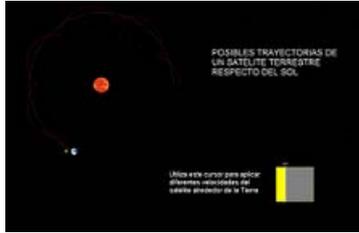


ESTUDIO CINEMÁTICO DE LOS MOVIMIENTOS

SISTEMA DE REFERENCIA

Un problema de origen que se plantea para estudiar los movimientos es la dificultad que tiene determinar si un objeto se encuentra en reposo o en movimiento y, en caso de considerarlo en movimiento, la dificultad de especificar su trayectoria.



Para estudiar cualquier movimiento es preciso adoptar un sistema de referencia (SR), y el estado y el tipo de movimiento dependen del SR adoptado. Por ejemplo, la Luna tiene un movimiento circular y uniforme para un SR con origen en el centro de la Tierra, pero este mismo movimiento tiene una trayectoria bastante más compleja respecto de otro SR con origen en el centro del Sol, tal como se puede comprobar manipulando una animación elaborada por el departamento (figura adjunta). Entonces,

¿Da lo mismo adoptar cualquier SR? ¿Se pueden definir unas magnitudes (y encontrar unas relaciones entre ellas) capaces de proporcionar descripciones diferentes de cualquier movimiento según cual sea el SR que se adopte?

Para avanzar en el proceso de construcción de las magnitudes cinemáticas, interesa dejar pendientes de momento estas cuestiones y adoptar para cada movimiento que se estudie un SR, sin entrar a valorar si es el más adecuado o si las magnitudes se adaptarían a otros SR posibles. En otro documento, estudiamos con detalle este problema de los sistemas de referencia, para cuyo tratamiento es preciso antes haber avanzado, no sólo en el estudio de conceptos de Cinemática, sino también de Dinámica.

MAGNITUDES CINEMÁTICAS PARA DESCRIBIR LOS MOVIMIENTOS

El lenguaje cotidiano, no científico, limita mucho la capacidad para describir los movimientos con suficiente claridad. Podemos pensar, por ejemplo, en un controlador aéreo que, en un momento determinado, sólo pueda comunicarse con el piloto de un avión mediante la radio. Para tener información fiable de su movimiento tendrá que hacer al piloto bastantes preguntas (¿dónde está el avión?, ¿hacia dónde se dirige?, ¿cómo va de rápido?, si cambia de rapidez ¿cómo lo hace?,...) Para poder contestar a estas cuestiones, el piloto tendrá que usar un lenguaje científico preciso que de respuestas claras a estos interrogantes. Éste es el papel que juegan las magnitudes cinemáticas de los movimientos: facilitar una descripción e interpretación precisa de cualquier tipo de movimiento.

Posición y cambios de posición

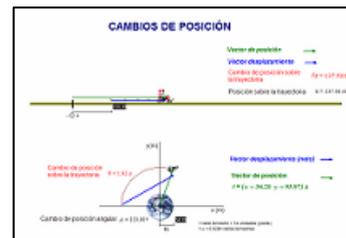
La primera magnitud a que nos referimos es la **posición**, es decir, la indicación en cada instante de dónde se encuentra el objeto móvil. Existe, de entrada, un inconveniente para definirla, porque todo objeto es extenso y ocupa muchas posiciones puntuales. Por eso, para poder localizarlo con exactitud es necesario sustituir al objeto por un punto que lo represente. También dejamos pendiente cómo hacer esto y aceptaremos que nos referimos a objetos "puntuales".

Teniendo en cuenta que vivimos en un mundo tridimensional, la posición de un objeto móvil (puntual) se expresa mediante un vector de tres componentes, aunque se pueden considerar situaciones más sencillas si el movimiento se restringe a un número inferior de dimensiones. Si el objeto se mueve en un plano, el vector de posición sólo requiere dos componentes y aún se

puede reducir la posición a un sólo valor si el movimiento goza sólo de un grado de libertad espacial (por ejemplo, una distancia medida sobre la trayectoria si ésta se conoce previamente, un ángulo si el movimiento es circular,...)

En cuanto a los **cambios de posición**, se definen operativamente como la diferencia entre una posición final o posterior y otra posición inicial o anterior del móvil.

