RELATIVIDAD ESPECIAL

CARÁCTER RELATIVO DEL MOVIMIENTO

El estado y el tipo de movimiento de cualquier objeto depende del sistema de referencia que se adopte para estudiarlo. Así, por ejemplo, nuestro satélite tiene un movimiento circular y uniforme alrededor de la Tierra, pero, con respecto a un sistema de referencia con origen en centro del Sol, describe una trayectoria bastante más complicada, como muestra la animación adjunta (disponible en el tema "on line"), que permite al usuario asignar diferentes velocidades de traslación de cualquier satélite con respecto a la Tierra y comprobar su correspondiente trayectoria con respecto al Sol.

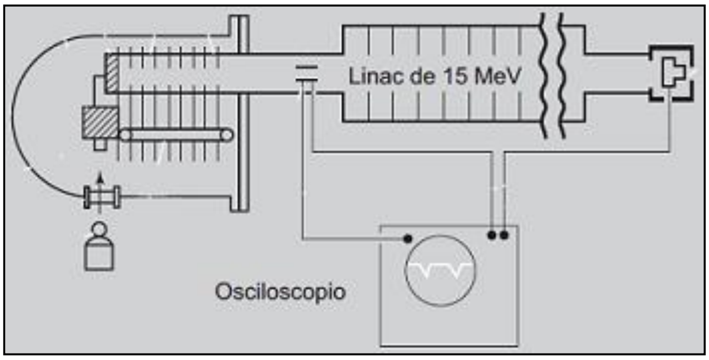
Este carácter relativo de los movimientos, trae un problema fundamental al proceso de construcción de cualquier teoría mecánica que se proponga estudiarlos, puesto que implica que bastantes de las magnitudes que han de servir para describir cualquier movimiento (como, por ejemplo, la posición y la velocidad) tienen valores diferentes dependiendo del sistema de referencia que se adopte. Entonces, cabe plantearse la siguiente cuestión: ¿Será posible elaborar una teoría sobre los movimientos estructurada con unas leyes únicas y, a la vez, capaces de adaptarse a las diferentes descripciones que tiene cada movimiento en distintos sistemas de referencia?

Considerando este problema, el reto fundamental de cualquier teoría mecánica es buscar unas leyes únicas para el estudio de los movimientos y, al mismo tiempo, capaces de proporcionar descripciones diferentes y correctas de cualquier movimiento según cual sea el sistema de referencia que se adopte. Observadores situados en sistemas de referencia distintos (en este ejemplo, con origen en el centro de la Tierra o con origen en el centro del Sol) deberían poder utilizar esas leyes compartidas para estudiar cada movimiento, y, al hacerlo, cada uno debería obtener un valor diferente de las magnitudes relativas, como son, entre otras, la posición y la velocidad.

Además de poseer esa capacidad de adaptación de las leyes a cada sistema de referencia, la teoría mecánica ha de contener un conjunto adicional de ecuaciones que permita trasladar los valores de las magnitudes que describen cada movimiento al pasar de un sistema de referencia a otro. ¿Cómo podrían, si no, sus usuarios (en sistemas de referencia distintos) intercambiar sus datos, mediciones, predicciones,..?

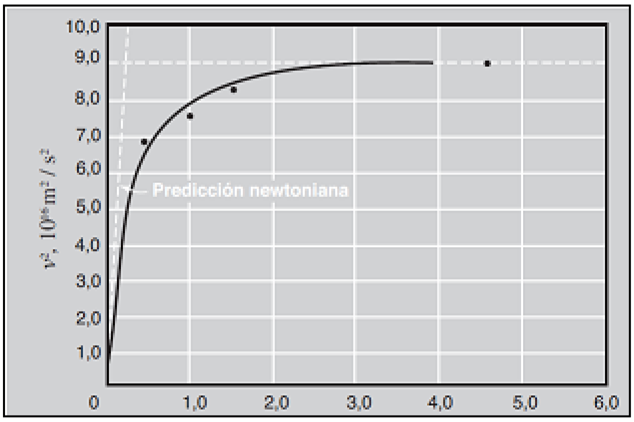
VELOCIDAD LÍMITE

En 1964 William Bertozzi realizó un experimento que puso de manifiesto que la velocidad de la luz en el vacío, c, no podía ser alcanzada por los electrones por mucha energía que se les proporcionara. Hoy la afirmación de que c es un límite superior de velocidades inalcanzable por cualquier partícula material expresa un hecho fundamental de la naturaleza y se deduce directamente de los postulados de la relatividad.



En el experimento de Bertozzi se inyectaron electrones, procedentes de un generador electrostático Van der Graff, en un acelerador lineal (denominado Linac) y se midió el tiempo requerido por esos electrones para recorrer en el vacío una distancia dada. El dispositivo experimental les proporcionó unas energías cinéticas elevadas (de hasta 15MeV) y el tiempo que dura su trayectoria se midió con un osciloscopio. Independientemente se determinó, utilizando técnicas de calorimetría, la energía cinética de los electrones.

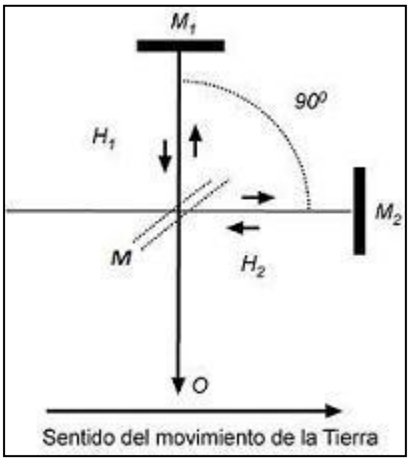
La gráfica adjunta resume los resultados de este experimento histórico. La conclusión inequívoca fue que no es posible proporcionar a los electrones una una velocidad arbitrariamente grande, aunque se les suministre toda la energía que se desee. Bertozzi concluyó: "*Los resultados indican claramente que mientras la energía de los electrones se incrementa, la velocidad se aproxima a un valor límite igual a $3 \cdot 10^8$ m/s*". Estos resultados no tienen explicación en la mecánica de Newton y, en cambio, acabaron siendo un pilar de la teoría de la relatividad especial. Einstein, de hecho, la calificó como "*una nueva mecánica aplicable en un mundo en el que existe un límite superior de velocidades*".



EXPERIMENTO DE MICHELSON Y MORLEY

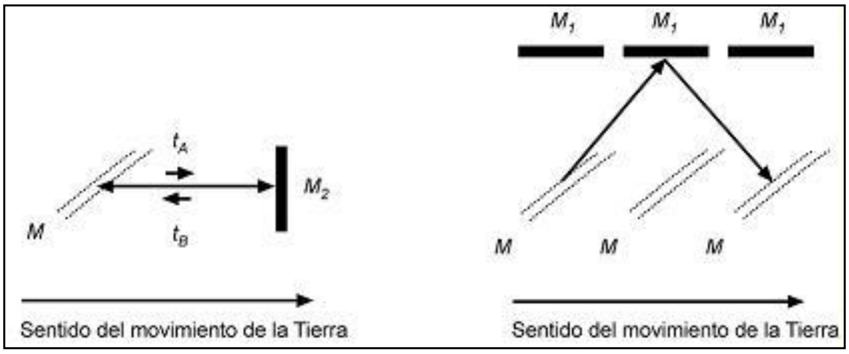
A finales del siglo XIX Michelson (1852-1931) inventó el interferómetro óptico y lo utilizó para realizar una investigación destinada a medir el movimiento de la Tierra en el espacio (más precisamente, con respecto a un hipotético espacio absoluto). Hizo el experimento en solitario por primera vez en 1881 y posteriormente, en 1887, en colaboración con Morley (1838-1923), realizaron una versión más precisa de la investigación. El resultado negativo que obtuvieron conmovió a los físicos y sólo pudo ser bien explicado tiempo después mediante la teoría de la relatividad.

El esquema de la figura adjunta muestra una versión simplificada del interferómetro. M_1 y M_2 son espejos normales. M es un espejo semitransparente (refleja y deja pasar el 50% de la luz) y O representa al observador (puede ser un telescopio). Un haz de luz H pasa por M y se divide en dos haces coherentes de luz H_1 y H_2. El haz 1 se refleja en el espejo M_1 y regresa a M. El haz 2 hace lo propio en M_2 y también regresa a M. Después de que el haz 1 pasa parcialmente por M y el haz 2 se refleja parcialmente en M, ambos haces, 1 y 2, se dirigen al telescopio O, donde interfieren.

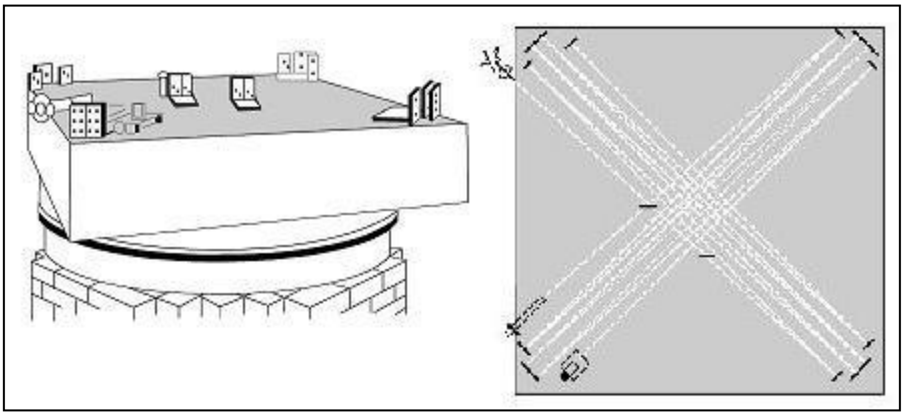


Para entender cómo se concibió el experimento, se puede suponer al interferómetro fijo sobre la Tierra y pensar que en el momento de realizar el experimento, la Tierra se está desplazando a través del espacio en el sentido de izquierda a derecha, según se indica en la figura.

En estas condiciones el haz H_1 y el haz H_2 hacen dos recorridos de longitud diferente hasta llegar al observador O (indicados en la figura adjunta) y, por tanto, tardan también un tiempo diferente hasta que interfieren en el telescopio O. De acuerdo con la teoría ondulatoria, las franjas de interferencia producidas dependen de la diferencia de fase entre los dos haces, y, en este montaje, esa diferencia de fase depende a su vez de las longitudes de los brazos del interferómetro y de la velocidad del interferómetro en el espacio. Por lo tanto, si se ajustan adecuadamente los espejos y los brazos del interferómetro, se deberían producir unas franjas de interferencia bien definidas en una determinada posición del interferómetro. Y, razonaban Michelson y Morley: "*al girar el interferómetro, o al realizar el experimento en diferentes momentos, se producirá un desplazamiento de dichas franjas*".



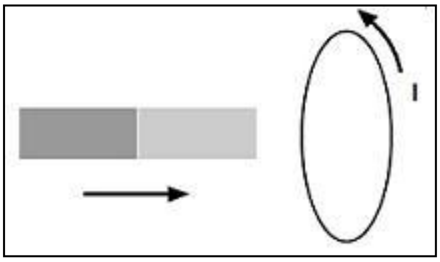
Michelson y Morley montaron el interferómetro en una gran loza de piedra para obtener mayor estabilidad e hicieron flotar el aparato en mercurio de modo que pudiera girar suavemente sobre su centro. Para que la trayectoria de la luz fuera lo más larga posible, colocaron espejos en la loza que reflejaron los haces de ida y vuelta en 8 viajes completos. Observaron franjas bajo una rotación continua de los aparatos. Repitieron el experimento de día y de noche, para tener en cuenta la rotación de la Tierra alrededor de su eje, e hicieron mediciones durante todas las estaciones del año. Inesperadamente, nunca observaron el desplazamiento que habían predicho de las franjas de interferencia. Este resultado supuso tal conmoción que durante un periodo de unos 50 años fue repetido por muchos físicos y en condiciones diversas. Todas confirmaron el resultado original.



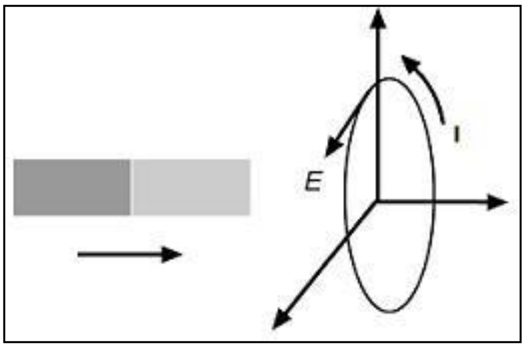
El resultado negativo del experimento de Michelson y Morley induciría a pensar que la Tierra no se mueve. Como es evidente que Tierra si se mueve y sabemos que lo hace en un entorno vacío, a los ojos de hoy la única interpretación posible es plantear que la luz tenga en el vacío la misma velocidad con respecto a la Tierra (y, por extensión, con respecto a cualquier posible sistema de referencia), independientemente de cuál sea la velocidad de ésta

EL PROBLEMA DEL IMÁN Y LA ESPIRA CONDUCTORA

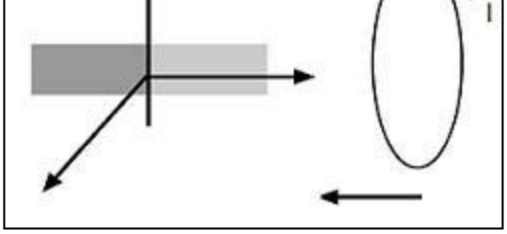
En 1905 Albert Einstein (1879-1955) publicó en la revista *Annalen der Physik* un artículo denominado: "Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento", en el que sentó las bases de la relatividad especial. En este trabajo, antes de formular los postulados fundamentales de esta teoría, planteó una interesante disquisición sobre la acción electrodinámica recíproca que tiene lugar entre un imán y una espira de material conductor, por la cual, mientras se desplaza el imán cerca de la espira, se genera en ella una corriente eléctrica.



Einstein subrayó el carácter simétrico de la interacción entre el imán y la espira, es decir, destacó el concepto de que la intensidad de la corriente producida en el alambre ha de depender únicamente del movimiento relativo entre ambos, y contrapuso esta afirmación de carácter fundamental a las explicaciones que hasta entonces se venían dando de este tipo de fenómenos, para poner en evidencia que tales explicaciones, que solían distinguir dos casos, según cuál de los dos cuerpos que interaccionan se considere que se mueve (el imán o la espira), no tenían un carácter relativista.



En efecto, si se consideraba que el imán se mueve y la espira esta en reposo (equivale a adoptar un sistema de referencia ligado a la espira), se interpretaba el fenómeno diciendo que alrededor del imán se crea un campo eléctrico, que genera una corriente en los lugares que ocupan partes del conductor. Esto es así porque mientras se mueve el imán, el campo magnético que produce dicho imán varía. La teoría electromagnética dice que un campo magnético variable genera un campo eléctrico, también variable y perpendicular a aquel. En este caso, el campo magnético variable creado por el imán en movimiento, atraviesa transversalmente a la espira y genera un campo eléctrico, E, paralelo a ella, que ejerce sobre los electrones de la espira una fuerza eléctrica (F=q·E).



En cambio, si se consideraba que el imán está en reposo y el conductor se mueve (equivale a adoptar un sistema de referencia ligado al imán), no se crea alrededor del imán ningún campo eléctrico, sino que se genera una fuerza electromotriz en el conductor. En este caso el campo magnético, **B**, que produce el imán es estacionario y la fuerza sobre cada electrón se calcula utilizando la ley de la fuerza de Lorentz [**F**=q(**v**x**B**)]. Desde este sistema de referencia la velocidad **v** que se atribuye a los electrones antes de que se genere la corriente se debe a que ellos son solidarios con la espira móvil. Por eso, dicha velocidad es perpendicular a la propia espira y el producto vectorial de **v**x**B** tiene la dirección del conductor.

Estos razonamientos aplican la teoría electromagnética en dos sistemas de referencia diferentes y obtienen en ambos casos unas conclusiones concordantes con los hechos empíricos (es decir, explican la aparición de la corriente en la espira). Pero no consideran de una manera explícita el carácter relativo del movimiento entre el inductor de la corriente (el imán) y el inducido (la espira). Einstein destacó que, como consecuencia de ello, se obtenía una conclusión insatisfactoria: Según un punto de vista habría un campo eléctrico en el espacio afectando a la espira y según el punto de vista alternativo no habría tal campo eléctrico. Pero, claro está, un campo eléctrico es una entidad física con una energía asociada que no puede estar y no estar.

Así, al defender en este ejemplo, que ambos sistemas de referencia inerciales (uno ligado a la espira y el otro ligado al conductor) sean equivalentes, Einstein, estaba reclamando la necesidad de una nueva teoría física, dotada de unas nuevas leyes de transformación de las magnitudes que, en este caso deberían convertir un campo magnético variable más un campo eléctrico generado por él (punto de vista del sistema de referencia ligado a la espira) en un campo magnético estacionario dotado de la misma energía que aquellos (punto de vista del sistema de referencia ligado al imán). En una proposición que envió a una reunión que se celebró en 1952 en honor del centenario del nacimiento de Michelson, lo dijo así: "*Lo que me condujo más o menos directamente a la teoría especial de la relatividad fue la convicción de que la fuerza electromotriz que actúa sobre un cuerpo en movimiento en un campo magnético era nada menos que un campo eléctrico*".

