcances pintamos la canica con una tiza, con objeto de que deje una marca al chocar con el suelo.

Con ayuda del simulador *Modellus*, hemos planteamos otro diseño experimental un poco más elaborado, que permite una comprobación cualitativa directa de la hipótesis de Galileo. Se filma en el laboratorio un clip de video del lanzamiento horizontal de una pelota y se inserta en una página *Modellus* en la que creamos una simulación que representa los movimientos teóricos de avance horizontal y caída vertical, así como el movimiento resultante de su composición. El análisis experimental busca la concordancia entre el movimiento real (filmado) y el movimiento teórico (composición de los de avance y caída)

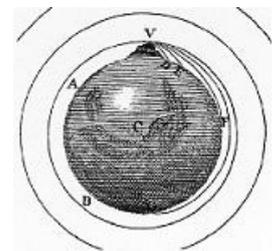


CONTRIBUCIÓN DEL TIRO HORIZONTAL A LA SÍNTESIS NEWTONIANA

Una característica importante de la física antigua de Aristóteles fue plantear una separación radical entre dos "mundos": un mundo sublunar imperfecto o terrestre y el mundo celeste o perfecto. Se consideraba que estas dos partes del Universo funcionan obedeciendo a leyes diferentes: en el mundo celeste, el Sol, la Luna y las estrellas se mueven aparentemente de forma regular y permanente siguiendo círculos suaves y uniformes alrededor de la Tierra; en cambio, en el mundo imperfecto terrestre, el estado natural de los objetos es el reposo, es necesario intervenir sobre ellos para ponerlos en movimiento (y para mantener dicho movimiento) y todos los objetos, lanzados con mayor o menor velocidad, siempre caen al suelo y terminan parándose.

Con el establecimiento de las leyes de la mecánica newtoniana y de forma particular al formular la ley de gravitación, Newton declaró el carácter universal de las leyes de la mecánica y promovió una ruptura con la tradicional separación entre los llamados "movimientos de objetos terrestres y celestes".

Para analizar la contribución que puede hacer el estudio del tiro horizontal a la síntesis newtoniana puede ayudar la ilustración adjunta, similar al dibujo que encontramos en la portada de muchas ediciones de los *Principia* de Newton. Un objeto lanzado horizontalmente desde una colina V realiza un movimiento parabólico hasta caer en un cierto punto D . Si la velocidad es mayor, el mismo objeto caerá en el punto E , F ,... Ahora bien, si la velocidad del lanzamiento es bastante mayor, ocurrirá para un cierto valor de ésta, que la relación entre su movimiento de avance horizontal y el de caída vertical coincida exactamente con la relación existente entre el avance horizontal del suelo terrestre y la caída de éste (se ha de tener en cuenta la esfericidad de la Tierra) El objeto caerá entonces al mismo



ritmo que "cae" el propio suelo terrestre, con lo que siempre estará a la misma altura y, por tanto, describirá una trayectoria circular alrededor de la Tierra, como hacen los satélites.

Vemos así que no se plantean diferencias fundamentales entre el movimiento regular de un satélite (un movimiento "celeste") y el de un tiro horizontal que termina chocando contra el suelo (un movimiento "terrestre") cuando se



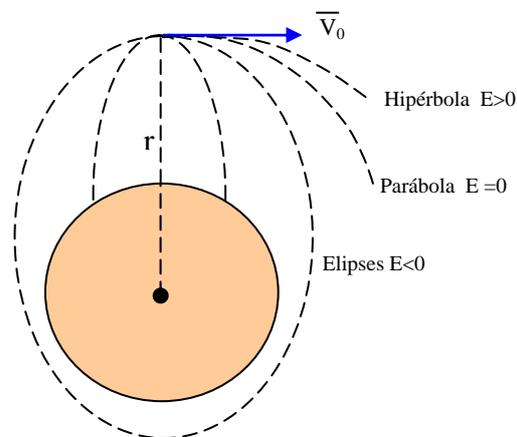
interpretan bajo el paraguas de las leyes de Newton. Se requieren las mismas leyes fundamentales para estudiar ambos movimientos y es únicamente el valor de la velocidad inicial en relación con la altura del lanzamiento lo que determina que el objeto siga una trayectoria parabólica o circular, tal como mostramos en una animación *Modellus* elaborada a tal fin. En general, la aplicación de la ley de gravitación universal combinada con los principios de la dinámica newtoniana proporciona la misma ecuación y diferentes

soluciones para el movimiento de cualquier objeto sometido a la atracción gravitatoria de un cuerpo celeste, como, por ejemplo, un planeta. Dependiendo de los valores que adopten las magnitudes influyentes (velocidad inicial, distancia entre el planeta y el objeto, masa del planeta), se obtienen varias trayectorias posibles: caída libre vertical, movimiento parabólico, órbita circular, órbita elíptica o trayectoria hiperbólica.

BALANCE ENERGÉTICO DE UN LANZAMIENTO HORIZONTAL Y POSIBLES TRAYECTORIAS

Una vez realizado el lanzamiento horizontal de un objeto de masa, m , a una distancia r del centro de la Tierra, el sistema formado por la Tierra y el objeto tiene energía cinética positiva ($E_c = mv^2/2$) y energía potencial gravitatoria negativa ($E_{pg} = -GMm/r$). Al hacer un balance entre ambas energías, caben tres posibilidades:

- a) Que la energía total sea negativa, es decir, que la energía potencial en valor absoluto sea mayor que la energía cinética. En ese caso, el objeto está ligado al planeta (cae al suelo terrestre o tiene una órbita elíptica o circular)
- b) Que la energía total sea nula, es decir que el valor absoluto de la energía potencial coincida en todo momento con el valor de la energía cinética. En ese caso, el objeto se puede alejar indefinidamente de la Tierra y a una distancia infinita su velocidad sería 0. La velocidad que tiene el objeto en este caso especial se llama velocidad de escape y describe una parábola.



- c) Que la energía mecánica sea positiva, es decir, que la energía cinética supere al valor absoluto de la energía potencial. Al satélite le sobre energía cinética para escapar de la atracción gravitatoria terrestre y describe una hipérbola.

Para practicar estos conceptos hemos diseñado una animación que simula el movimiento de un satélite en los diferentes casos. Se han utilizado valores reales para construirla, incluido el de la velocidad de escape en la Tierra.



Los experimentos, materiales y referencias citadas en este documento están disponibles en la página dedicada al estudio del lanzamiento horizontal y la superación de la barrera Cielo-Tierra (<http://intercentros.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Tiro-horizontal/Tiro-horizontal.htm>) dentro de la página web del Departamento de Física y Química del IES "Leonardo Da Vinci" de Alicante (<http://intercentros.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/fisica.htm>)