Como se utilizan varias formas de expresar la posición y otras tantas expresiones y maneras de dar posibles cambios en la posición, conviene practicar un poco el manejo de estas magnitudes a lo que pueden ayudar dos animaciones *Modellus* del Departamento. La primera permite al usuario dar posiciones de un vehículo en una carretera, de un alumno en el aula y de la Tierra en su movimiento alrededor del Sol (suponiendo dicha órbita circular). La segunda puede ayudar a diferenciar entre los conceptos de posición sobre la trayectoria, vector de posición, cambio de posición sobre la trayectoria, vector desplazamiento, posición angular y cambio de posición angular.



Rapidez y velocidad

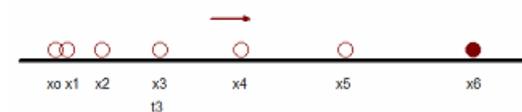
Además de indicar posibles cambios en la posición de un movimiento, interesa dar lo rápido que se producen. Se pueden definir tantas maneras de expresar este concepto como formas de dar los cambios de posición. Así, se define una **rapidez** sobre la trayectoria (cociente entre el cambio de posición sobre la trayectoria y el intervalo de tiempo correspondiente), un vector **velocidad** (cociente entre el vector desplazamiento y el intervalo de tiempo), una **velocidad angular** (cociente entre el cambio de posición angular y el intervalo de tiempo)...

En todos estos conceptos se ha de distinguir entre el valor medio, correspondiente a un determinado trayecto, y el valor instantáneo de la magnitud. Piénsese, por ejemplo, en una persona que realiza un viaje de *30km* y tarda *30 minutos*. Días después recibe la notificación de una multa por "exceso de velocidad", detectada por un radar.



en esa carretera pudo ser *120km/h* no podrá usar el concepto de rapidez media para recurrir la multa. El valor medio de su rapidez sobre la trayectoria es *60km/h*, (*30km/0.5horas*) pero el radar pudo detectar una rapidez instantánea mayor. Una animación del Departamento muestra esta situación, permitiendo al usuario simular diferentes movimientos en una carretera con límite de velocidad de *100km/h*, y comprobar que se puede superar perfectamente el límite y tener una rapidez media bastante inferior.

El valor instantáneo de la rapidez es el que interesa. Para entrever su definición pensamos en un movimiento cada vez más rápido, como el que se representa cualitativamente en la figura adjunta. Nos proponemos encontrar un procedimiento para



obtener la rapidez en un instante preciso, en este ejemplo, el instante indicado en el dibujo como t_3 (correspondiente a la posición x_3) La fórmula de la rapidez media (cambio de posición dividido entre intervalo de tiempo) permite

calcularla en cualquier intervalo de tiempo que se inicie en t_3 . Como el movimiento es cada vez más rápido, la rapidez media es mayor cuanto más tiempo dejemos transcurrir desde ese instante, t_3 . Los valores de esa rapidez media son todos mayores que

el instantáneo al pasar por la posición x_3 , pero, si se consideran intervalos de tiempo cada vez más cortos (con origen t_3), esos valores cada vez son más próximos al valor de la rapidez en dicho instante, t_3 .

Teniendo en cuenta este razonamiento, se define la rapidez instantánea en un cierto instante t como el valor límite al que tienden los valores de la rapidez media, cuando se hace tender el intervalo de tiempo (medido desde t) a cero. Obtener ese límite equivale matemáticamente a obtener la derivada de la función que representa la evolución de la posición a lo largo del tiempo.



De acuerdo con esta interpretación geométrica del concepto, la derivada se puede obtener calculando en el instante considerado la pendiente de la tangente a la gráfica tiempo-posición. Algo que se puede practicar usando una animación *Modellus* interactiva del Departamento que dibuja la gráfica tiempo-posición de un movimiento e incluye un medidor de pendientes para obtener la derivada en cualquier instante. La animación permite modificar las condiciones iniciales del movimiento para practicar con todo tipo de ejemplos.

Otras magnitudes para indicar lo rápido que es un movimiento son la rapidez angular instantánea y el vector representativo de la velocidad instantánea. La dirección del vector velocidad es tangente a la trayectoria en cada punto (si el movimiento es rectilíneo, la tangente es la propia recta) y su sentido es el de orientarse hacia donde avanza el móvil.

