

## EL PROBLEMA DE LOS PROBLEMAS

CEFIRE Específic d'Àmbit Científic, Tecnològic i Matemàtic. Curs 2019-20

Jaime Carrascosa Alís, Salvador Martínez Sala

### INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas de lápiz y papel es una de las principales líneas de investigación en la Didáctica de las Ciencias. Existen varias razones que lo explican: En primer lugar se trata de un aspecto clave para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias ya que, entre otras cosas, permiten practicar con los conceptos y conocimientos teóricos en general, previamente introducidos. Poner todo lo aprendido en práctica, para resolver problemas de interés y hacerlo bien, constituye, sin duda, un poderoso instrumento motivador para el alumnado. En segundo lugar, se trata de una actividad a la que se suele dedicar mucho tiempo (en clase y fuera de clase) y que una gran parte del profesorado considera como una buena herramienta de evaluación, como muestra su preponderancia en los exámenes escritos.

Sin embargo, a pesar de la importancia concedida a los **problemas**, esto no parece que se haya traducido en una mejora significativa de los resultados obtenidos por el alumnado y siguen produciéndose elevadas tasas de fracaso en este campo. Esta situación se debe, al menos en parte, al desconocimiento por gran parte del profesorado de los avances didácticos producidos en este campo y al hecho de que actualmente se proclama la necesidad de impulsar y desarrollar la competencia científica en el alumnado pero en abstracto, sin descender a en qué se traduce este objetivo cuando se utilizan actividades concretas y claves para la enseñanza y aprendizaje de los contenidos científicos, como son los trabajos prácticos o la introducción de conceptos y, mucho menos, en la resolución de problemas de lápiz y papel.

No obstante, se han realizado bastantes trabajos de investigación que pretenden avanzar en la didáctica de la resolución de problemas de física y química, transformando la resolución de problemas en una actividad más creativa e interesante para los alumnos a la vez que en un eficaz instrumento para, junto con otros, poder impulsar y desarrollar realmente la competencia científica del alumnado de ciencias experimentales.

### ¿Sobre qué problemas concretos trataremos de avanzar en este taller?

- ✓ ¿Cuáles son las causas del alto grado de fracaso en la resolución de problemas?
- ✓ ¿Qué hemos de entender por un problema?
- ✓ ¿En qué medida la didáctica habitual empleada para resolver problemas en las clases y la de los libros de texto está de acuerdo con lo que son los problemas?

- ✓ ¿Cómo habría que enfocar la resolución de los problemas de física y química para que realmente contribuyan a impulsar y desarrollar la competencia científica entre el alumnado?
- ✓ Manejo reiterado de las propuestas metodológicas elaboradas en este taller a través del estudio de distintos ejemplos concretos de problemas habituales de física y química.

De acuerdo con lo anterior, comenzaremos estudiando cuáles son las causas del elevado fracaso en la resolución de problemas. Un análisis en profundidad de dichas causas nos llevará a mostrar la necesidad de proceder a un replanteamiento en torno a la forma en que se suelen plantear y resolver los problemas, cuestionando incluso la misma concepción de lo que es un problema para, a continuación, justificar la introducción y desarrollo de otras propuestas.

## 1. ANÁLISIS CRÍTICO DE LAS FORMAS HABITUALES DE RESOLUCIÓN

Uno de los supuestos implícitos asumidos por una gran parte del profesorado de física y química, es que en las clases se dedica bastante tiempo a la resolución de problemas de lápiz y papel. Sin embargo diversas investigaciones coinciden en afirmar -y así es reconocido también por muchos profesores- que en cuanto los alumnos se enfrentan a problemas que se separan un poco de los desarrollados en clase, el índice de fracaso aumenta considerablemente. Conviene, pues, que nos detengamos en primer lugar en analizar las causas de dicho fracaso.

*A.1. Indica, a título de hipótesis, cuáles podrían ser las causas más importantes que determinan el fracaso generalizado de los alumnos en la resolución de problemas.*

En general, cada vez que hemos hecho esta pregunta al profesorado en activo o en formación asistente a diversos cursos de perfeccionamiento, las razones apuntadas por una gran parte de ellos, giran fundamentalmente en torno a aspectos tales como:

- Lectura no comprensiva del enunciado.
- Falta de una buena base teórica.
- Escaso dominio del aparato matemático.
- Poco interés

...

Como puede observarse, se trata de explicaciones que atribuyen el fracaso a carencias existentes en los alumnos y con las que es imposible no estar de acuerdo. Sin embargo, ¿cómo aceptar **solo** este tipo de razones cuando dicho fracaso afecta a tantos alumnos?

