

REVISIÓN DINÁMICA DEL ESTUDIO DEL MOVIMIENTO DE CAÍDA LIBRE (LA MASA INERCIAL Y LA MASA GRAVITATORIA)

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Experimentos, tan sencillos como colgar diferentes objetos de un muelle, constatan que la Tierra atrae más a los objetos de mayor masa. Por tanto, es lógico suponer que la masa de los objetos debería influir en su aceleración en el movimiento de caída libre.



Sin embargo, ocurre que, eliminado el rozamiento, objetos de masas muy diferentes caen con la misma aceleración.



Dejando caer simultáneamente una bola de acero y una bola de papel, se observa cualitativamente que ambas esferas caen igual. Los experimentos precisos realizados en ausencia de rozamiento permiten verificar que en la Tierra la aceleración de caída tiene un valor de 9.83 m/s^2 . Los experimentos escolares más sencillos realizados por nosotros usando sensores de movimiento y utilizando una cámara y el programa *Modellus* obtuvieron un valor de esta aceleración que se aproxima bastante al resultado teórico.

La cuestión pendiente es, pues, comprender por qué todos los objetos tienen la misma la aceleración de caída (independientemente de su masa) a pesar de que la Tierra atrae con mayor fuerza a los objetos de mayor masa.

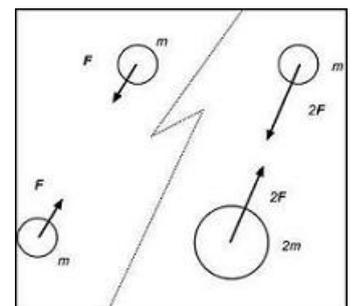
EXPLICACIÓN NEWTONIANA DE POR QUÉ LA TIERRA ATRAE MÁS A LOS CUERPOS DE MAYOR MASA

A finales del siglo XVII Newton planteó que tanto el peso de los cuerpos, como, por ejemplo, la fuerza que actúa sobre la Luna se deben a que la Tierra ejerce una atracción sobre ellos, que llamó atracción gravitatoria. Enunció una hipótesis general sobre la fuerza de atracción gravitatoria entre todos los objetos del Universo: La ley de gravitación universal.

Con dicha ley de gravitación universal se introduce el concepto de masa gravitatoria. Entre cada dos objetos del Universo existe una interacción atractiva llamada fuerza gravitatoria F_g . La fuerza de atracción gravitatoria es mayor cuanto mayor sea una propiedad característica de cada uno de ellos, su masa gravitatoria, m_g , y menor cuanto mayor sea la distancia, r , que los separa. Su módulo se calcula mediante la expresión:

$$F_g = G \frac{m_{1g} m_{2g}}{r^2}$$

Así, la masa gravitatoria, m_g , representa una propiedad de los objetos que indica su capacidad de atraer y ser atraídos gravitatoriamente por otros cuerpos. Un objeto de masa gravitatoria grande atrae a otros objetos y es atraído por ellos con una fuerza mayor que otro de masa gravitatoria pequeña. Si entre dos objetos de masa (gravitatoria) m se ejerce una fuerza de intensidad F , entre uno de masa m y otro de masa $2 \cdot m$ se ejercerá una fuerza de intensidad $2 \cdot F$.

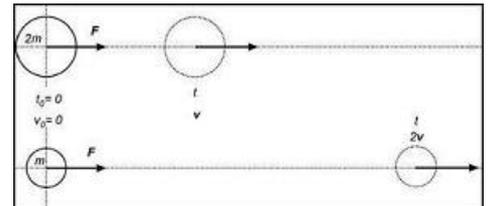


Por eso, la Tierra atrae más a los cuerpos cuanto mayor sea su masa (gravitatoria)

EXPLICACIÓN NEWTONIANA DE LA INFLUENCIA DE LA MASA EN LA ACELERACIÓN

El concepto cualitativo de fuerza como causa de la modificación del movimiento procede del concepto de inercia que había planteado Galileo. De este concepto se derivan los dos primeros principios o postulados I y II de la Dinámica de Newton, resumidos mediante la ley fundamental: $F_{res} = m \cdot a$

