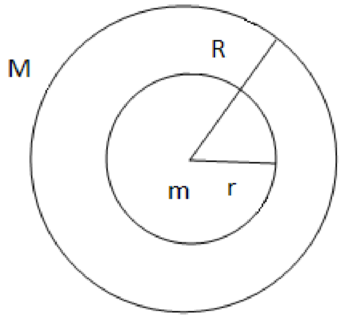
MOVIMIENTO DE CAÍDA EN EL INTERIOR DE LA TIERRA

Valor de g por debajo del suelo

Si la Tierra fuera perfectamente esférica y su masa se distribuyera homogéneamente, el valor de g por debajo de la superficie terrestre dependería linealmente de la distancia al centro de la Tierra. Para comprobarlo, tenemos en cuenta que en estas condiciones, el campo gravitatorio a una cierta profundidad d, o distancia r del centro (r<R), es el que produce la masa esférica por debajo de esa distancia (teorema de Gauss). Es decir, su módulo es:



$$|\mathbf{g}| = \frac{G \cdot m}{r^2} \, (1)$$

Si la masa se distribuye homogéneamente, la densidad de la Tierra (ρ) es la misma en todos los puntos:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4 \cdot \pi \cdot R^3}{3}} = \frac{m}{\frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}} \quad \rightarrow \quad \frac{M}{R^3} = \frac{m}{r^3} \qquad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1), se obtiene:

$$|\mathbf{g}| = \frac{G \cdot M}{R^3} r$$

Expresión que dice que, por debajo del suelo, el módulo del campo gravitatorio aumenta linealmente con la distancia (r) al centro de la Tierra.

Ecuación del movimiento de caída por debajo del suelo

Suponemos que se pudiera realizar un túnel atravesando a la Tierra y que dejamos “caer” un cuerpo de masa m por dicho túnel. Aplicando la ley de Newton al movimiento de ese cuerpo, se obtiene, para la aceleración, la misma expresión que para el campo gravitatorio, es decir:

$$a = -\frac{G \cdot M}{R^3} \cdot r$$

Por tanto, el cuerpo realiza un movimiento es armónico simple (MAS), cuyo periodo de oscilación podemos calcular teniendo en cuenta que, en general, $a = -w^2 \cdot r$:

$$T = \frac{2\pi}{w} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G \cdot M}} \approx 5094\text{s} \approx 1.41 \text{ horas}$$

Animación informática

En la Web del Departamento se dispone de una animación informática que simula este movimiento de oscilación.