Podemos así dirigir nuestra atención a otros aspectos relacionados con las orientaciones didácticas que profesores y textos suelen emplear habitualmente en la resolución de problemas. Es decir, se trata de considerar la hipótesis de que un fracaso tan generalizado como el que se da en la resolución de problemas de física y química, puede estar relacionado también con errores de planteamiento en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Dado que en esta actividad raramente se aducen causas que inculpen a la propia didáctica empleada, conviene detenerse en primer lugar en mostrar el importante papel que ésta puede representar. Para ello, suele ser útil la resolución y discusión posterior de la siguiente actividad:

*A.2. Determinad la distancia recorrida por un móvil durante los cinco primeros segundos, sabiendo que su ecuación de movimiento viene dada por la expresión  $e = 25 + 40t - 5t^2$ , donde “e” es la posición sobre la trayectoria en metros y “t” el tiempo en segundos.*

Cuando esta actividad ha sido planteada en cursos de formación docente inicial (CAP y Máster en educación), entre las respuestas que se dan con más frecuencia suelen encontrarse las siguientes:

a) En primer lugar, tenemos aquellos que responden 100 m, es decir, el grupo de quienes se limitan a sustituir t por 5 y calcular así  $e = 100$  m (lo cual es correcto), identificando dicho resultado con la distancia recorrida lo que, naturalmente, es incorrecto (se trata, no obstante, de un resultado consecuencia de un error muy extendido, consistente en identificar la posición del móvil sobre la trayectoria con la distancia recorrida).

b) En segundo lugar, está el resultado de 75 m, correspondiente a quienes tienen en cuenta que en el instante inicial la posición del móvil era  $e_0 = 25$  m, con lo que  $\Delta e = 75$  m, (lo que también es correcto), identificando así el desplazamiento sobre la trayectoria con la distancia recorrida por el móvil (lo cual ya no es cierto). Pese a lo erróneo del resultado, se trata de una propuesta más elaborada.

Una forma de que quienes no resuelven correctamente el problema se den cuenta de su error, puede ser *pedir que calculen la distancia recorrida durante los 6 primeros segundos*. En este caso, una resolución incorrecta del mismo tipo que las anteriores llevaría respectivamente a obtener 80 m, o 55 m, lo que muestra claramente que algo no se ha hecho bien (¿cómo es posible que en más tiempo haya recorrido menos distancia?) y la necesidad de un replanteamiento.

No obstante, lo que más nos interesa aquí es reflexionar sobre el hecho de que un problema tan sencillo conduzca a esos resultados erróneos de forma tan generalizada, incluso entre licenciados universitarios en física o en química, de los que no puede decirse que no tengan la base física y matemática necesaria o que no comprendan el enunciado, por lo que a continuación conviene pasar a tratar este punto.

*A.3. Analizad los resultados erróneos ligados a la actividad anterior y sugerid algunas indicaciones que nos permitan profundizar respecto a las causas del fracaso en la resolución de problemas. Se trata, en definitiva, de reflexionar sobre cuestiones tales como: ¿A qué cabe atribuir esos resultados? ¿Qué es lo que sugieren?*

En general las propuestas se pueden agrupar en torno a tres grandes bloques:

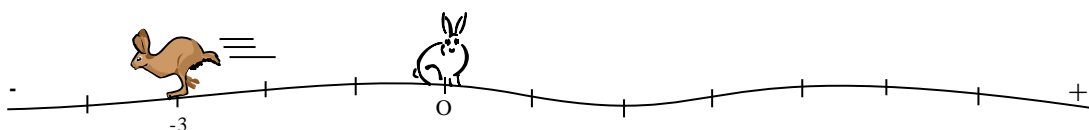
### **1.1. Un aprendizaje superficial**

Un aprendizaje superficial que no se ha detenido en la clarificación de los conceptos. De hecho, en una ecuación como la propuesta, “e”, indica la posición del móvil en cada instante, es decir, la posición respecto a un punto fijo de la trayectoria que se toma como origen. El valor absoluto de e, coincide con la distancia medida sobre la trayectoria a dicho origen en cada instante t. Así pues, un resultado como  $e = 100$  m (para  $t = 5$  s), no indica que se hayan recorrido 100 m, a los 5 s, sino que el móvil se encuentra a 100 m del punto de referencia, mientras que en el instante inicial (es decir, en aquel en que se empieza a contar el tiempo) se encontraba en  $e_0 = 25$  m. La diferencia,  $\Delta e = e - e_0 = 75$  m, es eviden-

temente el desplazamiento (cambio de posición) a lo largo de la trayectoria, experimentado por el móvil en esos primeros cinco segundos. Pero ello no asegura que dicho valor coincida con el de la distancia recorrida, a no ser que el móvil se haya desplazado siempre en el mismo sentido. Cosa que en el caso propuesto no ocurre.