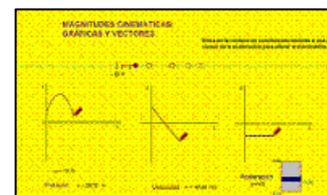
Aceleración

La mayoría de movimientos no son uniformes, sino que su velocidad cambia de forma más o menos complicada a lo largo del trayecto. La **aceleración** es la magnitud que informa de una mayor o menor brusquedad en esos posibles cambios de velocidad. La relación que tiene la aceleración respecto de la velocidad es similar a la que tiene la velocidad respecto de la posición. Es decir, la aceleración instantánea es la derivada de la velocidad instantánea. Lógicamente, el vector aceleración se orienta hacia donde lo hacen los incrementos de los vectores velocidad. Por tanto, en un movimiento rectilíneo, el sentido del vector aceleración coincide con los de los vectores velocidad cuando los cambios de posición son cada vez mayores y es de sentido contrario si son cada vez menores. Cuando la trayectoria es curvilínea, el vector aceleración se dirige siempre hacia la parte interior de la curvatura, inclinándose a favor o en contra del movimiento según la describa el móvil aumentando o minorando sus recorridos.

GRÁFICAS DEL MOVIMIENTO

Para proporcionar información cualitativa y cuantitativa de un movimiento resultan muy útiles las gráficas de la evolución de las magnitudes cinemáticas respecto del tiempo. Si se adquiere una destreza suficiente, una simple observación visual de estas gráficas puede aportar información muy precisa del movimiento. Para adquirir esta destreza sugerimos dibujar gráficas cualitativas correspondientes a algunos movimientos reales y viceversa.

También puede ayudar una animación elaborada por el Departamento. Representa cualitativamente un movimiento cualquiera, dibuja los vectores velocidad y aceleración en cada instante y va dibujando, a lo largo de todo el movimiento, las gráficas de la evolución de las tres magnitudes (posición, velocidad y aceleración). Se pueden modificar las condiciones iniciales del



movimiento para practicar con todo tipo de ejemplos. También se puede usar un cursor que aparece en la pantalla para alterar sobre la marcha la aceleración y, por tanto, el tipo de movimiento.

ECUACIONES DE LOS MOVIMIENTOS

Cuando se conoce en cada instante la posición que tiene un móvil, un buen manejo de las tres magnitudes cinemáticas (posición, velocidad y aceleración) permite describir con precisión los movimientos (carácter explicativo de la teoría) Pero la cinemática aspira también a dotarse de un carácter predictivo, es decir, a prever la evolución de un movimiento, si en un instante determinado se conocen sus propiedades y se le puede caracterizar como un movimiento de un tipo determinado (por ejemplo, uniforme, uniformemente acelerado, armónico,...) A este propósito sirven las ecuaciones de los movimientos.

Para escribir las ecuaciones de un movimiento es preciso conocer la expresión de la evolución de su aceleración respecto del tiempo (o, si ésta es constante, su valor). Además se precisa saber en un instante determinado la posición que ocupa el móvil y su velocidad. Con estos datos, el movimiento está completamente definido. Como la aceleración es la derivada de la velocidad, anti-derivando la aceleración se obtiene una colección de ecuaciones que pueden representar a la velocidad. De todas ellas, la ecuación de la velocidad de cada movimiento concreto es aquella que se verifica para el valor que se conoce de la velocidad en un instante determinado. El mismo proceso permite obtener la ecuación de la posición, si se conoce la de la velocidad.

Para practicar estos procesos solicitamos a los estudiantes que planteen unas condiciones iniciales de un movimiento uniforme o uniformemente acelerado, que obtengan seguidamente las ecuaciones de ese movimiento, hagan una tabla de valores con la evolución de las magnitudes y representen el movimiento sobre una trayectoria rectilínea. Después de hacer todo esto, pueden usar la última animación que hemos comentado en el apartado anterior de este documento. Entrando en su modelo físico-matemático se puede observar que éste expresa simplemente que la velocidad es la derivada de la posición y la aceleración es la derivada de la velocidad. Recuérdese que después de introducir las condiciones iniciales del movimiento, la animación simula el movimiento, dibuja sus gráficas y representa en cada instante los vectores velocidad y aceleración, pudiendo los estudiantes comprobar si todos estos resultados coinciden con los resultados que obtuvieron manejando las ecuaciones.