POSTULADOS DE LA RELATIVIDAD

El párrafo del artículo de 1905 "Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento", donde Einstein formuló los postulados de la relatividad especial, dice: "*Ejemplos de esta especie* (se refiere al problema del imán y la espira conductora)*, junto con los intentos infructuosos de descubrir algún movimiento de la Tierra con relación al medio lumínico* (se refiere al experimento de Michelson y Morley)*, obligan a sospechar que ni los fenómenos de la electrodinámica, ni los de la mecánica poseen propiedades que se correspondan con la idea de reposo absoluto. Indican más bien que las mismas leyes de la electrodinámica y de la óptica son válidas en todos los sistemas de referencia para los que son ciertas las ecuaciones de la mecánica* (es decir, los sistemas de referencia inerciales)*. Elevemos esta conjetura (cuyo contenido llamaremos de ahora en adelante Principio de relatividad) a la categoría de postulado, e introduzcamos además otro, cuya incompatibilidad con el primero es sólo aparente, a saber: que la luz se propaga siempre en el vacío a una velocidad c independiente del estado del movimiento del cuerpo emisor. Estos dos postulados bastan para obtener una teoría simple y coherente…*".

Estos son pues los dos postulados de la relatividad especial:

I. Las leyes fundamentales de toda la física (de la mecánica y del electromagnetismo) **se escriben igual en cualquier sistema de referencia inercial** (Principio de relatividad)

II. La luz se propaga en el vacío con una velocidad *c* independiente del posible movimiento de la fuente emisora.

Barnesh Hoffmann, discípulo de Einstein, dijo en su libro "*La relatividad y sus raíces*" que la grandeza de estos principios está en el hecho de que, planteados por separado, pueden parecer casi inocuos, e, incluso, evidentes. Sin embargo, considerados en conjunto forman un cóctel explosivo, destinado a remover a toda la física clásica.

En efecto, el postulado I plantea que la capacidad que las leyes de la mecánica ya tenían de poder escribirse igual en todos los sistemas de referencia (principio de relatividad de Galileo) también la tengan las leyes del electromagnetismo. A los ojos de hoy, esta pretensión parece lo más lógico, más aún, si tenemos en cuenta que en realidad es muy difícil, por no decir imposible, concebir algún fenómeno o experimento de la física que se pueda considerar únicamente mecánico o solamente electromagnético. Cualquier experimento "mecánico" ha de incluir la utilización de algún tipo de medida óptica (por ejemplo, a través de nuestros propios ojos), eléctrica, etc. y todo experimento "electromagnético" hace intervenir a magnitudes mecánicas, como posiciones, velocidades, etc.

Por su parte, el segundo postulado simplemente reafirma una ley básica de la teoría electromagnética de Maxwell según la cual la velocidad de la luz depende únicamente de las propiedades eléctricas y magnéticas del medio.

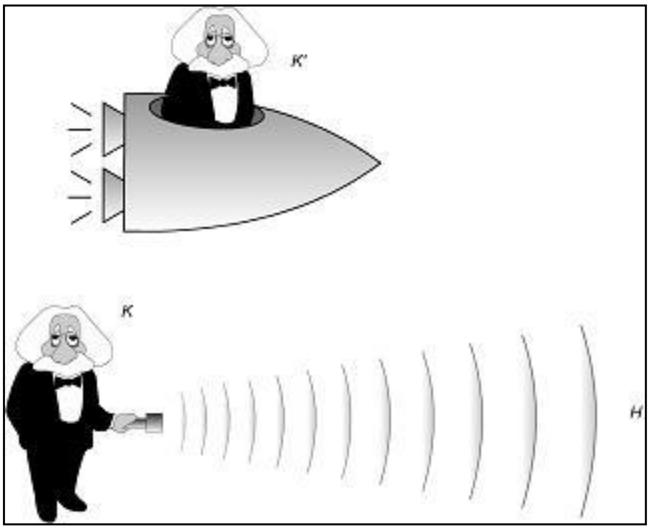
Es, por tanto, la consideración conjunta de ambos postulados o principios, y no su análisis por separado, lo que forma ese cóctel que permitió fundamentar una mecánica nueva, alternativa a la de Newton.

COROLARIOS SOBRE LA VELOCIDAD DE LA LUZ

Los siguientes dos corolarios se deducen directamente de los postulados de la relatividad:

Corolario nº1: La luz tiene a la misma velocidad, c, en todos los sistemas de referencia inerciales. Esta afirmación concuerda con el resultado del experimento de Michelson y Morley.

Para deducir esta afirmación de los dos postulados se puede empezar diciendo que, de acuerdo con el segundo, la luz ha de viajar a la velocidad, c, en el vacío, es decir, respecto de un hipotético sistema de referencia inercial, K, con ejes fijos en dicho vacío. Esta es una ley fundamental del electromagnetismo. Ahora bien, para que se cumpla también el segundo postulado, es necesario que en cualquier otro sistema de referencia inercial, K', que tenga una velocidad constante respecto de K, sean iguales las leyes fundamentales del electromagnetismo. En caso contrario habría un modo empírico de diferenciar entre K y K'. Por lo tanto, la luz también ha de viajar en cualquier otro sistema de referencia inercial, K' a la velocidad c.



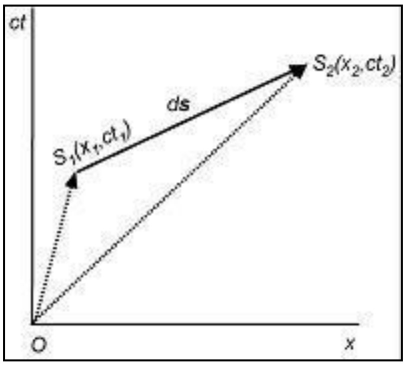
Corolario nº2: La velocidad de la luz es un límite superior a la velocidad de cualquier entidad material. Esta afirmación concuerda con el resultado del experimento de Bertozzi.

Para deducir esta segunda consecuencia de los dos postulados se puede imaginar que una entidad material, como por ejemplo una nave espacial, inicialmente en reposo, se propone aumentar su velocidad todo lo posible. Consideramos que una persona K, en reposo, envía un haz de luz H, por ejemplo, encendiendo una linterna, en el sentido del movimiento de la nave y lo hace, justamente, cuando la nave K′, que ha iniciado el movimiento antes, pasa por la posición de K con una velocidad constante. De acuerdo con lo que expresa el corolario 1, sea cual sea la velocidad que haya podido alcanzar la nave K′ respecto de K, las ondas luminosas H se han de mover respecto de K′ y respecto de K a la misma velocidad c. Y esto sólo es posible si la nave K′ no alcanza (ni adelanta) a esas ondas H. Por lo tanto, se concluye que la nave K′ no puede nunca alcanzar la velocidad c respecto del sistema de referencia ligado a K.

EL ESPACIO-TIEMPO

Para introducir este concepto central de la relatividad se puede pensar en un objeto que tenga una determinada velocidad respecto de un sistema de referencia, K. El mismo objeto tiene una velocidad mayor respecto de cualquier otro sistema de referencia K´, que se mueva alejándose de K en sentido opuesto. Esa velocidad es aún mayor respecto de un tercer sistema de referencia K´´, que se aleje de K´, del mismo modo. Y así sucesivamente. El cociente entre los desplazamientos espaciales y los correspondientes intervalos de tiempo del objeto respecto de cada uno de estos sistemas de referencia es su velocidad media en ellos. Ahora bien, como el objeto no puede alcanzar el límite superior de velocidad, este cociente no puede tomar cualquier valor arbitrariamente grande. Por tanto, las distancias espaciales y los intervalos temporales del movimiento del objeto han de ser interdependientes y dependientes del sistema de referencia. Por ello, en lugar de hablar del espacio y/o del tiempo por separado, procede concebir un entramado espacio-tiempo.

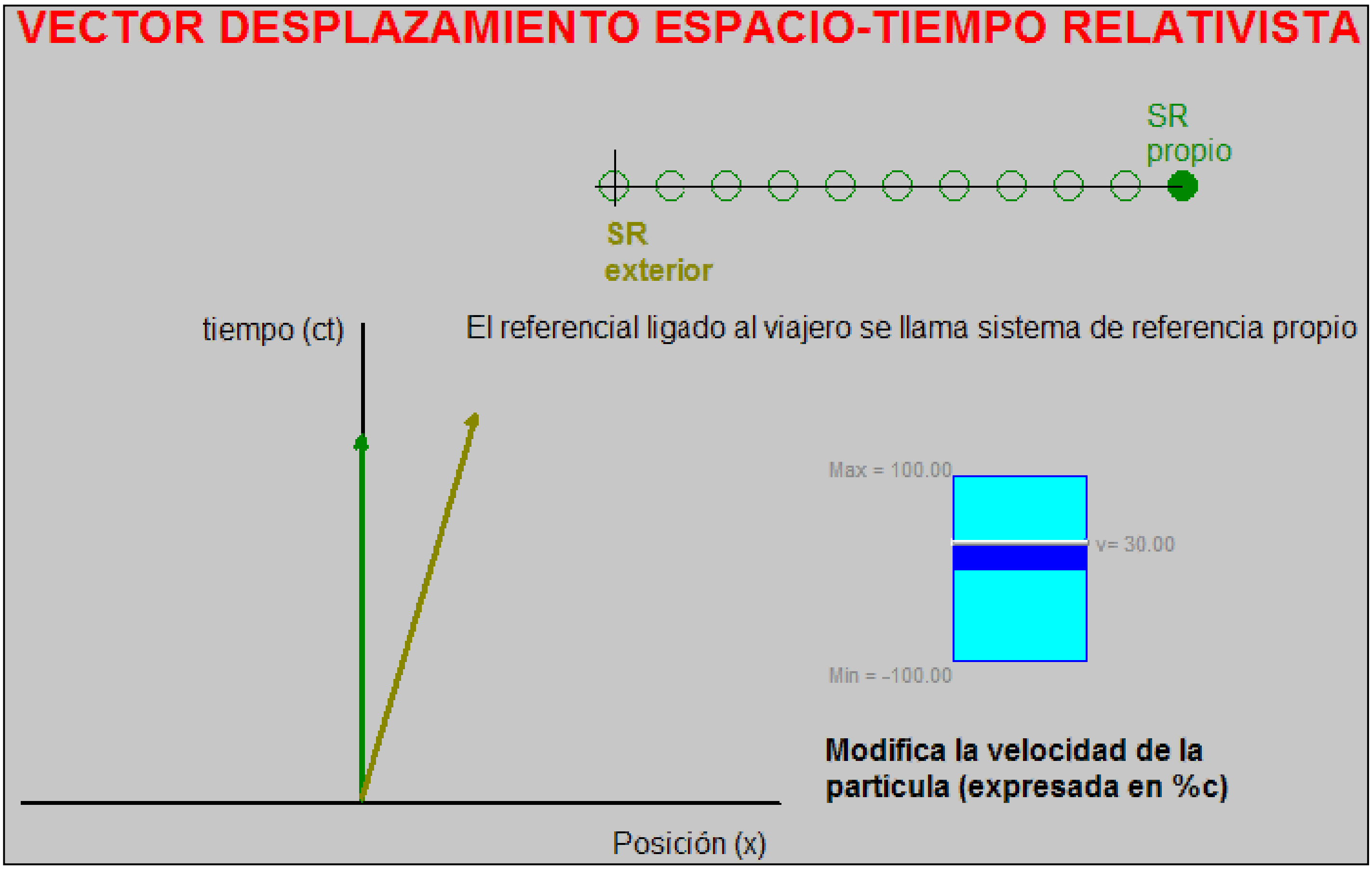
Para formalizar este concepto, se define un vector, **ds**, de cuatro dimensiones (una temporal y tres espaciales) con origen en un punto del espacio-tiempo (x_1, y_1, z_1, ct_1) y final en otro (x_2, y_2, z_2, ct_2). Este vector [**ds** = ($c{\cdot}dt$, dx, dy, dz)] se llama cuadrivector espacio-tiempo, y usando las leyes relativistas se constata que su módulo, *ds* [se define de modo que su cuadrado es $(ds)^2 = (cdt)^2-(dx)^2-(dy)^2-(dz)^2$] es una magnitud invariante en esta teoría, lo que significa que tiene el mismo valor en cualquier sistema de referencia inercial y se escribe igual en todos ellos. Se llama a esta magnitud invariante, *ds*, intervalo o distancia en el espacio-tiempo. En el dibujo adjunto se representa el vector **ds** en un diagrama de ejes coordenados que considera una de las tres dimensiones espaciales (x) y la dimensión temporal ($c{\cdot}t$).



Conviene fijarse en el signo negativo de la expresión que define la distancia en el espacio tiempo, pues implica que cuanto mayor sea la longitud de un desplazamiento espacial realizada por un móvil con respecto a un determinado sistema de referencia inercial, mayor es el tiempo que se mide en él de ese movimiento. Esto ocurre así porque el cociente entre ese desplazamiento y ese tiempo es la velocidad del móvil y ésta, por mucho que aumente (al cambiar de sistema de referencia), no puede alcanzar la velocidad límite.

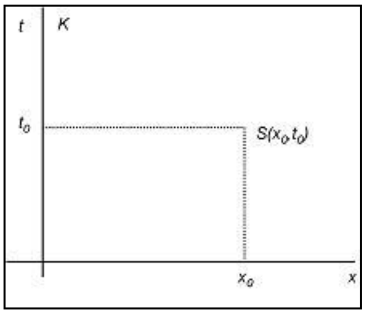
En la Web se puede descargar una animación en la que se representa el cuadrivector espacio-tiempo del movimiento de una partícula con respecto a dos sistemas de referencia inerciales (SRI): El SRI propio, ligado a la partícula (con respecto al cual dicha partícula está en reposo) y otro SRI diferente, respecto del que la partícula tiene una cierta velocidad, **v**.

Se puede modificar el valor de v (lo que equivale a cambiar de sistema de referencia) y comprobar que cuanto mayor sea **v**, mayor es la longitud aparente del cuadrivector en esta representación abstracta.



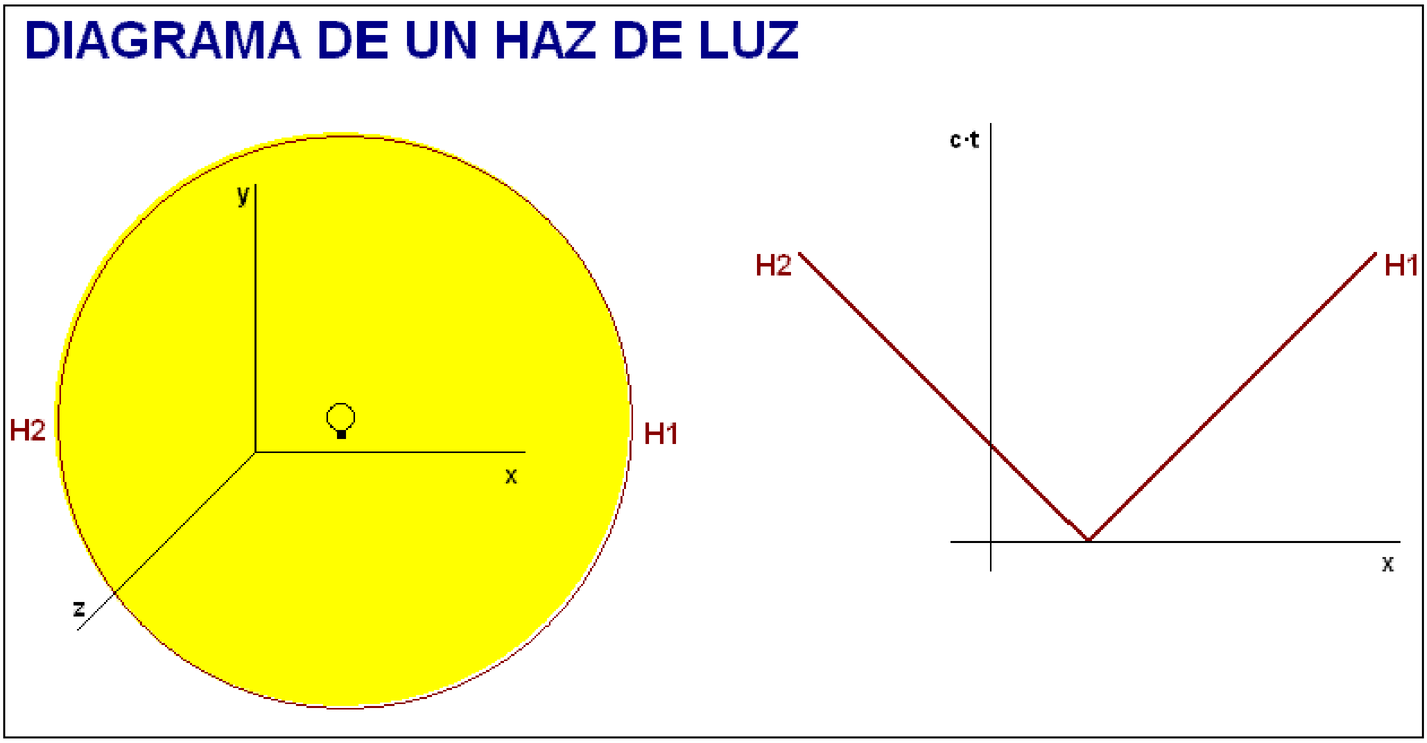
REPRESENTACIÓN DE SUCESOS E HISTORIAS EN EL ESPACIO-TIEMPO

Un suceso es un hecho puntual que ocurre en un cierto lugar y un cierto instante, sin que llegue a transcurrir tiempo. En cinemática se determina dando en un sistema de referencia inercial cuatro valores: las coordenadas espaciales (*x, y, z*), que proporcionan su posición, y la coordenada temporal, *t*. Así, el modo de representar un suceso S de coordenadas (x_0, y_0, z_0, t_0) es construir un diagrama espacio-tiempo, en el que, para hacer la representación más sencilla, se reduce el análisis de las cuatro a dos dimensiones: una coordenada espacial, *x*, y la coordenada temporal, *t*. Las representaciones abstractas de sucesos y de procesos físicos sobre dos ejes (*x, t*) son similares a las gráficas del movimiento que se utilizan ordinariamente para describir movimientos en la mecánica de Newton, salvo una diferencia ya vista al definir el cuadrivector espacio-tiempo: En relatividad se suele representar el tiempo en el eje vertical (ordenadas) y la posición en el eje horizontal (abcisas).