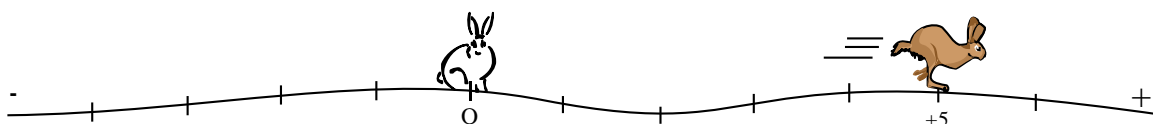
## 1.2. Utilización, casi exclusiva, de ejemplos que favorecen la confusión

La mayor parte de los problemas sobre móviles que se desplazan por una trayectoria fija, conocida de antemano, toman, explícita o implícitamente como referencia, el punto e instante en que se inicia el movimiento, lo que hace que el espacio “e” y el desplazamiento sobre la trayectoria  $\Delta e$ , coincidan.



En la figura anterior, en el instante 0 s la liebre se encuentra en punto O escogido como referencia u origen de espacios ( $e_0 = 0$ ) y más tarde en la posición  $e = -3$  m, con lo que el cambio de posición (o desplazamiento sobre la trayectoria) será  $\Delta e = -3$  m y, si solo se ha movido en sentido negativo, habrá recorrido una distancia de 3 m.

Si además se escoge como sentido positivo de la trayectoria el del movimiento y éste es uniforme o con aceleración tangencial positiva, el valor de  $e$  en cualquier instante del movimiento indicará a la vez que la posición sobre la trayectoria, el desplazamiento sobre la trayectoria y también la distancia recorrida.



En la figura anterior en el instante 0 s la liebre se encuentra en O y más tarde, en la posición  $e = 5$  m, con lo que  $\Delta e = 5$  m y si solo se ha movido en sentido positivo habrá recorrido una distancia de 5 m.

La repetición exclusiva de ejemplos donde esto ocurre, lleva no solo a confundir los conceptos sino a hacer «innecesario» (es decir, a olvidar), el tener en cuenta el sistema de referencia. El carácter relativo de todo movimiento es así escamoteado, negado en la práctica, por mucho que se haya podido insistir en ello retóricamente con anterioridad. Y es necesario tener en cuenta que esta costumbre de “absolutizar” el movimiento, tomando siempre como referencia implícita el punto e instante de donde parte el móvil y sentido positivo el del movimiento, corresponde a tendencias profundamente arraigadas.

Pero no se agotan aquí las razones fundamentales de la incorrecta resolución de un problema tan elemental como el propuesto. Es necesario también referirse a los aspectos metodológicos.

### 1.3. El operativismo extremo

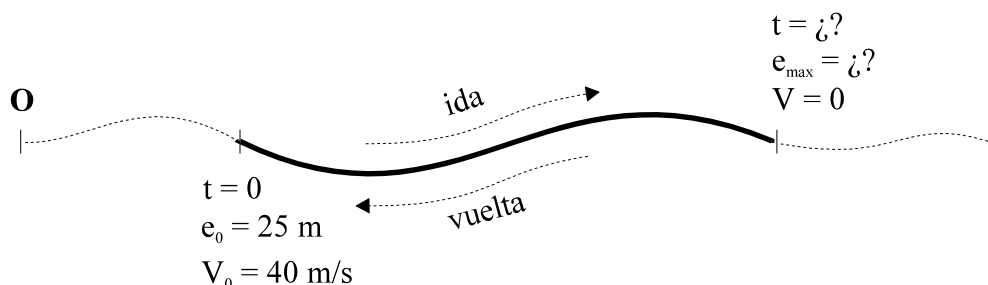
Albert Einstein decía que:

«Ningún científico piensa con fórmulas. Antes de que el físico comience a calcular, debe tener en su cerebro el curso de los razonamientos. Estos últimos, en la mayoría de los casos, pueden ser expuestos con palabras sencillas. Los cálculos y las fórmulas constituyen el paso siguiente».

Sin embargo, una fuente fundamental de errores es, sin duda, el operativismo extremo con el que se aborda los problemas, el cual lleva a sustituir inmediatamente los datos numéricos y operar sin ninguna reflexión cualitativa previa. Hubiera bastado, en efecto, un mínimo planteamiento cualitativo para evitar resultados erróneos en el problema propuesto y resolver correctamente el problema, tal y como se propone a continuación:

1º La ecuación  $e = 25 + 40t - 5t^2$  describe el movimiento de un objeto a lo largo de su trayectoria: el valor absoluto de la posición sobre la trayectoria “e” indica la distancia al punto origen “O” de la misma que se toma como referencia, y se comienza a contar el tiempo cuando el móvil se encuentra a 25 m de dicho punto.