EXPERIMENTOS SOBRE LA DESCRIPCIÓN CINEMÁTICA DE MOVIMIENTOS SENCILLOS



Usando sensores de movimiento realizamos en el laboratorio trabajos experimentales destinados a describir cualitativamente movimientos efectuados por alumnos. Trabajando en grupos de dos, un estudiante realiza un movimiento exigido por el profesor (por ejemplo, indicándole cómo debe ser la gráfica de la posición o de la velocidad,..) Su compañero registra las posiciones con el sensor y, después ambos trabajan en equipo para analizar los resultados experimentales. Aunque estos experimentos sobre movimientos de personas muestran que tales movimientos se puedan aproximar bastante a algunos tipos teóricos (uniforme, acelerado) es inevitable encontrar irregularidades en la forma de variar las magnitudes cuando se mueve un ser humano.



Para producir movimientos reales un poco más cercanos a algunos tipos de movimiento teóricos utilizamos carriles, carritos, cochecitos de juguete,.. Con la ayuda de estos objetos se pueden plantear diseños experimentales un poco más elaborados (movimiento de un carrito por un carril

horizontal o por un carril inclinado, movimiento de un cochecito de cuerda,..), que permiten producir determinados tipos de movimiento y estudiar cualitativamente la evolución de las magnitudes cinemáticas.



Algunos de estos movimientos también han sido estudiados cuantitativamente. Uno de los experimentos cuantitativos estudió el movimiento de un cochecito de cuerda remolcando un carrito. Se pudo comprobar que mientras se desenrolla la cuerda, el movimiento es prácticamente uniforme, lo que permite obtener sus gráficas y sus ecuaciones. El experimento lo han realizado alumnos de 4º ESO a lo largo de varios cursos y también profesores en cursos de formación docente.



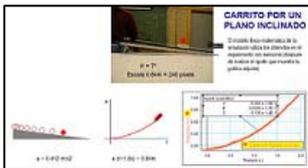
Después de comprobar en los experimentos con sensores que el movimiento del cochecito de cuerda puede ser uniforme, elaboramos otro diseño experimental para estudiarlo y simularlo. Se filmó el movimiento del cochecito con una cámara digital sencilla y se incorporó la grabación a una animación *Modellus* preparada para simular un movimiento uniforme. Se obtuvo un buen grado de concordancia entre el movimiento real (filmado) y el movimiento teórico simulado.

Otro experimento cuantitativo realizado por alumnos de 4º ESO estudió el movimiento de rodadura de un carrito encima de un carril inclinado. En coherencia con las hipótesis planteadas previamente por los estudiantes, los resultados del análisis del



movimiento registrado con el sensor de posición constatan con un alto grado de exactitud con un movimiento uniformemente acelerado. Los estudiantes obtienen tablas de valores de las magnitudes, gráficas del movimiento, la aceleración y las ecuaciones del movimiento. Además filman al mismo tiempo el movimiento del carrito, con objeto de preparar otro análisis experimental del mismo con *Modellus*.

Los estudiantes de 1º Bachillerato utilizan los resultados del experimento que acabamos de mencionar para realizar un estudio adicional, consistente en crear una animación *Modellus*, que pretende simular un movimiento uniformemente acelerado como



el del carrito. Los datos experimentales obtenidos en el experimento con sensores se usan para construir el modelo físico-matemático de la animación y se puede lograr un excelente grado de concordancia entre el movimiento real del carrito (filmado) y el movimiento uniformemente acelerado de una partícula virtual.

PROBLEMAS PENDIENTES

1) ¿Se puede adoptar cualquier SR para estudiar los movimientos? ¿Se podrán definir unas magnitudes (y encontrar unas relaciones entre las magnitudes) capaces de proporcionar descripciones diferentes de cualquier movimiento según cual sea el SR que se adopte? Para avanzar en estas cuestiones realizamos a lo largo de varios cursos un repaso histórico al problema de los sistemas de referencia.

2) ¿Qué es lo que hace que un movimiento sea de un tipo determinado? ¿Cómo producir movimientos de un determinado tipo? ¿Cómo modificarlos? Para avanzar en esta cuestión es necesario desarrollar el concepto newtoniano de fuerza (estudio dinámico de los movimientos)

Los experimentos, materiales y referencias citadas en este documento están disponibles en la página dedicada al Estudio cinemática de los movimientos (<http://intercentros.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Movimientos-alumnos-carritos/movimientos.htm>) dentro de la web del Departamento de Física y Química del IES "Leonardo Da Vinci" de Alicante (<http://intercentros.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/fisica.htm>)