Al exigir el cumplimiento de los postulados de la relatividad especial, los diagramas espacio-tiempo adquieren un perfil particular y proporcionan unas conclusiones coherentes con esta teoría y completamente diferenciadas de las predicciones de la mecánica de Newton.

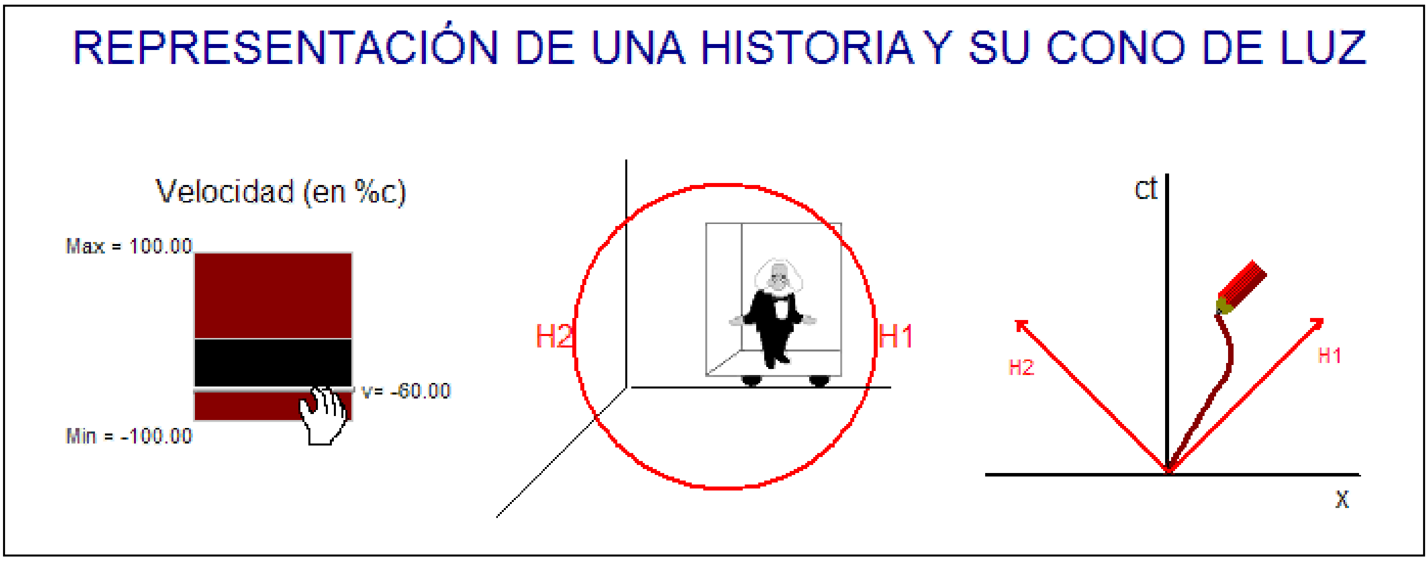
Para empezar a verlo, se puede considerar la representación de una haz de luz emitido por una bombilla con respecto a un determinado SRI. De acuerdo con las predicciones relativistas la onda electromagnética correspondiente a ese haz luminoso se propaga en todas las direcciones a la velocidad *c*, y la representación de la historia del haz en el diagrama ha de reflejar el avance de dos extremos del mismo, H_1 y H_2, a la velocidad, *c*, respectivamente en el sentido positivo y en el sentido negativo del eje X. Por tanto, graduando el eje de tiempos como $c{\cdot}t$ (ya se ha dicho que esto se hace con objeto de usar la dimensión espacial y una misma unidad en todos los ejes), la evolución de los extremos del haz de luz se representa en el diagrama como muestra la imagen siguiente, que procede de una animación disponible en el tema "on line".



Esta representación tiene más importancia de la que pueda parecer a primera vista, debido a que c, además de ser la velocidad de la luz, es el límite superior de velocidad, que ningún objeto material puede alcanzar.

Por tanto, cuando se traza la curva representativa de otro movimiento cualquiera que también comience ahí (podría ser, por ejemplo, el de una persona que en ese lugar encendió la lámpara) se ha de tener en cuenta que dicha curva se tiene que ubicar en el interior de la zona que delimitan las historias de las puntas H_1 y H_2 del haz de luz pues su velocidad siempre es inferior a la velocidad límite *c*. Además, su pendiente, respecto del eje vertical de tiempos, ha de tener en todos los puntos un valor inferior a las pendientes de las rectas OH_1 y OH_2.

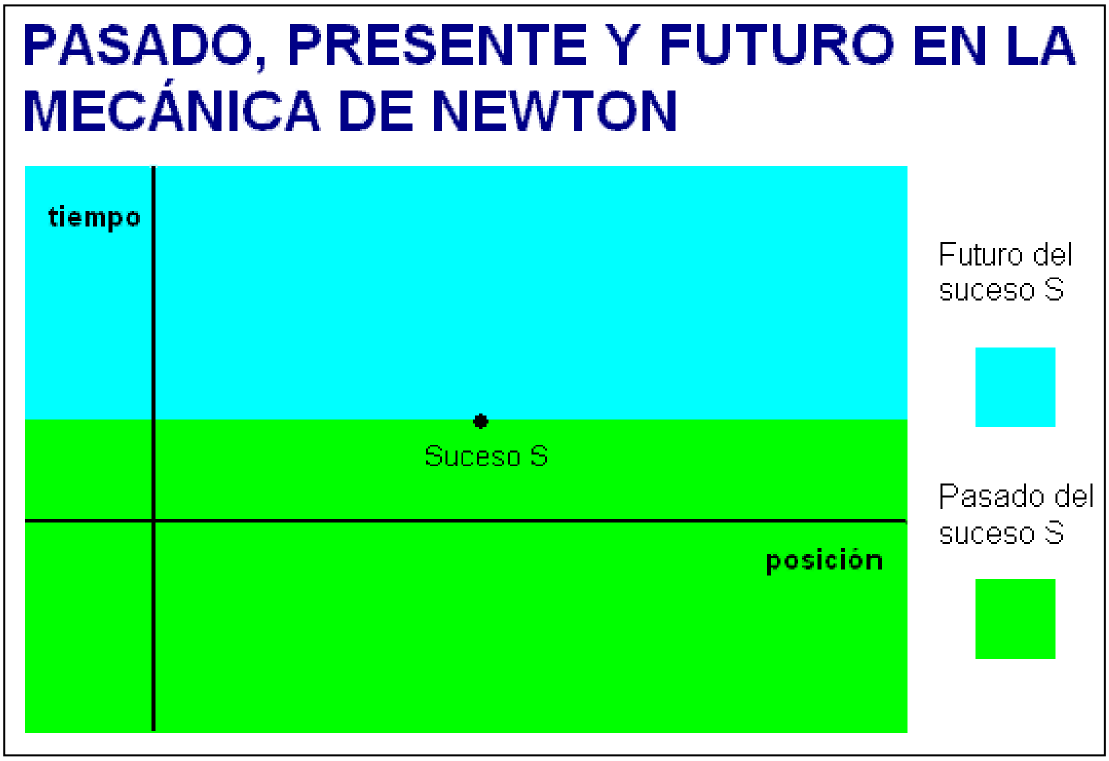
Para practicar este concepto se puede usar otra animación, disponible en la página Web, en la que el usuario puede mover a nuestro "Einstein" viajero y comprobar que la representación de su viaje queda necesariamente dentro del "cono de luz". Entrando en la ventana del modelo físico-matemático de la animación se constata que este comportamiento es consecuencia de la existencia del límite superior de velocidades, *c*.



El matemático Herman Minkowski (1864-1909), antes profesor de Einstein y luego admirador de su obra, fue quien primero planteó estos diagramas y mostró sus potentes aplicaciones.

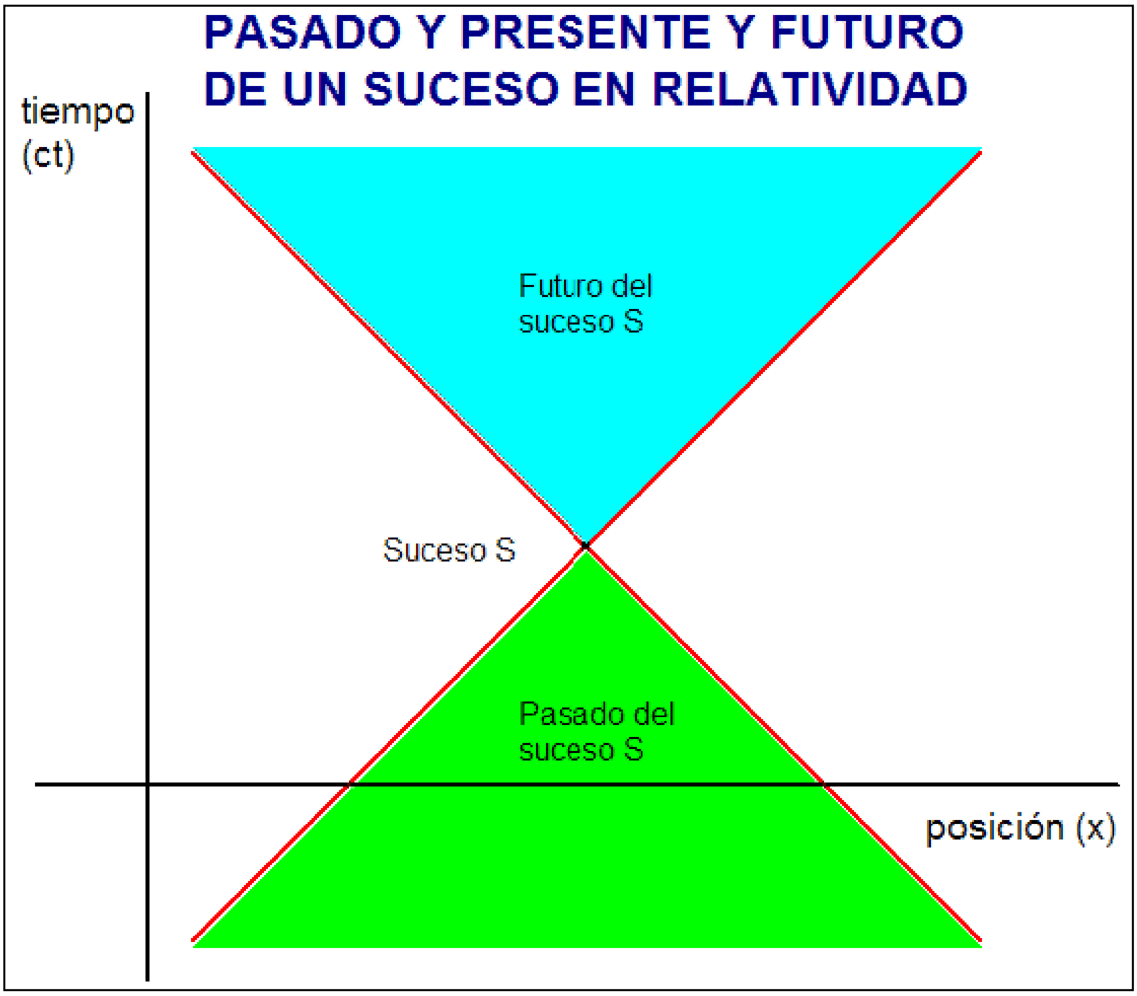
PASADO, PRESENTE Y FUTURO

La figura adjunta proviene de una animación, disponible en la Web, en la que se representa en un diagrama espacio-tiempo las zonas de pasado, presente y futuro de un cierto suceso S, de acuerdo con la mecánica de Newton. Esta teoría no tuvo en cuenta que existe un límite superior de velocidad y, por ello, supuso que el tiempo es una magnitud absoluta (transcurre de forma independiente del movimiento y del sistema de referencia). Bajo esta premisa la zona de futuro posible de un suceso la conformaría el semiplano superior del diagrama, delimitado por una línea horizontal que pasa por el punto representativo del suceso, la zona del pasado la conformaría el semiplano inferior, y el presente estaría representado por esa línea horizontal. Como el tiempo se supuso absoluto, el instante ahora del suceso sería el mismo en todos los sistemas de referencia, con la única condición de que fijen simultáneamente el cero



de sus escalas temporales. Para la mecánica de Newton la simultaneidad era, como erróneamente nos induce a creer también nuestro sentido común, un concepto absoluto.

Ya se ha visto que estas premisas no concuerdan con los hechos experimentales, ni tampoco, desde luego, con la relatividad, donde estos diagramas adquieren otro perfil y nos revelan aspectos diferentes del mundo.



En efecto, tal como muestra esta segunda figura (procedente de otra animación disponible en la Web), la imposibilidad de superar la velocidad c, delimita las zonas del diagrama que corresponden al posible pasado y/o al posible futuro de un suceso S a sendos hiperconos (así serían estas zonas si se consideraran las tres dimensiones del espacio; al considerar sólo una son, como se ve, dos áreas angulares) situados arriba y debajo del suceso. Es decir, se restringe la cantidad de puntos del diagrama que pueden representar a sucesos que formen parte del posible futuro o posible pasado, y es importante observar que queda una amplia zona exterior donde cada punto puede indicar otro suceso que no puede ser ni absolutamente anterior ni absolutamente posterior a S. Minkowski llamó a esta zona exterior (inaccesible al suceso S) "presente u otro lugar" y, como se verá, cada uno de sus puntos puede representar a un suceso que, dependiendo del sistema de referencia que se adopte, puede ocurrir antes que S, después que S, o (en un referencial) en el mismo instante de tiempo que S.

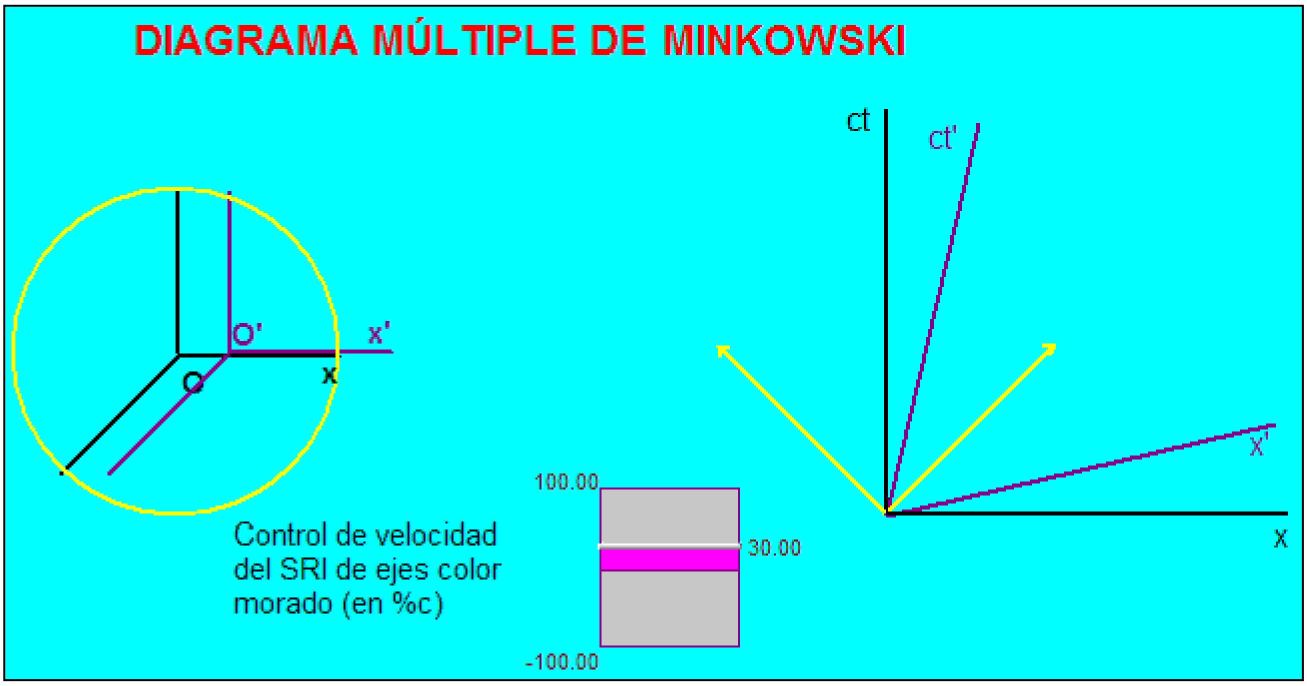
DIAGRAMAS MÚLTIPLES

Después de haber dibujado los ejes (*x, ct*) del diagrama espacio-tiempo, según el punto de vista de un sistema de referencia inercial, *K*, se pueden incorporar en el mismo dibujo los ejes (*x′, ct′*) de cualquier otro sistema de referencia inercial, *K′*, que se desplace con una velocidad **v** respecto de *K* (como el mostrado en el dibujo adjunto, a la izquierda, en el que se ha considerado que para $t = t' = 0$, es $x = x' = 0$).

Para hacerlo se tiene en cuenta que la historia del origen O' del SRI K' es, según el punto de vista del sistema de referencia inercial K, el eje de tiempos *ct'* (esto es así porque dicho origen O' está, para todo tiempo *t'*, en la posición *x'=0*) Una vez dibujado ese eje temporal *ct'*, se utiliza el hecho de que la luz tiene la misma velocidad, *c*, en ambos sistemas de referencia para añadir al diagrama el eje espacial x'. Un haz de luz que se emita en el instante *t=t'=0* en el que coinciden ambos orígenes, *x=x'=0*, tiene la velocidad, *c*, en los dos referenciales. Por ello el eje espacial *x'* ha de ser simétrico al eje temporal *ct'*, para que el extremo del haz de luz, H_1, sea la bisectriz del diagrama respecto de los ejes de ambos sistemas de referencia inerciales.