Se trata, por otra parte, de un movimiento uniformemente acelerado con una rapidez inicial de 40 m/s que irá disminuyendo debido a la aceleración negativa de  $-10 \text{ m/s}^2$ . De acuerdo con ello, el móvil va alejándose del punto de referencia cada vez más lentamente y, al cabo de cierto tiempo, su rapidez pasa por el valor 0 (se para en ese instante) e inmediatamente se hace negativa comenzando a regresar hacia el origen moviéndose cada vez más deprisa. Gráficamente el proceso puede ser esquematizado como se muestra en la figura adjunta:

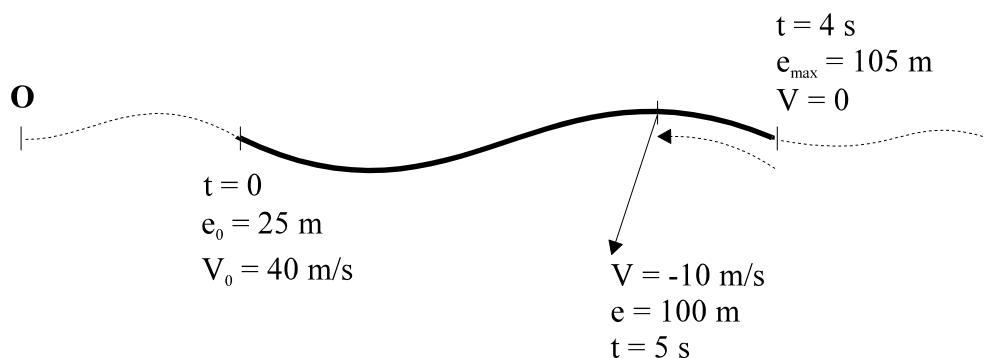


2º Atendiendo a las características del movimiento, el cálculo de la distancia recorrida pasa por averiguar si en los primeros 5 s el móvil ha comenzado ya a regresar o no. En este último caso bastará con calcular  $\Delta e$ , que coincidirá con la distancia recorrida en ese intervalo de tiempo. Pero si ya está de vuelta, es necesario descomponer el problema en dos partes: la primera correspondiente a la etapa en que se está alejando del punto de referencia y la segunda, a la etapa de regreso; la suma de los  $\Delta e$  respectivos (en valor absoluto) proporcionará la distancia total recorrida.

De acuerdo con las consideraciones anteriores, es preciso calcular en primer lugar el tiempo que tardará en pararse y ver si es o no superior a los 5 s. Escribimos la ecuación de la rapidez  $v = 40 - 10t$  y hacemos  $v = 0$ , con lo que se obtiene  $t = 4 \text{ s}$ . Como hemos visto, el móvil cambia de sentido a los 4 s, instante en el que se encuentra en la posición  $e = 25 + 40 \cdot 4 - 5 \cdot 16 = 105 \text{ m}$ , con lo que la distancia recorrida a la ida coincidirá con el valor absoluto de  $\Delta e$  a la ida, es decir:  $d_i = \Delta e_i = 105 - 25 = 80 \text{ m}$ . En el instante  $t = 5 \text{ s}$ , el móvil se encuentra en la posición dada por  $e = 25 + 40 \cdot 5 - 5 \cdot 25 = 100 \text{ m}$ . Con lo que la distancia

recorrida a la vuelta, hasta ese instante ( $d_v$ ), coincidirá con el valor absoluto del  $\Delta e$  correspondiente (o, lo que es equivalente, con  $-\Delta e_v$ ) de modo que.  $d_v = -\Delta e_v = 5\text{m}$ .

Así pues la distancia total recorrida a los 5 s resulta ser de  $80 + 5 = 85\text{ m}$ , y el problema queda esquematizado como se indica a continuación:



Esta es, naturalmente, la respuesta correcta y también, lo que es más importante, un método correcto de resolución. Pensemos que si el ejemplo propuesto hubiera sido  $e = 40t + 5t^2$ , la simple sustitución de  $t$  por 5, hubiese proporcionado una respuesta numéricamente correcta: distancia recorrida = 325 m. Pero el problema, en nuestra opinión, hubiese estado igualmente mal resuelto. Solo si dicho cálculo hubiera estado precedido de una reflexión cualitativa, podría ser aceptado como correcto. Así en este caso, sería necesario explicitar que se trata de un movimiento a lo largo de la trayectoria, tomando como punto de referencia la posición del móvil cuando se empieza a contar el tiempo (para  $t = 0$ ,  $e = 0$ ). Se trata además de un MUA con una velocidad inicial de 40 m/s y una aceleración de  $10\text{ m/s}^2$  ambas positivas, por lo que el móvil se alejará continuamente y cada vez más aprisa del punto de referencia, en el sentido escogido como positivo. En este caso el desplazamiento sobre la trayectoria coincide con el valor de  $e$  y el de la distancia recorrida en cada instante.

