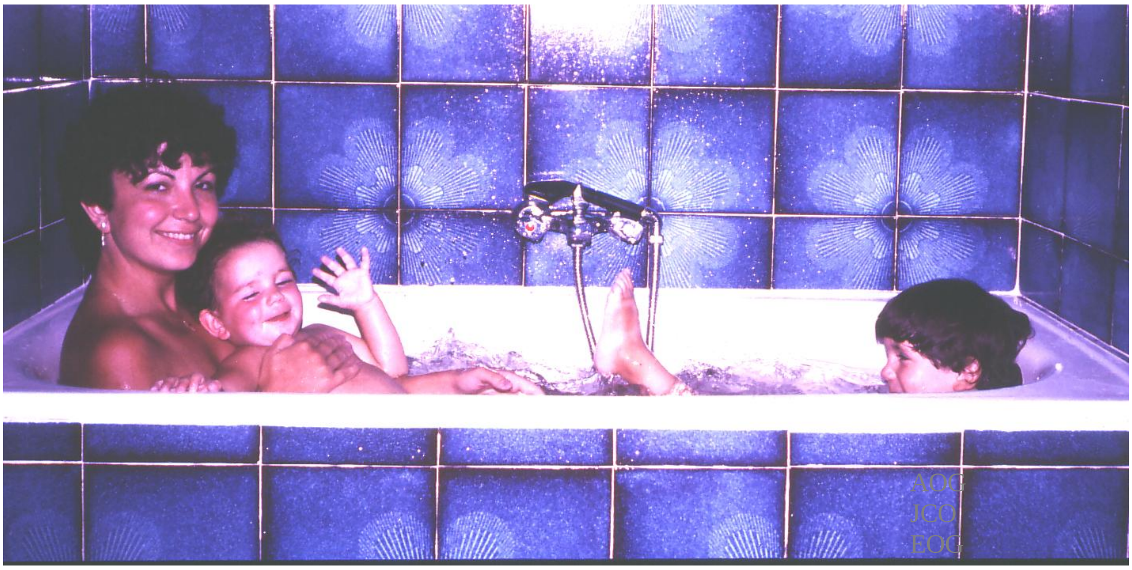
Se mezclan 20 litros de agua caliente a 60 ºC con 50 litros de agua fría a 10 ºC. Determinad cuál será la temperatura de equilibrio de la mezcla. Datos: calor específico del agua 1 cal/g·ºC, densidad del agua 1 g/cm^3.



Planteamiento

Se trata de una situación común en la vida cotidiana donde frecuentemente hay que regular el agua caliente con la fría para obtener agua a una temperatura deseada. En este proceso se produce una transferencia de energía mediante calor entre dos masas de agua que se hallan a distinta temperatura inicial, pasando energía de la más caliente a la más fría. Durante ese proceso, la temperatura inicial más alta va descendiendo mientras que la otra va aumentando hasta que se ambas se igualan. Al valor final de la temperatura alcanzado se le llama temperatura de equilibrio t_e.

Para resolver el problema partiremos de la situación más simple, en la que se supone que las masas de agua que se mezclan forman un sistema perfectamente aislado del resto, de forma que ninguna energía exterior entra a dicho sistema ni tampoco ninguna energía sale del mismo al exterior.

Hipótesis. ¿De qué dependerá y cómo dependerá esa temperatura de equilibrio?

Es lógico plantear, a igualdad de los restantes factores, la temperatura de equilibrio, t_e, deberá aumentar si lo hace la masa de agua caliente, m_1. La masa de agua fría, en cambio, deberá influir en sentido opuesto, y, por tanto, la temperatura de equilibrio, t_e, deberá aumentar cuando disminuya la masa de agua fría, m_2. En cuanto a la influencia de las temperaturas iniciales (t_1 y t_2) de ambas masas de agua en el resultado, lógicamente ocurrirá que si aumenta cualquiera de ellas, también deberá aumentar la temperatura de equilibrio, t_e.

El conjunto de estas hipótesis se puede expresar, como sigue, de forma simplificada:

$$t_e = f\,(m_1,\, t_1,\, m_2,\, t_2)$$

Como es lógico, se da por hecho que el valor de t_e ha de ser menor que t_1 y mayor que t_2, y en el caso particular de que las masas de agua mezcladas fuesen iguales (m_1 = m_2), la temperatura de equilibrio debería ser justamente la media aritmética de ambos valores. [es decir, debería ser $t_e = (t_1 + t_2)/2$] También podemos imaginar algún caso límite evidente como, por ejemplo, que si m_1 tiende a 0, la temperatura de equilibrio tenderá a t_2 o que si $t_1 = t_2 = t \rightarrow t_e = t$.

Estrategia de resolución y resolución

Dado que el sistema se halla perfectamente aislado, el valor de la temperatura de equilibrio vendrá determinado por el principio de conservación de la energía, según el cual, la energía térmica perdida por el agua caliente deberá coincidir exactamente con la energía térmica ganada por el agua fría.

Por tanto, el valor de t_e será aquel que cumpla:

$$m_1 \cdot c_e \cdot (t_1 - t_e) = m_2 \cdot c_e \cdot (t_e - t_2)$$

Despejando t_e de la ecuación anterior: $t_e = \dfrac{m_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot t_2}{m_1 + m_2}$

Y sustituyendo valores numéricos:

$$t_e = \frac{m_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot t_2}{m_1 + m_2} = \frac{20 \cdot 60 + 50 \cdot 10}{20 + 50} = 24'3^o C$$

Análisis del resultado

Si analizamos el resultado literal anterior, vemos en primer lugar que es dimensionalmente homogéneo (T en ambos lados de la igualdad). Además también refleja claramente que cuanto mayor sea t_1 o mayor sea t_2, más alta será la temperatura de equilibrio que se alcance (siempre a igualdad de los restantes factores).