Utilizando este procedimiento se pueden incorporar cuantos sistemas de referencia inerciales se desee al diagrama. El eje temporal de un sistema de referencia inercial que avance en sentido positivo del eje *x* del sistema de referencia inercial K se inclina hacia la derecha del dibujo en esta representación abstracta (tiene una inclinación mayor o menor, respecto del eje temporal *c·t* del sistema de referencia inercial K) según sea mayor o menor la velocidad de dicho sistema de referencia respecto de K). Para otro sistema de referencia inercial que avance en sentido negativo del eje *x* del sistema de referencia inercial K, su eje temporal se inclina hacia la izquierda del dibujo.

Estos conceptos se pueden practicar con otra animación disponible en la web, a la que corresponde la siguiente imagen:



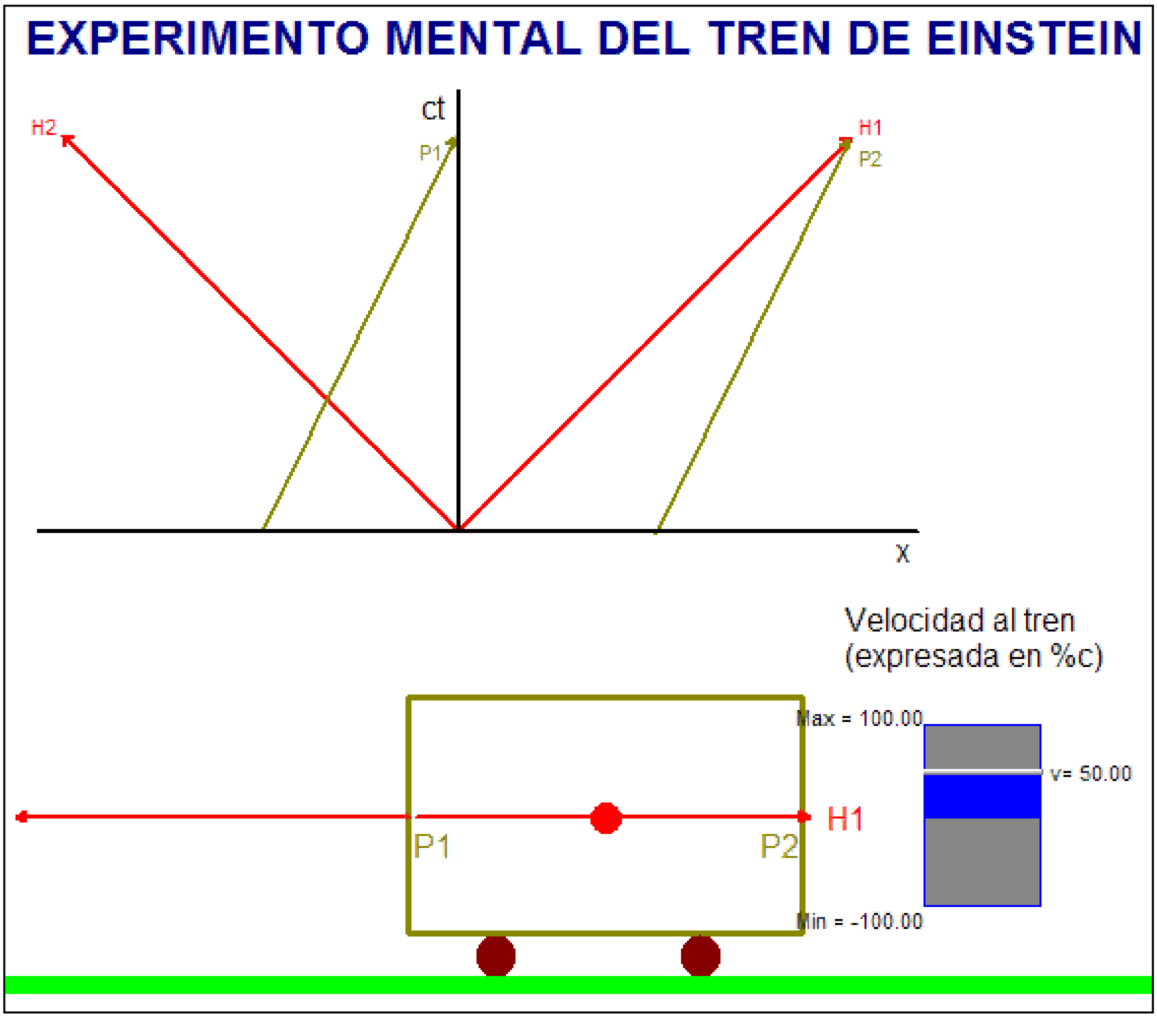
También se puede profundizar en diversos aspectos cualitativos y cuantitativos involucrados en la construcción de diagramas de Minkowski, consultando un documento específico sobre ellos, disponible también en la página Web.

SIMULTANEIDAD

Dos sucesos físicos son simultáneos si ocurren en el mismo instante. Para la física newtoniana el tiempo era absoluto, es decir, transcurría igual en todos los sistemas de referencia. Por tanto, en aquella teoría la simultaneidad era también absoluta, es decir, dos sucesos simultáneos lo eran para todos los sistemas de referencia. La relatividad, en cambio, tiene en cuenta el límite superior de velocidades, c, y el hecho de que la velocidad c es la misma respecto de todos los sistemas de referencia inerciales. Estos hechos afectan a la simultaneidad y la hacen depender del sistema de referencia: Dos sucesos que sean simultáneos en un determinado sistema de referencia inercial, no lo son en ningún otro.

Para mostrar la relatividad de la simultaneidad, Einstein propuso un experimento mental en el que se analiza la apertura de dos puertas en el vagón de un tren cuando impacta en ellas un haz de luz emitido desde el centro de dicho vagón. En el sistema de referencia ligado al tren la luz impacta sobre ambas puertas en el mismo instante y, por tanto, se abren simultáneamente. En cambio, en cualquier otro sistema de referencia, respecto del cual el tren tenga una velocidad constante, la luz impacta antes en una puerta que en la otra y no se abren a la vez.

La imagen siguiente procede de una animación, disponible en la Web, que resuelve este experimento mental usando los diagramas espacio-tiempo. El usuario puede modificar la velocidad del "tren de Einstein" (lo que equivale a modificar el sistema de referencia desde el que se determina la apertura de las puertas) y comprobar cómo afectan estas modificaciones a los instantes en los que se abre cada puerta.

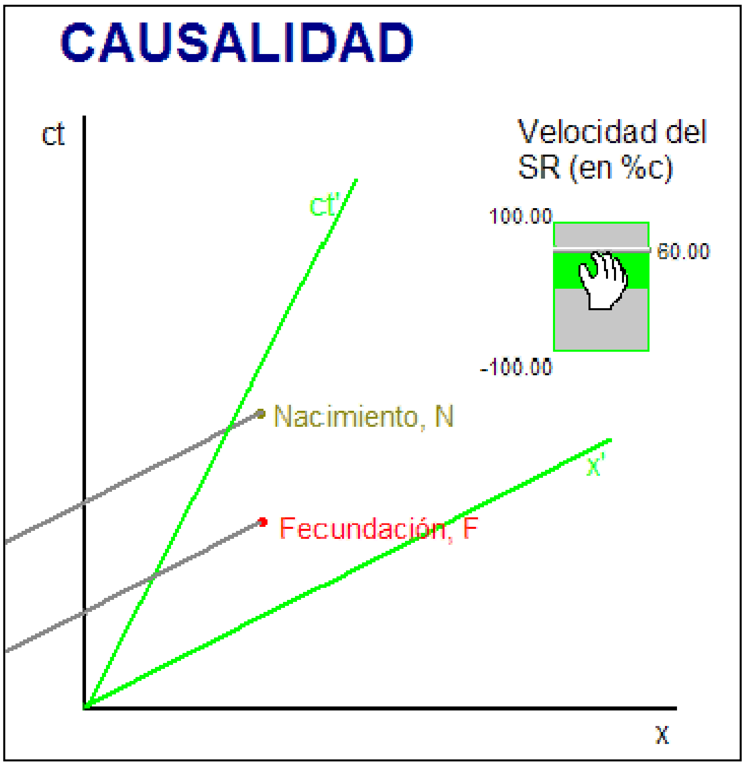


Al hacer estas manipulaciones se constata que en el sistema de referencia en el que el tren está en reposo, los extremos del haz de luz H_1 y H_2 inciden simultáneamente sobre las respectivas puertas P_1 y P_2. En otro sistema de referencia, respecto del cual el tren tiene una cierta velocidad en sentido de izquierda a derecha, el extremo del haz H_2 incide antes que otro extremo H_1 sobre su puerta y se abre antes la puerta P_2 que la puerta P_1. Y, en un tercer sistema de referencia, respecto del cual el tren se mueve en sentido opuesto, ocurre lo contrario y la puerta P_2 se abre antes que la puerta P_1

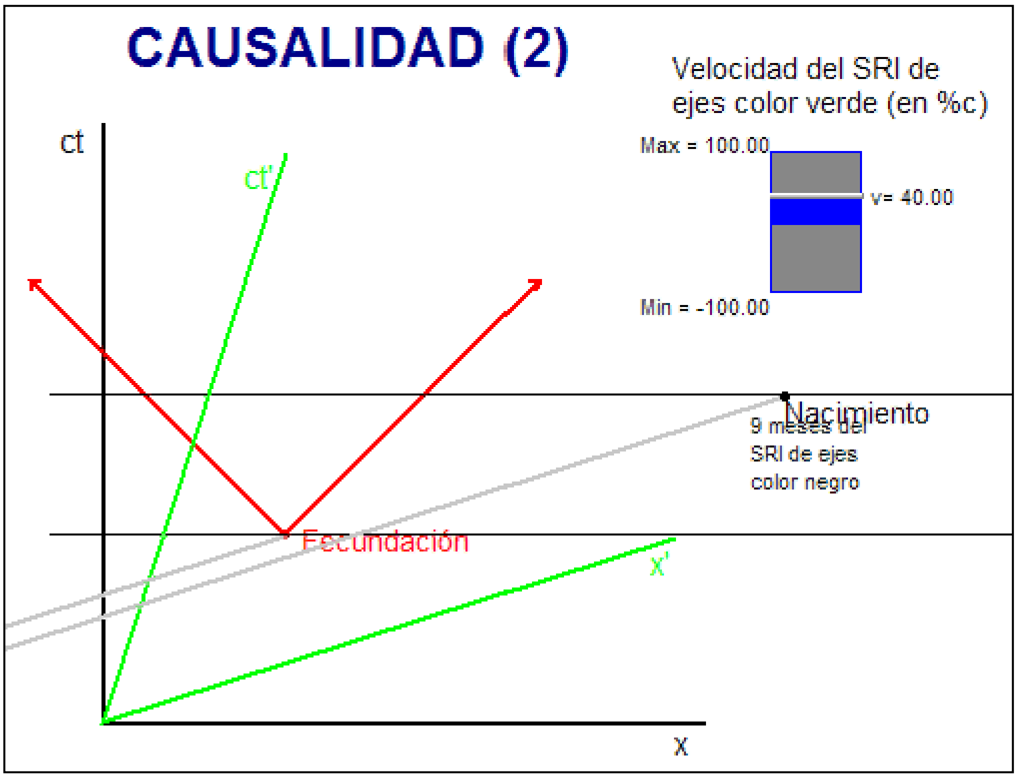
CAUSALIDAD

Acabamos de ver que dos sucesos S_1 y S_2 pueden ser simultáneos en un cierto sistema de referencia inercial, S_1 anterior a S_2 en otro sistema de referencia inercial y S_2 anterior a S_1 en un tercer sistema de referencia inercial. Entonces, nos podemos plantear la siguiente cuestión: ¿Se vulnera la causalidad de las leyes físicas?, ¿podría ser en relatividad un suceso (como, por ejemplo, un nacimiento) anterior a otro que lo provocó (la correspondiente fecundación)?

La imagen adjunta procede de una animación, disponible en la Web, que resuelve esta cuestión usando un diagrama múltiple que incluye dos sistemas de referencia inerciales: Uno ligado a la madre (ejes de color negro), en el que el suceso del nacimiento, N, ocurre 9 meses después que el de la fecundación, F. Otro (ejes de color verde) cuya velocidad con respecto al sistema de referencia ligado a la madre se puede modificar (asignándole cualquier valor que no alcance el límite superior, c). Manipulando esta animación, se comprueba que, al modificar la velocidad del segundo sistema de referencia, varía la inclinación de sus ejes coordenados en el diagrama, y también varía (respecto de ese sistema de referencia) el tiempo transcurrido entre la fecundación y el nacimiento. Pero en ningún caso se altera el orden temporal entre estos dos sucesos. Por tanto, se llega a la conclusión de que la fecundación es absolutamente anterior al nacimiento, en consonancia con el principio de causalidad de las leyes físicas (la causa es siempre anterior al efecto).



Esta otra imagen (debajo) procede de una segunda animación que permite al usuario desplazar el lugar del espacio-tiempo en el que sucede el nacimiento, N y puede ayudar a aclarar un poco más estos conceptos. Así, se comprueba que es posible desplazar N, manteniendo el hecho de que en el sistema de referencia ligado a la madre (ejes de color negro) ocurra 9 meses después de la fecundación, F, y logrando que en el otro sistema de referencia (ejes de color verde) dicho nacimiento, N, llegue a ser anterior a la fecundación, F. ¿Se vulnera entonces el principio de causalidad? La respuesta vuelve a ser NO, porque, como muestra el diagrama, para que pueda tener lugar esa inversión temporal entre los dos sucesos, es necesario que el nacimiento, N, quede fuera del cono de luz (representado en color rojo) con origen en la fecundación, F. Es decir, en ese caso, F y N no serían sucesos ligados causalmente y N se situaría en el diagrama en la zona que Minkowski denominó presente de F u "otro lugar".



A modo de resumen diremos que entre dos sucesos del espacio-tiempo, cabe considerar dos posibilidades: a) Que se pueda establecer entre ellos una relación causal. Entonces, uno de ellos es absolutamente anterior al otro y ambos entran dentro un mismo "cono de luz" en un diagrama espacio-tiempo. b) Que no se pueda establecer una relación causal entre ellos. Entonces, ambos son simultáneos en un determinado sistema de referencia inercial, uno es anterior al otro en otros referenciales y se invierte dicho orden temporal en otros. En este caso, al representarlos en un diagrama espacio-tiempo, no es posible ubicarlos dentro de un mismo cono de luz.

DILATACIÓN DE TIEMPOS Y CONTRACCIÓN DE LONGITUDES

Dos de las leyes importantes de la cinemática relativista, que corresponden al cambio entre sistemas inerciales, son la ley de dilatación del tiempo y la ley de contracción de la longitud. En realidad, como veremos ahora, son dos caras de la misma moneda, ya que muestran dos aspectos del mismo hecho físico.