Habituando a los alumnos a tales consideraciones no solo es posible evitar resultados aberrantes en casos como el aquí planteado, sino que se supera un operativismo abstracto y carente de rigor, que constituye uno de los defectos principales con que se enfrenta el aprendizaje (y la docencia) de las ciencias.

Una discusión como la anterior permite también una “toma de conciencia” acerca de las deficiencias de la enseñanza habitual en la didáctica de la resolución de problemas de lápiz y papel y comprender la necesidad de un replanteamiento en profundidad de este tema.

## 2. NECESIDAD DE UN REPLANTEAMIENTO EN PROFUNDIDAD

Aunque el **problema elevado índice de fracaso en la resolución de problemas por parte de los alumnos**, constituye una importante y antigua línea de investigación didáctica, lo cierto es que, por unas u otras razones, la mayor parte de los trabajos realizados en este campo no han producido resultados aceptables y dicho fracaso sigue, a pesar de todo, afectando a un gran número de alumnos.

En nuestra opinión, una de las causas del escaso éxito obtenido se debe a que se han aceptado ciertos supuestos implícitos de manera acrítica, por lo que conviene hacer un replan-

teamiento en profundidad. Ello supone, en primer lugar, descender hasta la clarificación misma de lo que es realmente un problema. Esta es, pues, la actividad que proponemos a continuación:

#### A.4. *¿Qué hemos de entender por un problema?*

En ocasiones se ha señalado que por lo general, los investigadores en la resolución de problemas de lápiz y papel no suelen plantearse qué es un problema, lo cual puede constituir, en nuestra opinión, una seria limitación en sus investigaciones. No obstante, lo cierto es que entre aquellos que sí han abordado la cuestión, existe un acuerdo común en caracterizar a los problemas como **situaciones que plantean dificultades para las que no existen soluciones hechas**.

La definición dada por Krulik y Rudnik, resume bastante bien este consenso:

**“Un problema es una situación -cuantitativa o no- que pide una solución para la cual los individuos implicados no conocen, de entrada, medios o caminos evidentes para obtenerla”.**

Esta misma idea aparece indirectamente cuando se habla de resolución de problemas. Así, Polya afirma que:

**“Resolver un problema consiste en encontrar un camino allí donde previamente no se conocía tal, encontrar una salida para una situación difícil, para vencer un obstáculo, para alcanzar un objetivo deseado que no puede ser inmediatamente alcanzado por medios adecuados”.**

Por otra parte, algunos autores señalan que la existencia de dificultades no es una característica intrínseca de una situación y que el que resulte más, menos (o nada) problemática, depende de factores tales como los conocimientos, experiencia, habilidad, motivación, etc., que tiene quien se enfrenta a ella. Una idea interesante es la existencia de un **umbral de problematicidad** diferente para cada individuo y por encima del cual se puede considerar que una situación constituye un verdadero problema para las personas implicadas. Como es lógico, dicho umbral varía dependiendo de la naturaleza de la situación y del momento en que es planteada. Si nos alejamos muy por encima de ese umbral, el problema se hace irresoluble para la persona implicada. Por el contrario, si nos situamos ligeramente por encima de ese umbral es posible conseguir grandes progresos.

En las ideas expuestas anteriormente existe una primera fuente para la comprensión de los resultados tan negativos alcanzados en la enseñanza habitual. A continuación nos plantearemos la relación existente entre dichas ideas acerca de la naturaleza de los problemas y lo que se suele hacer en clase habitualmente.

*¿En qué medida las explicaciones de los problemas tal y como se realizan habitualmente por una gran parte de profesores y de libros de texto están de acuerdo con lo tratado anteriormente?*

En las ideas anteriores respecto a la naturaleza de un problema y umbral de problematicidad, existen ya algunas indicaciones que nos permiten comenzar a comprender por qué los resultados en la resolución de problemas por parte de los alumnos, son habitualmente tan

negativos. En efecto, es fácilmente contrastable que los problemas son explicados, en muchos casos, como algo que **se sabe hacer**, que no genera dudas ni exige tampoco tentativas. El profesor conoce la situación (para él no es un problema) y la explica linealmente de la forma "más clara posible", con lo que muchos alumnos podrán aprender la solución y repetirla en problemas que reconozcan como iguales o muy semejantes pero, sin embargo, se encuentran con graves dificultades cuando tienen que abordar un verdadero problema para ellos, en donde al no reconocer una situación en la que puedan actuar de forma mecánica, suelen abandonar rápidamente, llegando a pensar que la resolución de problemas es una actividad cuyo éxito está solo al alcance del profesor y unos pocos privilegiados (lo que favorece, en última instancia, una visión elitista de la ciencia). Por otra parte, los enunciados de los problemas son, con frecuencia, demasiado abstractos, con una escasa o nula relación con la realidad que rodea al alumnado (lo que favorece también una visión descontextualizada de la ciencia).