También contempla los casos particulares considerados. Por ejemplo, está claro que si las dos masas son iguales, el valor de la temperatura de equilibrio coincide con la media aritmética de las temperaturas iniciales, etc.

Sin embargo, no se reflejan tan claramente la influencia de los valores de las masas debido a que las dos se encuentran tanto en el numerador como en el denominador. No obstante, la expresión obtenida es coherente con las hipótesis enunciadas para ambas y basta ir dando a m_1 valores crecientes para darse cuenta de que t_e va aumentando cuanta más agua caliente dispongamos inicialmente (manteniendo el resto de valores constantes). Análogamente, bastaría ir dando valores crecientes a m_2 (sin cambiar el resto de valores), para darse cuenta de que te iría disminuyendo cuanta más agua fría hubiese de partida.

Finalmente, conviene percatarse de que, efectivamente el valor numérico de t_e (24’3 ºC) está comprendido entre los de t_1 y t_2 (60 ºC y 10 ºC respectivamente).

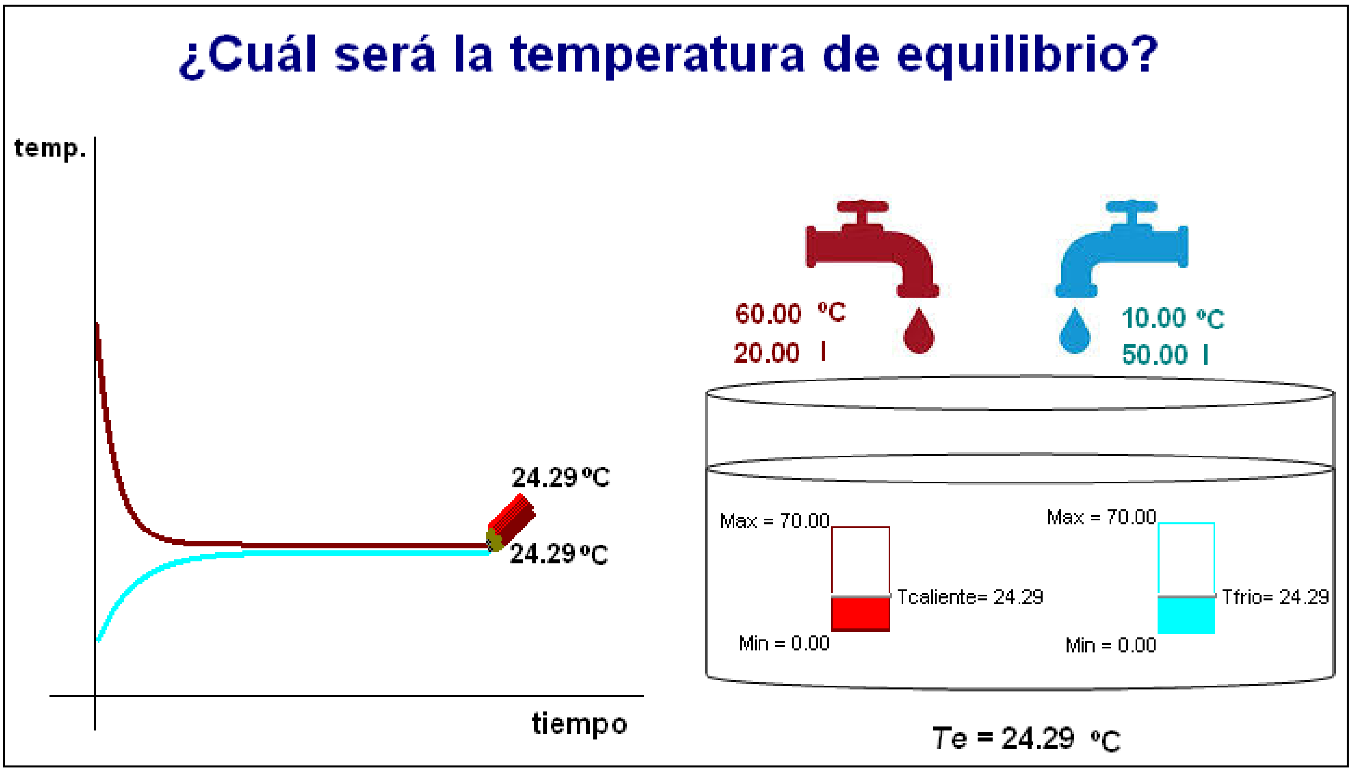
Nuevas perspectivas

En este problema hemos hecho la simplificación de que el sistema formado por ambas masas de agua estaba perfectamente aislado. Naturalmente, la realidad no es así y siempre hay una cierta cantidad de energía térmica transferida entre la mezcla de agua y el recipiente que la contiene. Podemos preguntarnos, pues, cómo se procedería en estos casos.

Refuerzo:

Para reforzar los conceptos involucrados en este problema, se puede usar una animación *Modellus* que hemos elaborado sobre él. En la zona izquierda de la pantalla se muestra animadamente la gráfica de la evolución de dos masas de agua (inicialmente caliente y fría) hasta que se alcanza el equilibrio térmico entre ellas, mientras que en la zona derecha se simula el proceso descrito en el problema. Entrando en la ventana dedicada a las condiciones iniciales del problema, se pueden dar los valores que se desee a las masas de agua y a sus temperaturas iniciales.

La imagen adjunta corresponde al caso en que los valores de todos los parámetros coinciden con los que hemos adoptado en esta resolución.



La animación y el programa para hacerla correr están disponibles en la página “Web de Materiales para la Enseñanza y la Divulgación de la Física”, de la Sección Local de Alicante de la RSEF
http://rsefalicante.umh.es/fisica.htm