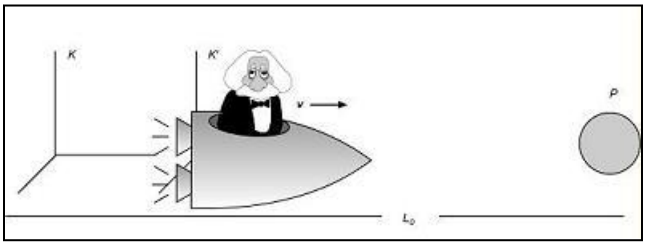
Ley de dilatación del tiempo

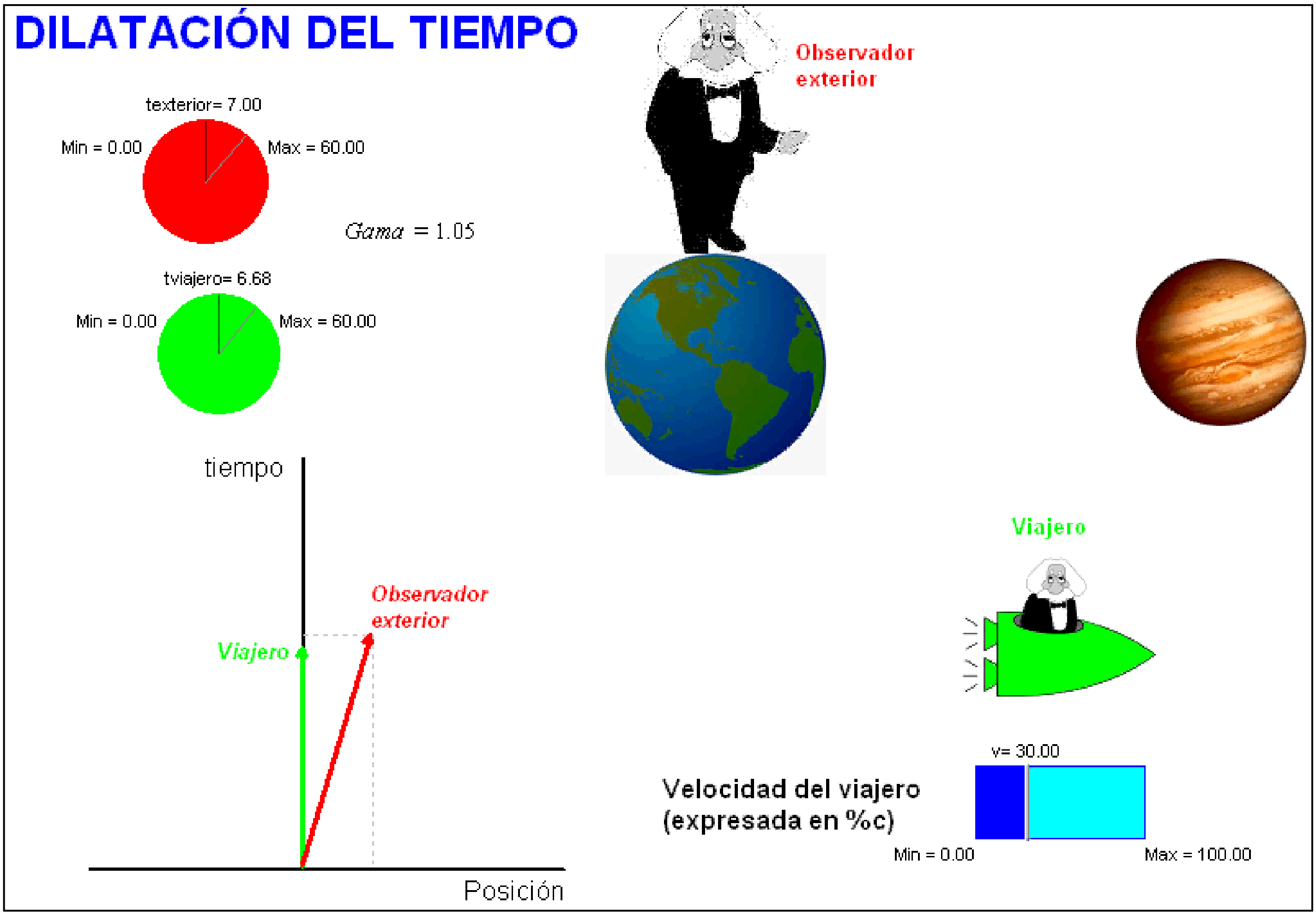
La ley de dilatación del tiempo relaciona el intervalo de tiempo (que puede corresponder a la duración que tiene un proceso físico) en dos sistemas de referencia. Su expresión operativa es la siguiente:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \qquad \text{siendo: } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \geq 1$$

En esta expresión el subíndice $_0$ indica que nos referimos al intervalo de tiempo propio. El tiempo propio es una magnitud fundamental en relatividad y se define como el tiempo que registra un reloj transportado por un objeto en movimiento arbitrario; es una propiedad absoluta del movimiento del objeto, y por tanto, del reloj en ese movimiento. El tiempo propio coincide con la coordenada t de un SRI cuando el reloj está en reposo en ese SRI y operacionalmente podríamos usar ese reloj de ese sistema de referencia para medirlo. Así podemos decir que el intervalo de tiempo propio, Δt_0, que pueda corresponder a la duración de un proceso físico, es el que se determina en el sistema de referencia en el que el origen y el final de dicho proceso ocurren en la misma posición. En cualquier otro sistema de referencia, los eventos que corresponden al origen y al final de ese proceso no suceden en la misma posición y su duración tiene un valor diferente, Δt. Como $\gamma>1$ lo que expresa la ley de dilatación del tiempo es que $\Delta t > \Delta t_0$.

Podemos ilustrar la ley de dilatación del tiempo imaginando un viaje de una nave desde la Tierra hacia un planeta lejano, P. La duración de este viaje es el intervalo de tiempo propio del mismo en el sistema de referencia ligado a los viajeros (K´). Si consideramos a la Tierra y al planeta lejanos en reposo en un cierto SRI (K) (esta aproximación implica despreciar la aceleración de ambos y proponer que la distancia entre ellos sea constante), podemos aplicar la ley de dilatación del tiempo entre estos dos SRI, y concluir que la duración del viaje es mayor en K que en K´. La imagen siguiente (debajo) procede de una animación disponible en la Web que simula este viaje hipotético. En la pantalla se va dibujando el vector espacio-tiempo del viaje según el punto de vista de ambos sistemas de referencia y se calcula la duración del viaje para los viajeros y para los habitantes de la Tierra.





La ley de dilatación del tiempo se deduce directamente del hecho fundamental de que el módulo del cuadrivector espacio-tiempo es invariante. En efecto, en el viaje hipotético de una nave entre la Tierra y un planeta lejano, tenemos que en el SRI ligado a la nave viajera, el desplazamiento espacial es nulo. Por tanto, en este SRI, el cuadrado del módulo del cuadrivector espacio-tiempo es:

$$(ds_n)^2 = (cdt_n)^2$$

En cambio, en el SRI ligado a la Tierra la nave se desplaza espacialmente y el cuadrado del módulo del cuadrivector espacio-tiempo es:

$$(ds_T)^2 = (cdt_T)^2 - (dx)^2$$

Como el módulo del cuadrivector es invariante, se cumple:

$$(cdt_n)^2 = (cdt_T)^2 - (dx)^2 \quad \text{(expresión 1)}$$

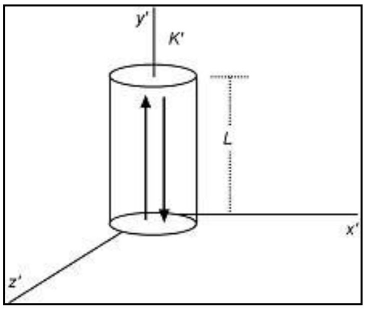
La velocidad de la nave respecto de la Tierra es:

$$v = dx/dt_T \quad \text{(expresión 2)}$$

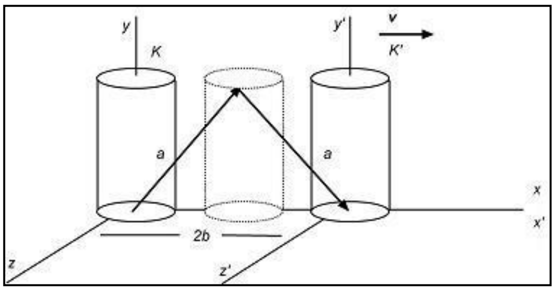
Combinando las expresiones 1 y 2, se llega directamente a la ley de dilatación del tiempo, expresada mediante la siguiente relación entre la duración del viaje en la nave, dt_n, y en la Tierra, dt_T:

$$dt_T = dt_n \cdot \gamma$$

Otro procedimiento para deducir la ley de dilatación del tiempo es usar relojes de luz: unos artificios imaginarios de forma cilíndrica que tienen en su base y en su tapa de dos espejos plano-paralelos y marcan una unidad de tiempo "tic-tac" cada vez que un haz luminoso viaja de la base a la tapa (dónde se refleja) y vuelve otra vez a la base. En la figura adjunta, hemos colocado uno de estos relojes, de altura L en un sistema de referencia inercial (SRI) K' (que se desplaza con velocidad respecto de otro SRI K). Para ese SRI (K'), el desplazamiento realizado por el rayo luminoso al marcar una unidad de tiempo ocurre en dirección vertical y coincide, en la ida más la vuelta, con el doble de la altura del reloj. Por tanto, se cumple la relación $2L = c{\cdot}\Delta t'$



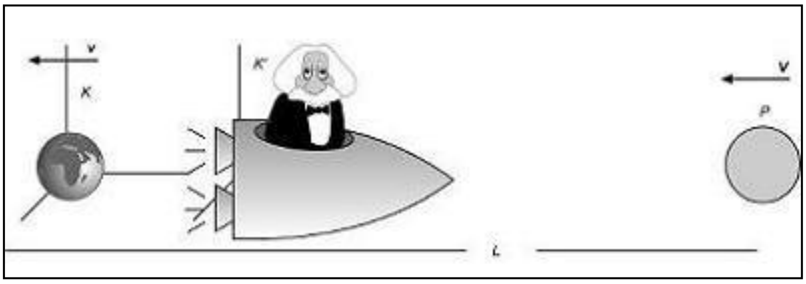
En el SRI, K ese mismo reloj de luz se desplaza con una velocidad horizontal, v, y el rayo luminoso realiza un desplazamiento oblicuo para marcar una unidad de tiempo. El camino recorrido por el haz es: $2a=c{\cdot}\Delta t$ y el camino recorrido por el reloj es: $2b= v{\cdot}\Delta t$. Después de usar el teorema de Pitágoras en el triángulo de la figura para relacionar los intervalos de tiempo, Δt y $\Delta t'$, se obtiene la ley de dilatación del tiempo: $\Delta t = \gamma \cdot \Delta t'$



Esta segunda deducción muestra que el intervalo de tiempo $\Delta t'$ se puede medir con el reloj de luz ligado al sistema de referencia K´ y el origen y el final del tic-tac de ese reloj suceden en la misma posición (tiempo propio). En cambio, en el sistema de referencia K, el origen y el final del tic-tac ocurren en posiciones distantes y, en consecuencia, el intervalo de tiempo Δt estrictamente no se puede medir, aunque sí tiene un valor definido en ese sistema de referencia, K, que es el que proporciona la ley de dilatación: $\Delta t = \gamma \cdot \Delta t'$.

Ley de contracción de la longitud

Para deducir la ley de contracción de la longitud, seguimos analizando el ejemplo del viaje hipotético, pero ahora lo hacemos según el punto de vista de los viajeros, es decir, con respecto al sistema de referencia ligado a la nave. En ese sistema de referencia el viaje se interpreta como un movimiento de la Tierra y del planeta en sentido opuesto a la misma velocidad v.



Por tanto, en este sistema de referencia, K´, el módulo de la dicha velocidad es:

$$v = L_K/\Delta t_{K}{'}$$

Como, en el sistema de referencia K, ese mismo módulo es:

$$v = L_k/\Delta t_K$$

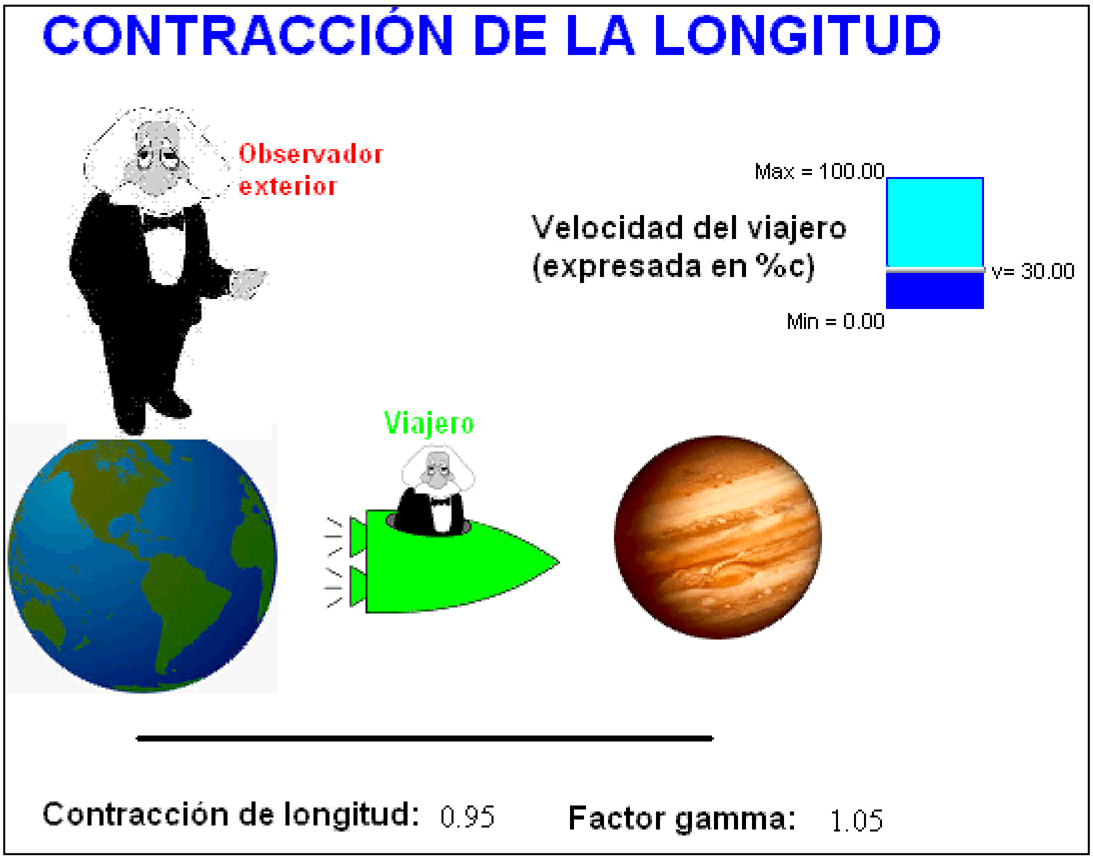
Obtenemos, igualando ambas expresiones y teniendo en cuenta la ley de dilatación de tiempos, que:

$$L_K/\Delta t_K = L_{K'}/\Delta t_{K'} \rightarrow L_K/L_{K'} = \Delta t_K/\Delta t_{K'} = \gamma$$

La distancia espacial entre la Tierra y el planeta es una longitud entre dos cuerpos que están en reposo en el sistema de referencia ligado a la Tierra, K, pero en movimiento en el sistema de referencia ligado a la nave, K´. Podemos usar nuevamente el subíndice $_0$ para indicar que nos referimos a una longitud propia, definida como el intervalo espacial entre dos posiciones en el sistema de referencia en el que dichas posiciones están en reposo. Esto nos lleva a expresar la ley de la longitud del siguiente modo:

$$L = L_0/\gamma$$

La definición de la longitud propia en relatividad es bastante más delicada que la anteriormente expuesta del tiempo propio, pero para entender la esencia de la ley de la contracción de la longitud, es suficiente con que se comprenda que es el reverso de la ley de dilatación del tiempo. Así hemos visto, en el ejemplo del hipotético viaje, que lo que se interpreta en el sistema de referencia ligado a la Tierra y a planeta lejano como una dilatación del tiempo (la duración del viaje es mayor para los terrestres que para los viajeros), en el sistema de referencia ligado a la nave se interpreta como una contracción de longitud (la distancia entre la Tierra y el planeta es menor para los viajeros). Ambas son interpretaciones locales de un mismo hecho, que es consecuencia de la ligazón espacio-tiempo en el mundo real (relativista) donde existe un límite superior de velocidades y donde (esta es la clave) el módulo del intervalo espacio-tiempo es invariante, es decir, se escribe igual y vale lo mismo en todos los sistemas de referencia.



La imagen adjunta procede de otra animación, disponible en la Web, que simula el mismo viaje anterior según el punto de vista que obtiene una contracción de la longitud de una varilla con origen en la Tierra y extremo en el planeta. Manipulándola, se puede modificar la velocidad de la nave (con respecto a la Tierra y el planeta) y ver que ello se traduce en una contracción mayor o menor de esa longitud.

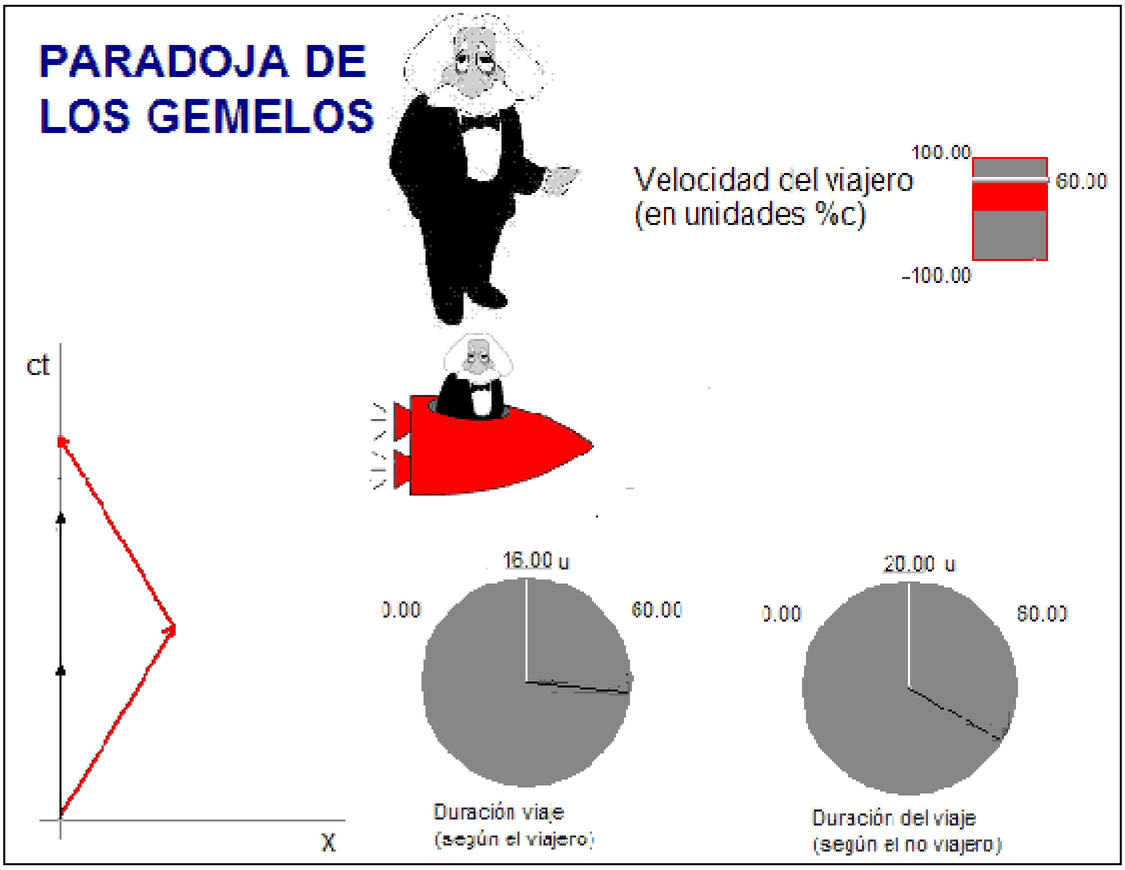
Para terminar, hay que dejar claro que la contracción de la longitud se produce únicamente en la dirección del movimiento, ya que, como hemos visto, es consecuencia de las propiedades del espacio-tiempo cuando nos desplazamos por él esa dirección. Así, pues, si tenemos una varilla orientada verticalmente que se desplaza (con respecto a un determinado sistema de referencia exterior) paralelamente a si misma en la dirección horizontal, su longitud (vertical) es igual en el sistema de referencia ligado a ella y en el sistema de referencia exterior. Y, si la varilla mantiene una posición oblicua con respecto a la dirección en la que se desplaza, la contracción de longitud que se produce en el sistema de referencia exterior es la de su proyección en la dirección del movimiento.