En definitiva, pues, es necesario insistir en la incoherencia que conlleva el explicar los problemas como no problemas. Intentaremos ahora ir un poco más allá de esta crítica a la forma habitual en que se enseña a resolver los problemas, analizando algunas de las implicaciones que la idea de problema que hemos introducido, tiene en cuanto a cómo enfocar dicha resolución.

*A.5. A partir de las consideraciones anteriores acerca de la verdadera naturaleza de los problemas, sugerid cómo habría que plantear entonces su resolución.*

Si se acepta la idea de que todo problema es una situación ante la cual, de entrada, se está inicialmente perdido, una posible orientación consistiría en preguntarse qué hacen los científicos cuando se encuentran en tal situación, es decir, delante de lo que para ellos constituye un verdadero problema y no ante un enunciado de lápiz y papel como los que se incluyen en cualquier libro de texto. La respuesta en este caso es, simplemente, que se comportan como investigadores. Y si bien es cierto que la metodología científica no es un conjunto rígido de etapas a seguir, resulta indudable que el tratamiento científico de los problemas posee unas características generales comunes, tales como la emisión de hipótesis, la elaboración de diseños para su contrastación, el análisis crítico de los resultados, etc., que habría que tratar de tener también en cuenta en los problemas de lápiz y papel. No obstante, a pesar de las continuas y generalizadas referencias a la necesidad de impulsar y desarrollar la competencia científica en el alumnado, lo cierto es que los elementos metodológicos inherentes a dicha competencia, se hallan escasamente reflejados en la mayor parte de las actividades que habitualmente se realizan en clase y en particular en la resolución de problemas, donde lo más habitual es encarar dicha resolución como un proceso dirigido a "reconocer" el problema como una situación estándar, es decir, como un no problema.

*A.6. ¿Qué es lo que en los enunciados habituales de los problemas dificulta un tratamiento científico de los mismos y deja en particular sin sentido, actividades como la emisión de hipótesis o la consideración de diferentes formas de obtener los resultados?*

La respuesta a esta actividad no es fácil, pero el hilo conductor seguido hasta aquí, conduce a admitir que la inclusión de los datos en el enunciado orientan la resolución del problema hacia la búsqueda de expresiones que relacionen las magnitudes a que corresponden dichos datos con aquellas que constituyen las incógnitas, sin que ello responda a una reflexión cualitativa previa ni a la emisión de ninguna hipótesis, cayendo así en el puro operativis-



mo. De hecho, la costumbre de tomar los datos como punto de partida hace que los alumnos tengan serias dificultades cuando, por ejemplo, tratan de resolver un problema en el que, a propósito, se ha incluido un excesivo número de datos en el enunciado, ya que suelen tratar de incluir estos por todos los medios, lo que lleva a utilizarlos de forma no significativa e incluso absurda.

En una investigación científica, los datos no son, en general, el punto de partida sino que estos se buscan en función de las hipótesis propuestas en relación a un determinado problema previamente planteado de forma precisa. La comprensión, pues, de que la presencia de datos en los enunciados y la indicación de todas las condiciones existentes como punto de partida, responde a concepciones inductivistas y orienta incorrectamente la resolución, constituye un aspecto esencial para superar las limitaciones de la enseñanza habitual en la resolución de problemas.

Las consideraciones anteriores suelen causar un cierto desconcierto inicial, ya que chocan frontalmente con la práctica reiterada, con lo que "siempre se ha hecho". Un enunciado sin datos, se señala, es algo excesivamente ambiguo frente a lo cual los alumnos acabarían extraviándose. Conviene reflexionar entonces sobre el hecho de que precisamente la ambigüedad o las situaciones problemáticas abiertas, es la situación de partida que se da en las actividades genuinamente problemáticas y que una de las tareas fundamentales del trabajo científico es acotar los problemas e imponer condiciones simplificadoras.

A continuación vamos a tratar de abordar cómo hacer frente a las dificultades señaladas anteriormente. En primer lugar nos centraremos en la posibilidad de transformar el enunciado de los problemas que se proponen habitualmente, y después nos plantearemos qué orientaciones conviene dar a los alumnos cuando se trata de resolver problemas como investigación.

*A.7. Proceded a transformar los enunciados de los problemas que se dan a continuación, por otros más acordes con la propuesta sobre la que acabamos de argumentar.*

**1a.** Se lanza verticalmente hacia arriba un móvil con una rapidez inicial de 200 m/s. Suponiendo constante la aceleración de la gravedad y de valor (absoluto)  $10 \text{ m/s}^2$ . Determiné: a) El tiempo que tarda en llegar a su altura máxima. b) El valor de dicha altura máxima.