Interpretamos el segundo principio de la Dinámica de Newton diciendo que al aplicar a objetos diferentes una misma fuerza, cada uno de ellos experimenta una aceleración diferente. De acuerdo con esta lectura de la ley fundamental ($F_{res}=ma$), la masa m es una propiedad los objetos que indica la mayor o menor dificultad que ofrecen a que alterar su velocidad cuando se les aplican fuerzas ($m=F_{res}/a$) Llamamos a esta propiedad *masa inercial*, m_i . Un objeto de masa inercial grande modifica menos su velocidad que otro de masa inercial pequeña si a ambos se les aplica la misma fuerza. Por esta razón, Los objetos de mayor masa (inercial) cuando son atraídos por la Tierra adquieren una aceleración menor que los objetos de menor masa (inercial) Sometidos a la misma fuerza, un cuerpo de masa m , adquiere el doble de aceleración que otro cuerpo de masa $2m$.



EQUIVALENCIA ENTRE LA MASA INERCIAL Y LA MASA GRAVITATORIA

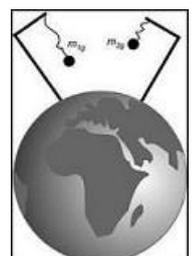
Al concretar cuantitativamente el segundo principio de la dinámica se tiene que elegir una unidad de fuerza (en el SI unidades, el newton, N) y una unidad de masa inercial (el kilogramo, kg) Así mismo, al concretar la ley de la gravitación universal se tiene que asigna una unidad a la masa gravitatoria y dar un valor a la constante de gravitación G . Esto lo hizo la Mecánica Clásica de forma que la masa gravitatoria también se expresa en kilogramos y eligiendo el valor de la constante que contiene la ley de gravitación de manera que para cada objeto tienen el mismo valor la masa inercial y la masa gravitatoria. Es decir, a cada cuerpo de masa inercial igual a $1kg$ se le asignó en el mismo sistema de unidades (el SI) una masa gravitatoria también de $1kg$. Esta asignación de la misma magnitud y la misma cantidad a dos propiedades diferentes probablemente tuvo bastante que ver con el hecho de que cuando se formularon ambas leyes subyacía la idea de interpretar que toda masa (sea inercial o gravitatoria) debía expresar una misma cualidad de los objetos, ambiguamente entendida como su "cantidad de materia". En consecuencia, decimos que la masa inercial y la masa gravitatoria son magnitudes equivalentes.

LA ACELERACIÓN DE CAÍDA LIBRE EN FUNCIÓN DE LA MASA INERCIAL Y LA MASA GRAVITATORIA

Consideramos dos cuerpos, de masas gravitatorias, m_1g y m_2g , colocados a una cierta altura del suelo terrestre. Suponemos que tienen una forma adecuada para minimizar el rozamiento con la atmósfera que rodea la Tierra (se consigue una buena aproximación de esta situación ideal utilizando pequeñas esferas metálicas) Las esferas cuelgan de dos muelles idénticos, cuyos estiramientos delatan que la Tierra les ejerce una fuerza de atracción diferente. En estas condiciones, la fuerza de atracción de la Tierra sobre cada bola se calcula utilizando la ley de gravitación, que escribimos así:

$$F_g = G \frac{M_T m_g}{r^2}$$

Nos dice que cuanto mayor sea la masa gravitatoria de la bola, m_g , mayor es la fuerza de atracción que ejerce la Tierra sobre ella. Supongamos ahora que en un instante determinado se rompen los muelles y las esferas caen hacia la superficie de la Tierra. ¿Cómo cae cada una?



Para responder a esta cuestión calculamos la aceleración de los respectivos movimientos de caída recurriendo a la ley fundamental o segundo principio de la Dinámica de Newton en la que la propiedad relevante es la masa inercial, m_i , de la bola. Es decir:

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}_{res}/m_i$$

Como la única fuerza que actúa sobre cada esfera es la fuerza de atracción de la Tierra, escribimos $\mathbf{F}_{res}=\mathbf{F}_g$. Por lo tanto, se deduce la siguiente expresión para el módulo de la aceleración de caída de cada bola metálica:

$$a = \frac{F_{res}}{m_i} = G \frac{M_{Tg} m_g}{r^2 m_i}$$

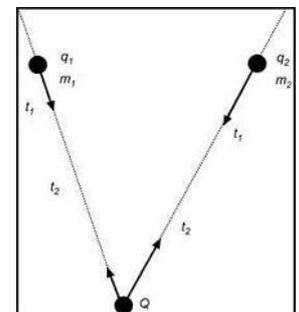
En principio, esta aceleración de caída debería ser distinta para cada una de las esferas, dependiendo de los valores que tenga su masa inercial, m_i , y su masa gravitatoria, m_g . Un objeto que tenga una masa gravitatoria mayor debería ser atraído más que otro que tenga una masa gravitatoria menor; pero, sometidos a la misma fuerza de atracción, el objeto que tenga una masa inercial mayor debería adquirir una aceleración menor que el que tenga una masa inercial menor. Ahora bien, si la masa inercial y la masa gravitatoria son iguales, $m_i=m_g$, sus efectos se compensarán y los dos objetos caerán con la misma aceleración.

UNA PROPIEDAD EXCLUSIVA DEL CAMPO GRAVITATORIO

El hecho de que todos los objetos tengan la misma aceleración en el seno de un campo de fuerzas es una propiedad peculiar que sólo ocurre en el campo gravitatorio. Si un objeto está sometido a otro tipo de fuerzas, no comparte con los demás una misma aceleración. Este será el caso, por ejemplo, de un cuerpo cargado con una carga eléctrica, q , que acelera sometido a la fuerza atracción o de repulsión eléctrica que le produce otro, también cargado, con una carga eléctrica, Q . La fuerza de interacción eléctrica, \mathbf{F}_e , se calcula utilizando la ley de Coulomb y depende de las cargas de los objetos puntuales, q y Q , y de la distancia, r , entre ellos, según la expresión, $F_e = (KQq)/r^2$. En consecuencia, la aceleración tiene la expresión:

$$a = \frac{F_e}{m_i} = K \frac{Qq}{r^2 m_i}$$

Es decir, la aceleración es mayor cuanto mayor sea la carga, q , del objeto, y menor cuanto mayor sea su masa inercial, m_i . Dos objetos de masa inercial diferente o de carga diferente adquieren en este caso una aceleración también diferente.



CONFIRMACIÓN EXPERIMENTAL DE LA IGUALDAD ENTRE LA MASA INERCIAL Y LA MASA GRAVITATORIA

Se han realizado experimentos muy precisos para constatar la igualdad entre la masa inercial y la masa gravitatoria. En 1964 Roll, Krotkov y Dicke y en 1971 Braginski y Panov confirmaron esta igualdad con una incertidumbre más pequeña que una parte en un billón. En fecha mucho más reciente (1999), un grupo de científicos de la Universidad de Stanford, coordinado por el físico Achim Peters, determinó la aceleración de caída en el campo gravitatorio terrestre con una precisión de tres

partes en mil millones. Para ello realizaron un experimento consistente en enfriar por láser una fuente de átomos de cesio y luego estudiar su caída. La conclusión de este tipo de experimentos siempre ha sido que, en ausencia de rozamiento, la aceleración de caída de todos los objetos es la misma para todos y aproximadamente igual a $9,83 \text{ m/s}^2$, el mismo valor que se obtiene al sustituir M_{Tg} por el valor de la masa de la Tierra y r por el del radio terrestre en la fórmula que hemos escrito unas líneas más arriba, una vez se tiene en cuenta la igualdad entre la masa inercial y la masa gravitatoria:

$$a = g = G \frac{M_{Tg}}{r^2}$$

Lógicamente, esta conclusión se aplica en cualquier objeto del Cosmos, teniendo g un valor determinado en cada uno. Así, por ejemplo, en la superficie de la Luna g es aproximadamente igual a 1.62 m/s^2 . Allí, un astronauta podrá efectuar un salto de mucha mayor altura que el que realizaría en la Tierra con el mismo impulso inicial. En una animación *Modellus* de elaboración propia, hemos utilizado el valor conocido de g en la Luna para hacer una estimación de la velocidad con que se impulsó el astronauta, puesto que la filmación aporta la altura del salto que realizó y se conoce el valor de g en la Luna.



Los experimentos, materiales y referencias citadas en este documento están disponibles en la página dedicada al estudio de la masa inercial y la masa gravitatoria (http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Caida_libre/Caida-libre-dinamica/masasycaida.htm) dentro de la web del Departamento de Física y Química del IES "Leonardo Da Vinci" de Alicante (<http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/fisica.htm>)