PARADOJA DE LOS GEMELOS

La llamada paradoja de los gemelos la protagonizan dos hermanos. Uno hace un largo viaje de ida y vuelta a una estrella en una nave espacial y el otro se queda en la Tierra. Considerando la ley de la dilatación del tiempo (o, su reverso, la ley de contracción de la longitud) la cuestión que se plantea es saber cuando se encuentran de nuevo cuál es el gemelo más joven y cuál el más viejo. La paradoja surge a partir de las siguientes observaciones: a) Según el punto de vista del gemelo que se queda en Tierra, el tiempo que determina del viaje de su hermano es impropio y, por tanto, cuando se encuentren de nuevo, el gemelo que hizo el viaje ha de ser el más joven. b) Según el punto de vista del gemelo que va dentro de la nave, el que viaja, en realidad, es el gemelo en la Tierra y, por tanto, cabría esperar que cuando vuelvan a encontrarse sea el gemelo que en la Tierra quien haya envejecido menos.

La formulación más habitual de esta aparente paradoja se debe a Paul Langevin (1872-1976) y a Einstein le costó aclararla unos cuantos años, hasta que formuló la relatividad general y demostró que es el gemelo de la Tierra quien envejece más rápido. Sin embargo, aunque Einstein la resolvió inicialmente en el contexto de la relatividad general, la paradoja se puede resolver sin especial dificultad dentro de los límites de la teoría de la relatividad especial. La clave de la solución está en el hecho de que no existe una verdadera simetría entre ambos gemelos, ya que sólo a uno de ellos se puede ligar a un sistema de referencia inercial. Ese gemelo puede considerarse legítimamente en reposo y, si así ocurre, el otro gemelo tendrá que acelerar como mínimo al salir y al cambiar de sentido antes de regresar. En estas condiciones, la aplicación de las leyes obtiene que el gemelo que queda en reposo (o con movimiento rectilíneo y uniforme) es, sin lugar a dudas, el que envejece más que su hermano viajero.

La imagen adjunta procede de una animación, disponible en la Web, que representa el problema en un diagrama espacio-tiempo dibujado en el sistema de referencia inercial. Los cuadrivectores que corresponden al gemelo inercial



(color negro), son verticales (está en reposo), mientras que los de su hermano viajero (color rojo) se inclinan y aumenta su tamaño aparente, tanto más cuanto mayor la velocidad de la nave. En consecuencia, el viaje del gemelo no inercial acaba en un punto del diagrama situado más arriba que lo hace el "no viaje" del gemelo inercial. Para que éste alcance ese punto del diagrama tiene que esperar un tiempo de su sistema de referencia igual al tramo que falta en el diagrama.

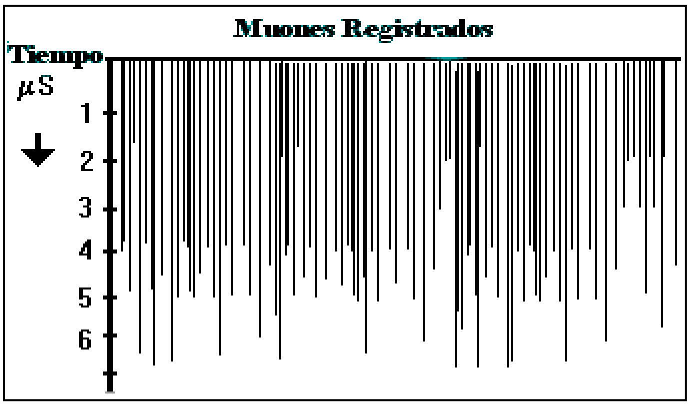
EL EXPERIMENTO DE LOS MUONES Y EL EXPERIMENTO DE LOS GEMELOS

Estos dos experimentos contrastaron de forma pionera la ley de la dilatación del tiempo (y/o su reverso, la ley de la contracción de la longitud):

1) EXPERIMENTO DE LOS MUONES

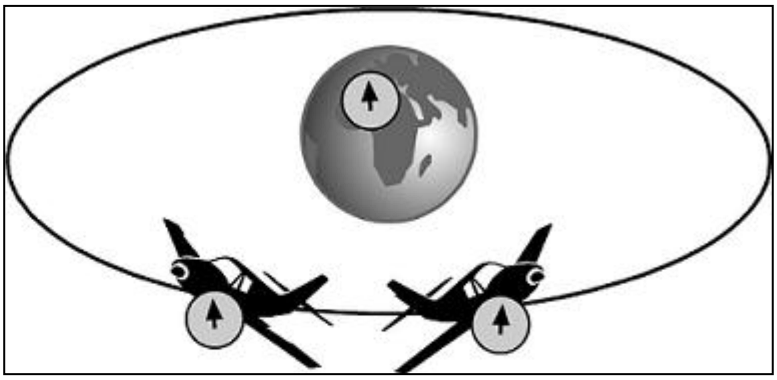
En el año 1941, Rossi y Hall midieron el tiempo de desintegración de unas partículas, muones, producto de la radiación cósmica al bombardear la atmósfera, y compararon el resultado con el promedio de vida de los muones en reposo en el laboratorio. Los muones atraviesan la atmósfera a una velocidad muy elevada (alrededor de 0,99c), de modo que su vida media “en vuelo” es apreciablemente mayor que la vida media en el laboratorio en reposo (tiempo propio). Respecto a un sistema de referencia ligado a los muones, se interpreta este mismo hecho diciendo que la atmósfera "los atraviesa" a una velocidad elevada, por lo que la longitud de la capa atmosférica en ese sistema de referencia, es menor que cuando se obtiene en el sistema de referencia ligado a la Tierra. La consecuencia, en cualquier caso, es que, durante el viaje, sobreviven más muones, contados a nivel del mar, que los que cabría esperar a partir del valor de su vida media en el laboratorio. Los resultados concordaron perfectamente con las leyes relativistas.

En 1963 Frisch y Smith realizaron una versión filmada de esta investigación. La figura adjunta muestra el registro de muones y su ritmo de decaimiento en lo alto del Monte Washington en Hampshire (2.000m sobre el nivel del mar) Aceptando que el ritmo de desintegración de los muones sea el que tiene lugar en la parte más alta de la atmósfera terrestre, se puede estimar la fracción del grupo de muones que se pierde en el proceso de descomposición o decaimiento en el trayecto de bajada. En Internet se puede ver la **película del experimento**.



2) EXPERIMENTO DE LOS GEMELOS

Hafele y Keating, en 1972, sincronizaron varios relojes atómicos de cesio antes de situarlos a bordo de aviones comerciales normales que los transportaron en un viaje completo alrededor del mundo. Un avión se dirigió al este y el otro hacia el oeste y al finalizar los vuelos se compararon ambos relojes con los que habían permanecido en Tierra. Respecto de estos últimos, los relojes que habían viajado hacia el este sufrieron un retraso, mientras que los del viaje hacia el oeste adelantaron. La diferencia de tiempo entre los dos vuelos se debe a que, para el vuelo del viaje al este, hay que sumar la velocidad rotacional de la Tierra a la velocidad de los aviones y para el viaje al oeste hay que restarla. También existe en Internet una **película de este experimento**.

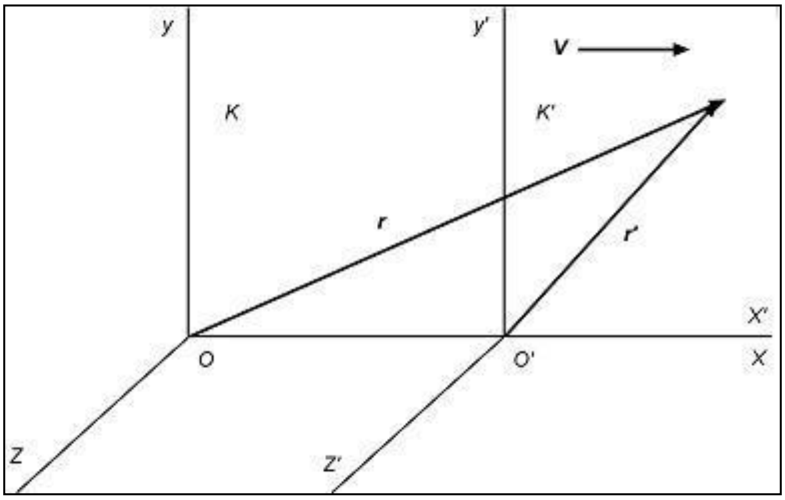


A día de hoy, resulta imprescindible aplicar la ley de dilatación del tiempo (o su reverso de la contracción de la longitud) en multitud de situaciones, entre ellas en todos los casos en los que están implicadas partículas con una velocidad cercana a la velocidad de la luz.

LEYES DE TRANSFORMACIÓN RELATIVISTAS

Un El carácter relativo de los movimientos exige a toda teoría mecánica dotarse de un conjunto de ecuaciones adecuado para trasladar los valores de las magnitudes que describen cada movimiento al pasar de un sistema de referencia a otro. De acuerdo con los hechos experimentales, dichas ecuaciones han de tener ser compatibles con un límite superior de velocidad, c, y han de mostrar una adecuada ligazón en las coordenadas que dan el tiempo y la posición. Todos estos requisitos los cumplen las leyes de transformación de la teoría de la relatividad especial, o leyes de transformación de Lorentz-Einstein, que, como todas las expresiones relativistas, se pueden deducir operativamente de los postulados de la relatividad.

Así pues, las ecuaciones de Lorentz-Einstein relacionan las coordenadas que dan la posición y el tiempo de un móvil en un sistema de referencia inercial, K (*x, y, z, t*) y en otro sistema de referencia inercial, K' (*x', y', z', t'*), que tenga una velocidad, **v**, respecto de K.



$$x' = \gamma(x - \mathbf{v}t)$$

$$y' = y$$

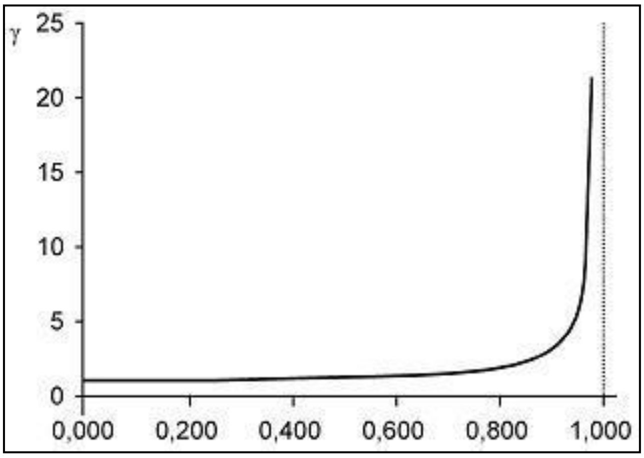
$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{\mathbf{v}x}{c^2}\right)$$

Tomando derivadas en estas ecuaciones, se obtienen las correspondientes leyes de transformación de las velocidades.

$$u'_x = \frac{u_x - v}{\left(1 - \frac{v}{c^2}u_x\right)} \qquad u'_y = \frac{u_x - v}{\left(1 - \frac{v}{c^2}u_y\right)} \qquad u'_z = \frac{u_x - v}{\left(1 - \frac{v}{c^2}u_z\right)}$$

Como ya sabemos, el factor, γ, que aparece en estas ecuaciones depende del cociente entre la velocidad relativa de los sistemas de referencia, v, y la velocidad de la luz, c. Más precisamente este factor tiende a ser igual a uno cuando la velocidad es pequeña comparada con la velocidad de la luz, c, y para que aumente significativamente, la velocidad relativa entre los SRI que alcanzar valores muy elevados, tal como muestra la figura adjunta. Esto implica que mientras las velocidades son pequeñas en comparación con la velocidad de la luz, las leyes de transformación relativistas apenas se diferencian de las de la mecánica de Newton y es aplicable el principio de relatividad de Galileo. Así ocurre en muchos movimientos y experiencias cotidianas (el movimiento de un proyectil, un viaje en tren o en avión, etc.). Por eso, en estos casos, es legítimo usar la mecánica de Newton, pues dicha teoría produce resultados que apenas se desvían de los más correctos que proporcionan las leyes de la relatividad. En otros casos, la aplicación de las leyes relativistas es obligada, ya que esas grandes velocidades si son habituales, por ejemplo, en la física nuclear y en la física de partículas, donde las radiaciones y los "vuelos" de partículas subatómicas tienen velocidades comparables con la velocidad de la luz, c.



CUADRIVECTOR IMPULSO-ENERGÍA.

Para transitar de la cinemática a la dinámica relativista se define un cuadrivector dinámico, **P**, multiplicando la masa de la partícula, *m*, por una velocidad en el espacio-tiempo (igual al cociente entre el desplazamiento en el espacio-tiempo, **ds**, y el tiempo propio correspondiente a ese desplazamiento dt_0):

$$\mathbf{P} = m\,\mathbf{ds}/dt_0 = \left(mc\frac{dt}{dt_0}, m\frac{dx}{dt_0}, m\frac{dy}{dt_0}, m\frac{dz}{dt_0} \right)$$ o, considerando una sola componente espacial: $$\mathbf{P} = \left(mc\frac{dt}{dt_0}, m\frac{dx}{dt_0} \right)$$

Aplicamos la ley de dilatación de tiempos ($dt=\gamma dt_0$) y la expresión de la velocidad de la partícula ($v=dx/dt$) para escribir:

$\mathbf{P} = (m\cdot\gamma\cdot c,\ m\cdot\gamma\cdot\mathbf{v})$ o, multiplicando por c, $\mathbf{P}\cdot c = (m\cdot\gamma\cdot c^2,\ m\cdot\gamma\cdot c\cdot\mathbf{v})$

En cuanto al significado físico de esta magnitud $\mathbf{P}\cdot c$, podemos ver, en primer lugar, que la primera componente, $m\cdot\gamma\cdot c^2$, es una magnitud escalar que tiene dimensiones: $M\cdot L^2/T^2$, es decir, dimensiones de energía. De hecho, es la definición de la energía total de una partícula en relatividad:

$$\boxed{E = m\cdot\gamma\cdot c^2}$$

En la segunda componente, $m\cdot\gamma\cdot\mathbf{v}\cdot c$, resulta que $m\cdot\gamma\cdot\mathbf{v}$ es una magnitud vectorial, que tiene dimensiones: M·L/T, es decir, dimensiones de impulso y, de hecho, es la definición del impulso (o cantidad de movimiento) **p** (minúscula) de una partícula:

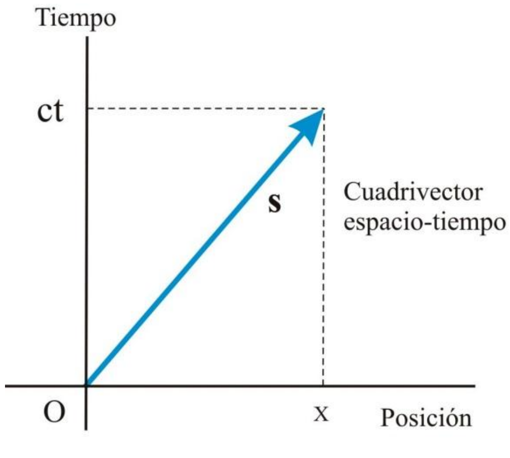
$$\boxed{\mathbf{p} = m\cdot\gamma\cdot\mathbf{v}}$$

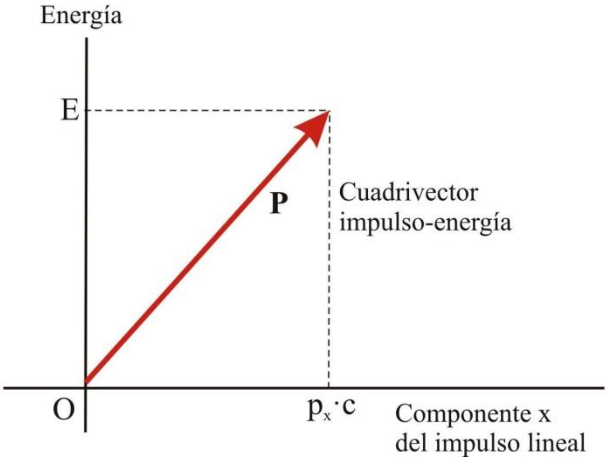
Este impulso será igual al de la mecánica de Newton ($\mathbf{p} = m\cdot\mathbf{v}$) cuando $\gamma=1$, es decir, en el límite newtoniano.