**2a.** Una barca que se desplaza a 6 m/s sale de la orilla de un río de 60 m de ancho en una dirección que forma un ángulo de  $60^\circ$  con dicha orilla (en el sentido en que se desplaza la corriente). Determinad a qué punto de la otra orilla llegará la barca suponiendo que la rapidez de la corriente sea constante y su valor 2 m/s.

**3a.** Un jugador de rugby patea el balón situado en el suelo y éste sale de su pié con rapidez de 18 m/s formando un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Otro jugador, que se encuentra a 40 m de distancia del balón, corre en ese mismo instante directamente a por él. ¿Cuál debe ser su rapidez, supuesta constante, para coger el balón justo cuando éste llega de nuevo al suelo?

**4a.** Sobre un vehículo de 1000 kg de masa que se desplaza con una rapidez de 108 km/h, actúa una fuerza resultante de frenado de 7500 N. ¿Qué distancia recorrerá hasta pararse?

**5a.** Sabiendo que la masa de la Tierra es 81 veces mayor que la de la Luna y que la distancia media entre ellas es de 384000 km, se pide: Considerando ambos astros como un sistema de dos masas puntuales, calculad a qué distancia de la Tierra la intensidad del campo gravitatorio resultante de dicho sistema será nula.

**6a.** Se deja caer un cuerpo desde una altura sobre el suelo igual al radio de la Tierra. Considerando el rozamiento despreciable, calculad la rapidez con que chocaría contra el suelo. Datos: Intensidad del campo gravitatorio terrestre en el suelo,  $g_0 = 9.8 \text{ N/kg}$ ; radio de la Tierra,  $R = 6370 \text{ km}$ .

**7a.** Determinad cuál será la máxima profundidad que puede tener una piscina completamente llena de agua, para que una persona sentada a  $3.3 \text{ m}$  del borde y cuya vista queda a una altura de  $1.2 \text{ m}$  sobre el suelo, pueda ver un objeto que se encuentra en el fondo y al centro de la piscina. (Anchura de la piscina  $15 \text{ m}$ . Índice de refracción del agua  $1.33$ ).

**8a.** ¿Qué volumen de ácido clorhídrico  $12 \text{ M}$  precisaremos para obtener  $40 \text{ cm}^3$  de disolución  $3 \text{ M}$  de ése mismo ácido?

**9a.** El fuel que se emplea en una central térmica contiene un  $0.8 \%$  en peso de azufre. Suponiendo que todo el azufre reacciona con el oxígeno para dar dióxido de azufre y que en la central citada se queman al día  $40$  toneladas de fuel ¿cuántos litros de dióxido de azufre gaseoso (medidos a  $730 \text{ mm de Hg}$  y  $120 \text{ }^\circ\text{C}$ ) salen por la chimenea diariamente?

**10a.** Una persona toma una bebida alcohólica de  $40^\circ$  de graduación. Suponiendo que por cada  $100 \text{ g}$  de alcohol ingerido van a parar a la sangre  $20 \text{ g}$  y que el límite de la concentración de alcohol en sangre permitido para poder conducir un coche particular es de  $0.25 \text{ g/l}$ , se pide: ¿A partir de qué volumen de la bebida no debe conducir? Datos: densidad del etanol  $790 \text{ g/l}$ ; volumen total de sangre (con el alcohol ya incorporado)  $7 \text{ l}$ .

Si eliminamos los datos de los enunciados anteriores, estos podrían quedar como sigue:

**1b.** Se lanza un cuerpo hacia arriba. ¿Qué altura máxima alcanzará?

**2b.** Una barca parte de la orilla de un río para cruzarlo. ¿A qué punto de la otra orilla llegará?

**3b.** ¿Con qué rapidez debe moverse un jugador de rugby para recoger el balón que acaba de lanzar otro?

**4b.** ¿Chocará el tren con el obstáculo presente en la vía?

**5b.** ¿En qué punto del sistema formado por dos astros la intensidad del campo gravitatorio resultante es nula?

**6b.** Se deja caer un cuerpo desde una gran altura. ¿Cuál será su rapidez justo antes de chocar contra el suelo?

**7b.** Determinad cuál será la máxima profundidad que puede tener una piscina para que una persona situada fuera de la misma pueda ver un objeto que se encuentra en el fondo.

**8b.** ¿Qué volumen de una disolución concentrada será necesario emplear para obtener una disolución más diluida?

**9b.** ¿Cuánto dióxido de azufre se desprende por la chimenea de una central térmica en la que se quema fuel?

**10b.** ¿Cuántas copas de licor como máximo puede ingerir un conductor sin llegar a ser un peligro para la circulación?

Obviamente, no basta cambiar los enunciados de los problemas para conseguir resolverlos con más éxito. Es necesario además dar a los alumnos algunas orientaciones generales que les lleven a abordarlos y resolverlos respetando su verdadera naturaleza de tarea científica. Esto es precisamente lo que vamos a tratar en el siguiente punto.