Por todo esto, a este vector dinámico de cuatro dimensiones se le llama cuadrivector impulso-energía y se representa con la letra **P** (mayúscula):

$$\boxed{\mathbf{P} = (E,\ \mathbf{p}\cdot c)}$$

Llegados aquí, podemos representar comparativamente el vector desplazamiento espacio-tiempo en su diagrama de ejes (c·t , x) (considerando sólo una dimensión espacial) y el vector dinámico impulso-energía en el suyo (E, $p_x\cdot c$), en cuyo caso se obtienen los siguientes diagramas:





Como ambos cuadrivectores son proporcionales, tienen los dos las siguientes propiedades:

- ✓ La inclinación de ambos es la misma
- ✓ El valor de la inclinación ha de respetar que no pueda alcanzarse la velocidad de la luz, lo que supone (como ya vimos en los problemas de cinemática), que el ángulo que forme el vector con el eje de ordenadas, no iguale ni supere los 45º (valor absoluto)
- ✓ Su módulo al cuadrado se calcula restando al cuadrado de la componente escalar el cuadrado del módulo de la componente vectorial. Dicho módulo es invariante (vale lo mismo en todos los SRI).

ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA DINÁMICA DE UNA PARTÍCULA

El cuadrado del módulo del cuadrivector dinámico impulso-energía **P** = (E, **p**·c) es:

$$|\mathbf{P}|^2 = E^2 - (\mathbf{p}\cdot c)^2 \rightarrow P^2 = E^2 - (p\cdot c)^2 \quad (1)$$

Al ser invariante P^2 se puede adoptar cualquier sistema de referencia para calcularlo. Por ejemplo, en el sistema de referencia propio de la partícula (en cuyo caso γ=1 y p = 0) con lo que resulta:

$$P^2 = (m\cdot c^2)^2 \quad (2)$$

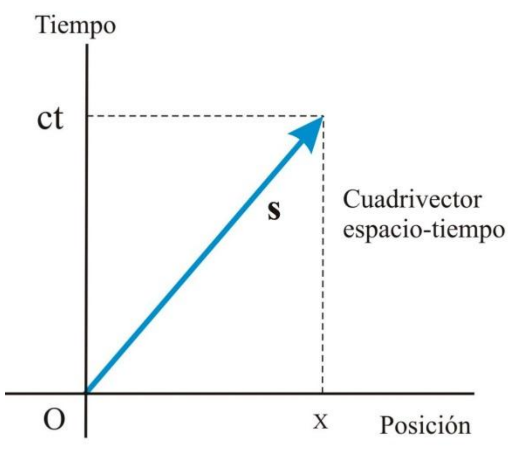
Igualando (1) y (2), se obtiene:

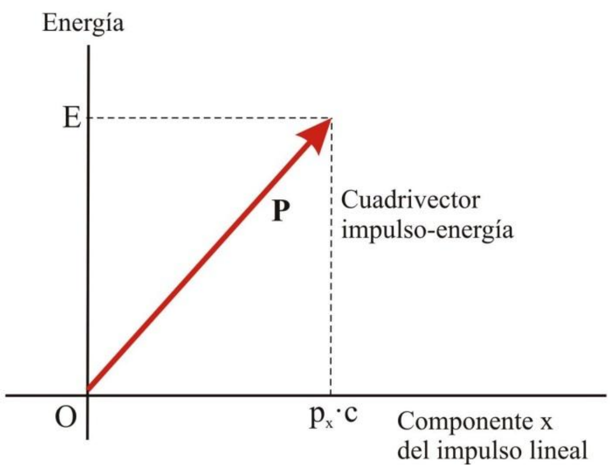
$$\boxed{E^2 = (p\cdot c)^2 + (mc^2)^2}$$

La ecuación obtenida corresponde a la ley fundamental de la dinámica en relatividad especial, que relaciona la energía, la masa y el impulso de una partícula. Esta ley se utiliza en relatividad para estudiar dinámicamente entidades individuales (una partícula, un pulso de luz) y, generalizándola adecuadamente, para estudiar también sistemas más complejos.

RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD Y LAS MAGNITUDES DINÁMICAS

Para relacionar la velocidad con las magnitudes dinámicas, partimos de la representación de los dos vectores en sus correspondientes diagramas:





Como los dos cuadrivectores son proporcionales, tienen la misma inclinación y podemos establecer directamente la siguiente relación entre sus respectivas componentes:

$$\frac{\Delta x}{c \cdot \Delta t} = \frac{p_x \cdot c}{E}$$

Teniendo en cuenta que la componente x velocidad de la partícula es: $v_x = \Delta x/\Delta t$, la expresión anterior se puede expresar como:

$$v_x = \frac{p_x \cdot c}{E} \cdot c$$

Y considerando las tres componentes de los vectores **v** y **p**:

$$\boxed{\mathbf{v} = \frac{\mathbf{p} \cdot c}{E} \cdot c}$$

EQUIVALENCIA ENTRE MASA Y ENERGÍA

En el sistema de referencia ligado a la partícula p = 0. Sustituyendo este valor en la ecuación fundamental se obtiene:

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \quad \rightarrow \quad E_0 = mc^2$$

Como c es una constante universal, esta expresión pone en evidencia una equivalencia entre la masa y la energía de la partícula en el sistema de referencia ligado a ella, según la cual esta propiedad física se puede expresar en unidades de masa, como, por ejemplo, kg o, alternativamente, en unidades de energía, como, por ejemplo, J.

Esta expresión muestra un hecho de una gran importancia: Un aumento (o una disminución) de la energía propia de un objeto, necesariamente ha de ir acompañado de un aumento (o disminución) de su masa, sea cual sea dicho objeto (desde una partícula elemental hasta un astro). Esto se puede expresar mediante:

$$\boxed{\Delta E_0 = \Delta m \cdot c^2}$$

Conviene tener en cuenta que el hecho de que la masa de un sistema necesariamente aumente (o disminuya) cuando aumente (o disminuya) su energía propia, no cuestiona para nada el que la masa sea invariante, ya que el valor de esa nueva masa, también será el mismo sea cual sea el SRI en el que se encuentre. En resumen: la masa de un sistema cambia cuando cambia la energía propia de dicho sistema pero no cambia cuando se pasa de un SRI a otro. Es posible, por tanto, modificar la masa de un sistema sin agregarle ni restarle constituyentes, a base de aportarle o restarle energía. Por ejemplo, para modificar la masa de un muelle podemos estirarlo o contraerlo, para modificar la de un gas podemos calentarlo o enfriarlo, etc.

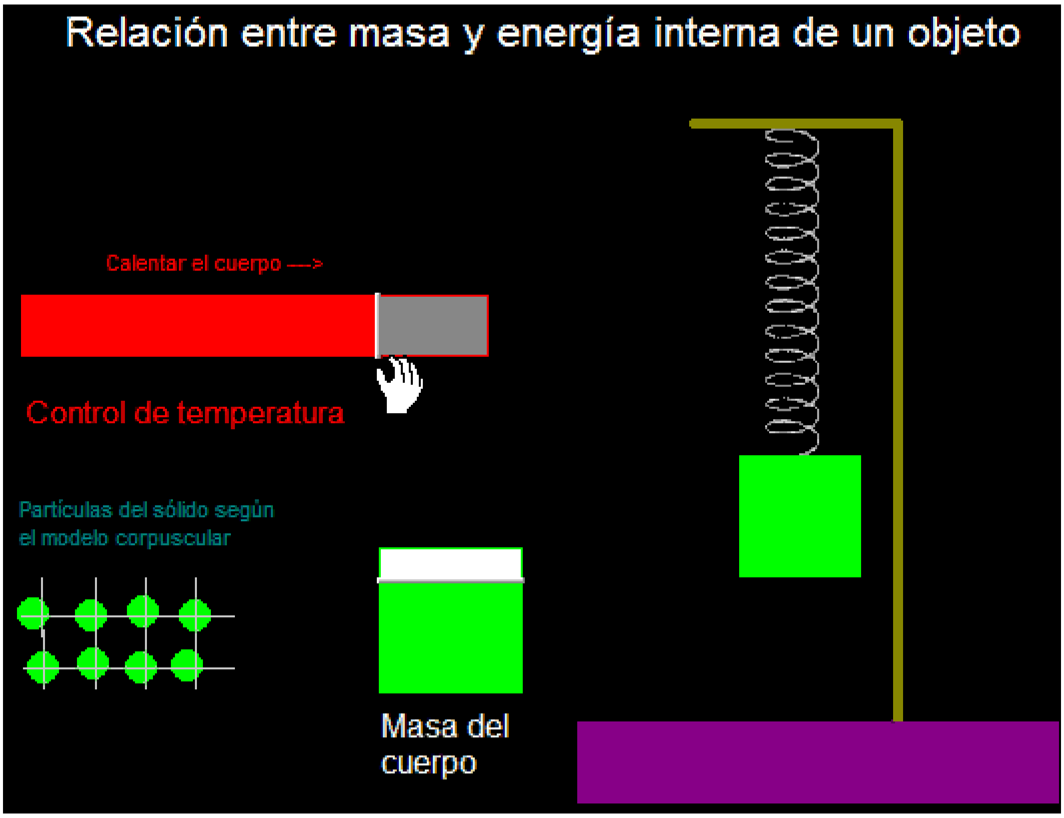
El contenido energético de la materia pasó desapercibido para la mecánica de Newton ya que en cualquier proceso ordinario destinado a obtener energía útil, debido al elevadísimo valor de c^2, el cambio de masa asociado (dado por $\Delta m = \Delta E_0/c^2$) era absolutamente indetectable.

En contrapartida, el altísimo valor de c^2, también permitía pensar en la posibilidad de obtener ingentes cantidades de energía asociadas a la disminución de masa. Así, por ejemplo, la energía equivalente a *1g* de materia es $E_0 = mc^2 =$

$0{,}001kg \cdot (3{\cdot}10^8\ m{\cdot}s^{-1})^2 = 9{\cdot}10^{13}J$. El orden de magnitud de esta enorme cantidad de energía se aprecia mejor cuando se compara, por ejemplo, con los aproximadamente $5{\cdot}10^4J$ de energía térmica, que se desprenden en la combustión de $1g$ de butano. Esta energía es unos dos mil millones de veces menor que la energía propia de ese mismo gramo de butano. Por lo tanto, un proceso ordinario de combustión sólo aprovecha una parte insignificante de la masa (o energía equivalente) disponible. En efecto, tras la combustión de $1g$ de masa (equivalente a una energía propia "no útil" de $9{\cdot}10^{13}J$ de butano), se obtiene una cantidad prácticamente igual de masa de los productos finales (dióxido de carbono y vapor de agua), y únicamente $5{,}56{\cdot}10^{-13}g$ [es decir, $m = E_0/c^2 = 5{\cdot}10^4/(3{\cdot}10^8)^2$] de energía térmica.

El establecimiento de la relatividad precedió al desarrollo de otras áreas de física moderna (física nuclear, física de partículas) que estudiaron mecanismos mucho más eficaces para aprovechar energía mediante procesos como, por ejemplo, la fisión y la fusión nuclear. En ellos se aprovecha un porcentaje mucho más elevado de la masa (o energía equivalente) disponible, es decir, se transforma una cantidad mucho mayor de masa en energía "útil". Este es seguramente uno de los motivos por los que la ley de la equivalencia entre la masa y la energía es una de las fórmulas más conocidas de la física.

La imagen adjunta procede de una animación, disponible en la Web, que ilustra la equivalencia entre la masa y la energía. Permite al usuario modificar la temperatura de un cuerpo que cuelga de un muelle. Al aumentar dicha temperatura crece la agitación interna de sus partículas y, por tanto, se incrementa su energía interna. Teniendo en cuenta la equivalencia entre la masa y la energía, ello supone que también aumenta la masa del cuerpo un valor igual al cociente entre ese incremento de energía y el cuadrado de la velocidad de la luz y por tanto, estira más el muelle (obviamente, de forma imperceptible).



IMPULSO Y ENERGÍA DE LA LUZ

Cabe plantear las leyes de la relatividad a la propia luz, es decir, a fotones que viajan a la velocidad límite, c. Por ejemplo, podemos empezar por la ley que expresa la velocidad en función de las magnitudes dinámicas:

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{p}\cdot c}{E}\,c$$

Como el fotón tiene la velocidad c, en módulo, sustituyendo v = c, en la ecuación anterior, se obtiene la siguiente relación entre su impulso y su energía:

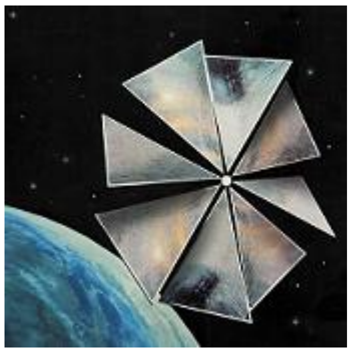
$$E_{\text{fotón}} = p \cdot c$$

Si se sustituye esta relación en la ley fundamental de la dinámica: $(m \cdot c^2)^2 = E^2 - (p \cdot c)^2$, se obtiene: $m_{\text{fotón}} = 0$. Es decir, se concluye, como ya sabíamos, el fotón no tiene masa, pero sí tiene energía e impulso. Así, la relatividad muestra que el hecho de que la luz no tenga masa, no impide que tenga impulso o cantidad de movimiento (dado por p = E/c), de tal forma que cuando interacciona con la materia, la luz, además de poder ser absorbida o emitida por ella, también la empuja.

Conviene saber que el hecho de que la luz tiene cantidad de movimiento o impulso lineal ya era conocido con anterioridad al establecimiento de la relatividad especial. De hecho se trata de una consecuencia de la teoría electromagnética de Maxwell y se contrastó experimentalmente al estudiar un fenómeno conocido como "presión de la radiación". Básicamente este fenómeno consiste en el hecho de que la luz, cuando incide, por ejemplo, sobre una lámina metálica, ejerce una presión. Si se trata de una lámina muy fina dispuesta de modo que pueda girar, la luz que incide sobre ella le provoca un giro y se puede deducir, del ángulo de torsión, el valor del impulso lineal del haz lumínico. El primer experimento cuantitativo sobre la "presión de la radiación" lo realizó Lebedev (1866-1912) en el año 1901.

La magnitud de la presión que puede ejercer la luz es casi insignificante. Por ejemplo, la luz emitida por una bombilla de *500W* ejerce a una distancia de *1m* una presión del orden de una diezmillonésima de N/m^2. Podemos comparar hacernos una idea de la pequeñez de este valor viendo que un libro de bolsillo de *200g* con una superficie de $200cm^2$, apoyado sobre una mesa, ejerce sobre ella una presión de $100N/m^2$, por lo tanto, mil millones de veces mayor que la presión de la radiación de la bombilla.

Cabe concebir, no obstante, situaciones en las que la presión de la luz puede tener efectos macroscópicos observables. Un ejemplo de esto son las velas estelares que imaginó por primera vez el astrónomo ruso Friedrich Tsander (1887-1933) en 1924 y también formaron parte de relatos de ciencia ficción, como uno de Arthur C. Clarke, llamado: "*El viento del Sol*". Un velero estelar debe ser muy fino y ligero, tener una superficie muy brillante que refleje los fotones para impulsarla, aprovechando la energía de la luz emitida por el Sol o por otras estrellas. Aunque reciba un empuje muy pequeño, éste le permitirá alcanzar grandes velocidades en poco tiempo, dada la ausencia de rozamiento en el espacio.



ENERGÍA CINÉTICA

La energía cinética de una partícula no es una propiedad de ella, sino que depende del SRI con respecto al cual se determina. En el sistema de referencia propio la partícula están en reposo y su energía cinética es cero. En cualquier otro SRI, la partícula tienen velocidad y su energía cinética es mayor cuanto mayor sea esa velocidad relativa con respecto al SRI adoptado (existiendo como sabemos un límite inalcanzable, dado por la velocidad de la luz c).

Como en el sistema de referencia ligado a la partícula su energía es:

$$E_0 = m \cdot c^2$$

Y, en cualquier otro SRI, con respecto al cual la partícula tiene una cierta velocidad, v, su energía es:

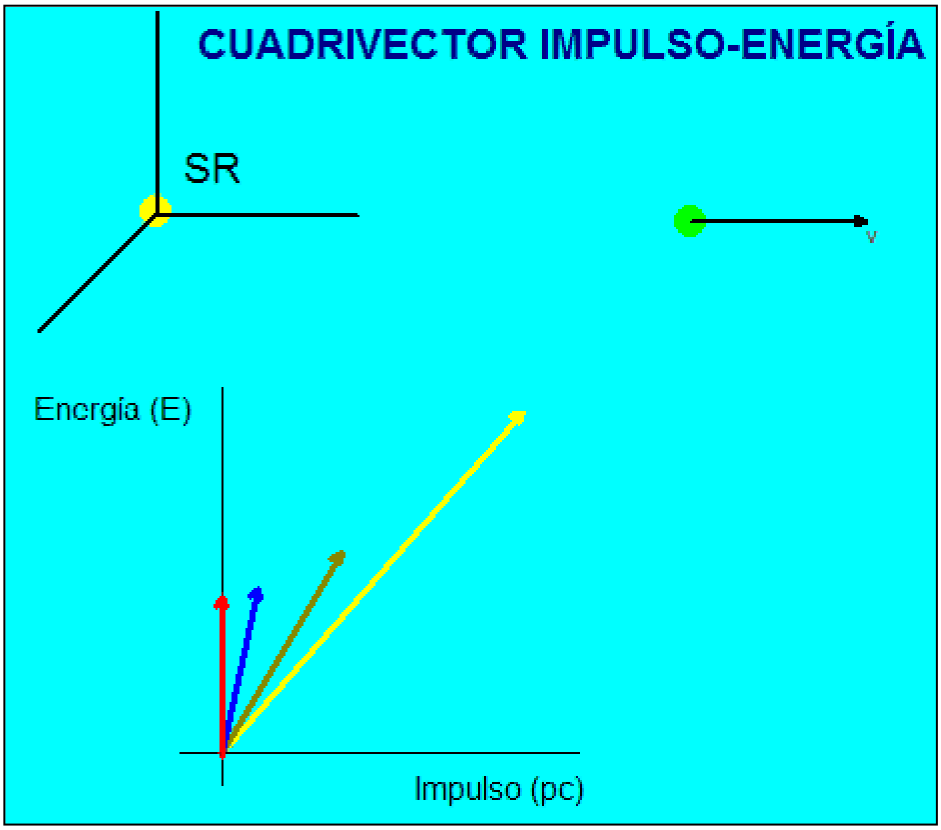
$$E = m \cdot \gamma \cdot c^2$$

La energía cinética de la partícula es igual a la diferencia entre las dos anteriores:

$$E_c = E - E_0 = m \cdot \gamma \cdot c^2 - m \cdot c^2 = m \cdot c^2 (\gamma - 1)$$

DIAGRAMAS IMPULSO-ENERGÍA

Ya hemos visto que, puesto que el cuadrivector impulso-energía, **P**, de la dinámica es proporcional al cuadrivector cinemático, d**s**, **P** se representa sobre un diagrama de ejes impulso-energía ($p_x \cdot c$, E), de forma análoga a como d**s** lo hace sobre el diagrama espacio-tiempo, teniendo ambos cuadrivectores la misma inclinación en sus respectivos diagramas.



La figura adjunta procede de una animación, disponible en la Web, que representa cuadrivectores impulso-energía de una partícula con respecto a varios sistemas de referencia inerciales. En el sistema de referencia ligado a la partícula, el cuadrivector impulso-energía es vertical en el diagrama y en cualquier otro sistema de referencia se inclina y aumenta su longitud aparente, tanto más cuanto mayor sea la velocidad de la partícula. Ello es así porque, igual que ocurre con el cuadrivector espacio-tiempo, el signo negativo que aparece en la expresión del módulo del cuadrivector impulso-energía aporta a los cuadrivectores que representan el impulso-energía de una partícula una métrica especial y semejante a la de los cuadrivectores espacio-tiempo.

SISTEMAS DE PARTÍCULAS

Un suceso es un hecho puntual que ocurre en un cierto lugar y un cierto instante, sin que llegue a transcurrir tiempo. En cinemática se determina dando en un sistema de referencia inercial cuatro valores

SISTEMAS DE PARTÍCULAS

Un sistema es un conjunto de entidades (como electrones, neutrones, protones, fotones) que pueden o no interaccionar entre sí. Los sistemas que pueden adecuarse a esta definición (por ejemplo, un átomo) a menudo componen otros sistemas más complejos (como una molécula); estos, a su vez, componen otros aún más complejos (por ejemplo, un gas), etc. Por ello, el proceso de extensión de los conceptos físicos a los sistemas ha de garantizar que globalmente se les pueda considerar como nuevas entidades individuales, cuyo comportamiento se pueda describir con las mismas magnitudes y leyes utilizadas para estudiar a las partículas simples. Esto implica que un sistema tenga, como tienen las partículas, masa, m, impulso lineal, **p**, energía, E, e impulso-energía, **P**.

El impulso-energía de un sistema, $\mathbf{P}_{sistema}$, se calcula sumando los impulsos-energía de cada entidad que lo compone $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2$, $\mathbf{P}_3$, etc., más un término adicional que tiene en cuenta posibles flujos de energía en forma de campo. Es decir:

$$\mathbf{P}_{sistema} = \mathbf{P_1} + \mathbf{P_2} + \mathbf{P_3} + \ldots + \text{Término adicional.}$$

Para el estudio de problemas que requieren tener en cuenta el término adicional es necesario entrar en el dominio de la teoría de campos. No obstante, es posible acotar un conjunto amplio de problemas en los que la energía radiada tiene por soporte los cuantos asociados al campo correspondiente (por ejemplo, fotones si se trata de radiación electromagnética). En estos casos todos los flujos de energía son asimilables a flujos de entidades corpusculares. Entonces se obvia el término adicional y se utiliza una expresión simple del impulso-energía de un sistema igual a la suma de los impulsos-energía de cada uno de sus componentes corpusculares:

$$\mathbf{P}_{sistema} = \mathbf{P_1} + \mathbf{P_2} + \mathbf{P_3} + \ldots$$

es La suma de los cuadrivectores se efectúa sumando respectivamente sus componentes de energía e impulso lineal. Por lo tanto, resulta de esta definición que la energía del sistema, E_{sist}, es igual a la suma de las energías de los componentes y que el impulso lineal del sistema, $\mathbf{p}_{sist}$, también es igual a la suma de los impulsos lineales de los componentes. Por otra parte, como el sistema se considera una nueva entidad física, se le ha de poder aplicar en su conjunto la ley fundamental de la dinámica, como si de una partícula se tratara. Así pues, se han de cumplir las siguientes leyes:

$$E_{sist} = \Sigma E_i \qquad \mathbf{p}_{sist} = \Sigma \mathbf{p}_i \qquad (m_{sist} \cdot c^2)^2 = E_{sist}^2 - (\mathbf{p}_{sist} c)^2$$

El cumplimiento simultáneo de estas tres expresiones condiciona el tipo de relación existente entre la masa del sistema y las masas de sus componentes. Como se verá, al contrario de lo que supuso la mecánica de Newton, la masa de un sistema, generalmente, no es igual a la suma de las masas de sus componentes.

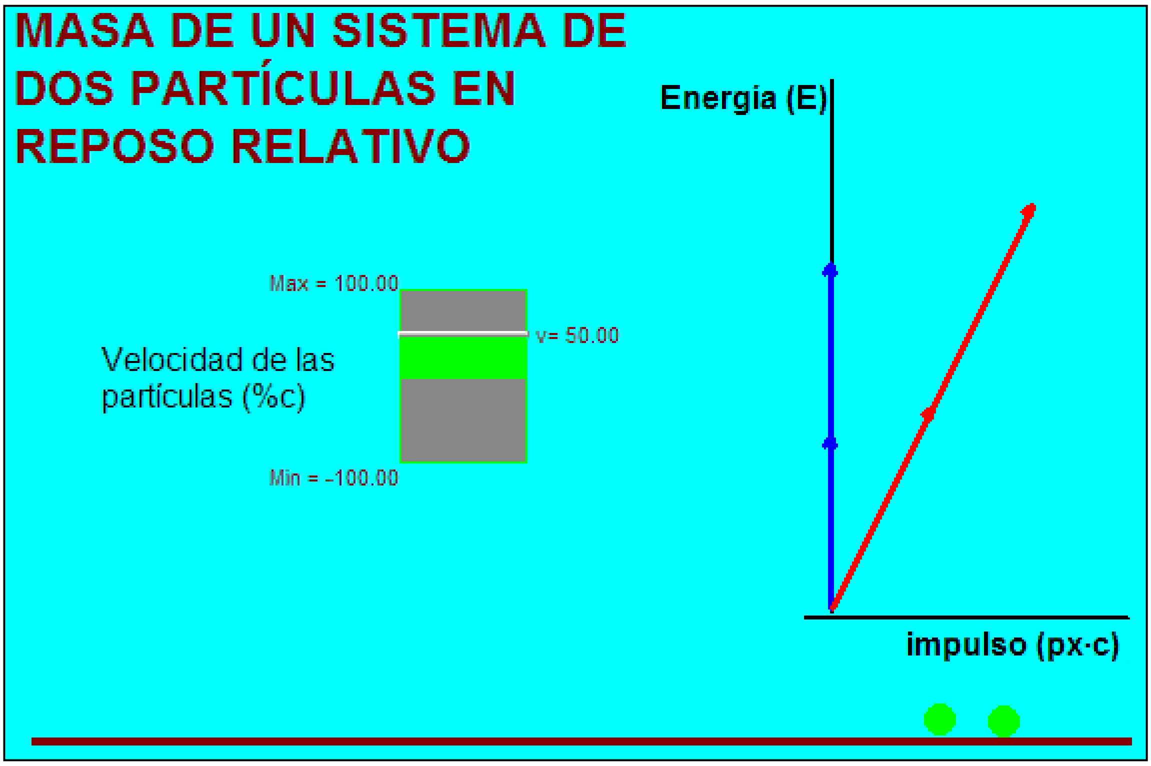
SISTEMAS DE PARTÍCULAS

Una consecuencia notable del procedimiento seguido para la generalización de las leyes de la dinámica relativista a sistemas de partículas, es el hecho de que, en general, la suma de las masas individuales de las entidades componentes de un sistema no es igual a la masa del sistema entero. Para ver por qué ocurre esto vamos a analizar el sistema más simple, constituido por dos partículas que no interaccionan entre sí.

Lo primero que se ha de tener en cuenta es el hecho de que, globalmente, las dos partículas que componen este sistema simple sólo pueden estar en dos estados cinemáticos diferentes: a) En reposo relativo (significa que con respecto a cualquier sistema de referencia ambas tienen la misma velocidad, o que la velocidad de cualquiera de ellas es nula en el sistema de referencia ligado a la otra). b) En movimiento relativo (significa que en cualquier sistema de referencia no coinciden sus velocidades)

Vamos comprobar, utilizando diagramas impulso-energía, que en el primer caso (estado de reposo relativo) la masa de este sistema es igual a la suma de las masas de las dos partículas, mientras que en el segundo supuesto (estado de movimiento relativo) la masa de este sistema es mayor que la suma de las masas de las dos partículas.

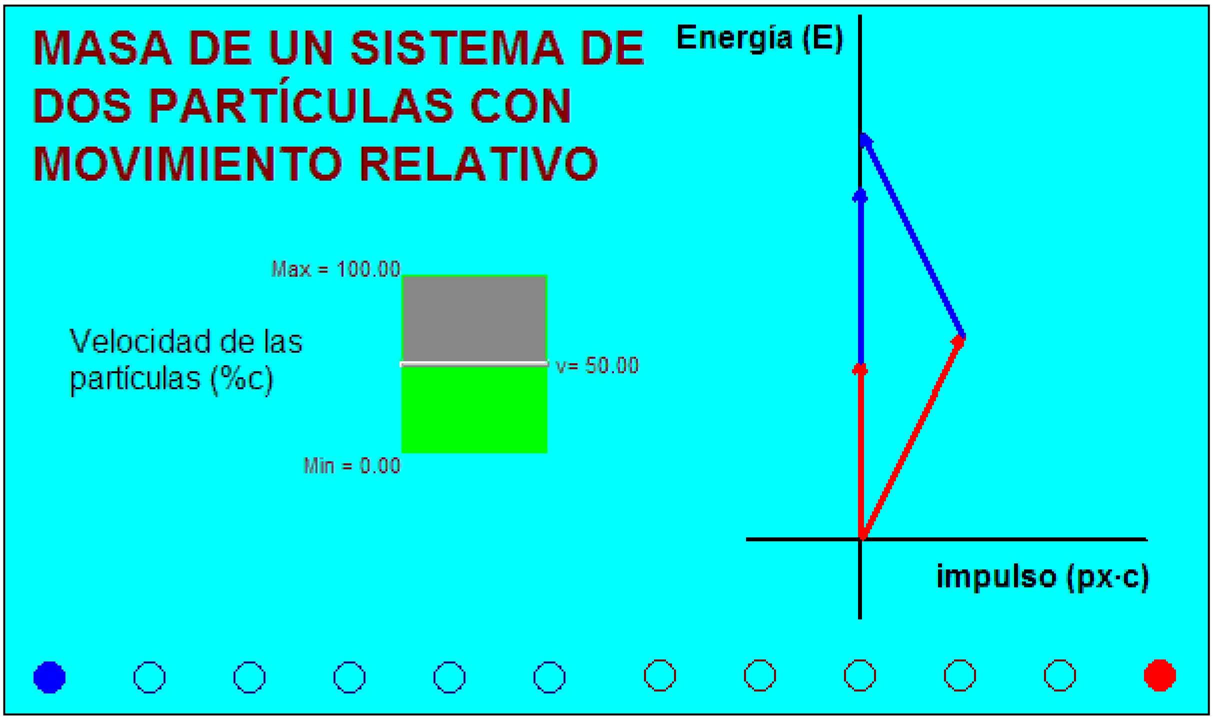
La imagen adjunta procede de una animación, disponible en la Web, que ilustra el primer supuesto. Con las dos partículas en reposo relativo, sus cuadrivectores impulso-energía tienen la misma inclinación en el diagrama (diferente en cada sistema de referencia). En los sistemas de referencia ligados o cada una de ellas son verticales (sus impulsos son nulos) y en cualquier otro sistema de referencia se inclinan por igual (tanto más cuanto mayor sea la velocidad de las partículas respecto de él). En estas condiciones, aunque la longitud aparente del cuadrivector impulso-energía del sistema cambia al cambiar de referencial, su módulo no lo hace (recuérdese el signo menos) y, en consecuencia resulta:



$$m_{sist}c^2 = m_1c^2 + m_2c^2 \rightarrow m_{sist} = m_1 + m_2$$

Para ver el segundo supuesto, vamos a elegir como segundo sistema de referencia para comparar con el sistema de referencia propio, aquél en el que ambas partículas se alejan entre sí con velocidades opuestas de la misma magnitud.

Tal como muestra la figura adjunta (debajo), procedente de otra animación, disponible en la Web, con esta elección, que es siempre posible hacer, el extremo del cuadrivector que se obtiene después de sumar los dos impulsos-energía de cada partícula está en el eje vertical del diagrama en los dos sistemas de referencia adoptados.



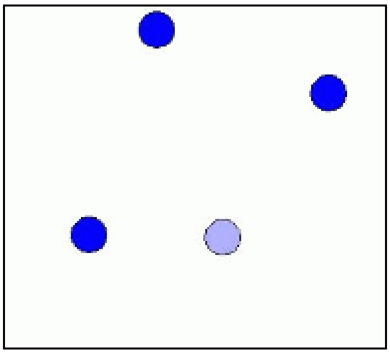
Esto permite comparar directamente el módulo de esa en el sistema de referencia impropio ($m_{sist}c^2$), con el de esa misma suma en el sistema de referencia propio ($m_1c^2 + m_2c^2$). Se obtiene, por tanto:

$$m_{sist}c^2 > m_1c^2 + m_2c^2 \rightarrow m_{sist} > m_1 + m_2$$

Es decir, en este caso, la masa del sistema es mayor que la suma de sus masas.

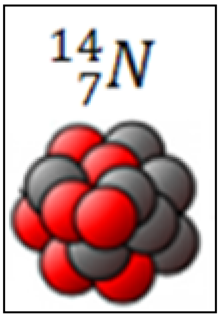
Vamos a generalizar este resultado para aplicarlo a un gas ideal. Para ello imaginamos un proceso en el que, partiendo de una configuración hipotética del gas con todas sus moléculas en reposo (es decir, totalmente "frio"), se les va comunicando energía cinética hasta constituir el gas, tal como se muestra, por ejemplo, a la temperatura ambiente. Este proceso enseña que comunicar al gas en su conjunto la energía interna necesaria para calentarlo hasta alcanzar una determinada temperatura supone incrementar su masa. De hecho, aplicando formalmente las leyes de la relatividad se obtiene que la diferencia de masa es exactamente igual a su energía térmica (expresada en unidades de masa):

$$m_{gas} = \sum m_{moléculas} + \sum E_{c,moléculas} / c^2$$



Este resultado de que la masa del gas es mayor que la suma de las masas de sus moléculas, es consecuencia del hecho de que dichas moléculas se mueven libremente y se extienden para ocupar todo el volumen del recipiente que las contiene. El gas es un sistema de partículas libres (no ligadas). Como es lógico, al aplicar estos conceptos a los sistemas ligados (por ejemplo: una molécula, un átomo, un núcleo atómico, etc.) se obtiene el resultado opuesto: la masa del sistema es menor que la suma de las masas de sus componentes.

Así por ejemplo, la masa de un núcleo del isótopo Nitrógeno-14 se obtiene mediante el siguiente cálculo:



$$m_{N\text{-}14} = 7\cdot m_{protón} + 7\cdot m_{neutrón} + E_{e,\,protones}/c^2 + \sum E_{nuclear,\,nucleones}/c^2$$

En este caso, la diferencia de masa es negativa porque la fuerza nuclear entre los nucleones que la forman (7 protones y 7 neutrones) es de atracción y supera a las fuerzas de repulsión entre los protones (cargas del mismo signo). Esta diferencia negativa de masa es la energía de enlace que hay que vencer para romper el núcleo.

COMPENDIO DE LEYES DE DINÁMICA RELATIVISTA

En el siguiente cuadro se recogen as principales leyes de la dinámica relativista de una partícula, que hemos visto aquí.

Magnitudes de la dinámica relativista de una partícula	
Cuadrivector impulso-energía	$\mathbf{P} = (E, \mathbf{p}\cdot c)$ en unidades de energía
Impulso lineal	$p = m\gamma v$
Energía	$E = m\gamma c^2$
Relación entre el cuadrado del módulo de P y la masa m (en unidades de energía)	$P^2=(mc^2)^2$
Ley fundamental de la dinámica relativista	$(mc^2)^2=E^2-(p\cdot c)^2$
Relación entre la velocidad, la energía y el impulso lineal	$\mathbf{v} = \dfrac{\mathbf{p}\cdot c}{E}c$
Equivalencia entre la masa y la energía (propia)	$E_0=mc^2$
Energía cinética	$E_c=E-E_0$
Relación entre la energía y el impulso lineal de entidades de masa nula (fotones)	$E=p\cdot c$

Los textos, animaciones, artículos y otros materiales sobre relatividad especial, relacionados con este documento, están disponibles en la página Web de Materiales Didácticos de la Sección Local de Alicante de la RSEF (http://rsefalicante.umh.es/fisica.htm) Se pueden usar libremente con fines educativos, si bien ha de citarse la procedencia y el autor (Manuel Alonso Sánchez) También puedes solicitarnos (manuelalonso@inicia.es) una charla para alumnos de Bachillerato y/o una ponencia o un curso de formación para docentes de Secundaria sobre este tema.