### 3. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO INVESTIGACIÓN

*A.8. Enumerad a la luz de lo visto hasta aquí, qué orientaciones se deberían suministrar a los alumnos para facilitar el aborde de situaciones problemáticas abiertas.*

Hemos intentado mostrar que la presencia de datos en el enunciado de los problemas, así como la indicación de todas las condiciones imperantes (tomado todo ello como punto de partida), responde a concepciones inductivistas que influyen negativamente en el aprendizaje de la resolución de problemas. Consecuentemente, se propuso la supresión de los datos de los enunciados (que imposibilita el simple juego de datos, fórmulas e incógnitas), como una forma alternativa de plantear los problemas. Sin embargo, es evidente que no basta enfrentar a los alumnos a problemas sin datos, para conseguir automáticamente una mejora significativa de la situación. Así pues, se plantea ahora una cuestión fundamental: ¿Qué orientaciones concretas hemos de proporcionar a los alumnos, que sean coherentes con la idea de problema que estamos manejando? La actividad científica, la investigación, es un proceso en el que personas se enfrentan a situaciones problemáticas de interés. Los aspectos que caracterizan esta forma de producir y de aceptar conocimientos, de avanzar en los problemas, forman parte de la “competencia científica” y esa competencia, debería estar muy presente (tal y como se reclama actualmente en el ámbito educativo) en el contexto escolar y, concretamente en todos aquellos aspectos claves para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias entre los que se incluye, evidentemente, la resolución de problemas de lápiz y papel.

Cabe pues plantearse: ¿Qué características deberían contemplarse en la resolución de problemas para que esta actividad contribuya de manera más eficaz a impulsar y desarrollar la competencia científica entre el alumnado?

A continuación comentaremos brevemente algunas de ellas:

#### **1. Planteamiento cualitativo**

**Comenzar por un análisis cualitativo de la situación, planteando con claridad qué es concretamente lo que se pide en el problema, aquello que se busca, qué interés puede tener, precisando así mismo las condiciones que se consideran imperantes en la situación abordada para poder avanzar así en su solución, y apoyándose, siempre que sea posible, en representaciones o esquemas gráficos apropiados.**

Esto es precisamente lo que realizan los expertos cuando se encuentran ante lo que para ellos es un verdadero problema, y también lo que en ocasiones (sin mucho éxito) se recomienda hacer a los alumnos. No obstante, ahora éstos se ven obligados a realizar dicho análisis cualitativo, ya que no pueden evitarlo lanzándose a operar con datos puesto que no disponen de ellos. Necesariamente, pues, han de imaginar una situación física, tomar decisiones para acotar dicha situación, explicitar qué es lo que se trata de averiguar, etc. Poste-

riormente, una vez asimilado el modelo, serán capaces de realizar este planteamiento cualitativo también cuando el problema se formule con un enunciado tradicional.

## **2. Emisión de hipótesis**

**Emitir hipótesis fundadas sobre los factores de que puede depender la magnitud buscada y sobre la forma de dicha dependencia imaginando, en particular, posibles casos límite de fácil interpretación física.**

La emisión de hipótesis consiste en una de las actividades más importantes a realizar en cualquier investigación y constituye en la enseñanza de las ciencias una excelente ocasión para poner de manifiesto (de manera funcional) la existencia de posibles ideas alternativas de los alumnos<sup>1</sup>, que habrán de ser valoradas y contrastadas. Los datos necesarios para la resolución del problema vendrán marcados precisamente por aquellos factores que se hayan considerado en las hipótesis emitidas (esos factores serán los datos). Finalmente, conviene tener en cuenta que el hecho de aventurar cómo pueden influir dichos factores y analizar algún caso límite evidente, contribuye especialmente a poder realizar después un mejor análisis del resultado (otro aspecto fundamental del trabajo científico). Los alumnos al elaborar hipótesis y considerar casos límite, profundizan su conocimiento físico cualitativo de la situación planteada.

## **3. Estrategias de resolución**

**Elaboración y exposición de manera clara y concisa, de una posible estrategia para la resolución del problema antes de proceder a esta, evitando recurrir al simple ensayo y error.**

Se trata de que los alumnos, utilizando sus conocimientos de partida, elaboren de manera fundamentada una estrategia que pueda conducir a la resolución del problema y la expongan de forma resumida argumentando sobre ella y los pasos a seguir. Esta etapa sería equivalente a lo que en una investigación científica se considera como la elaboración de diseños para la contrastación de las hipótesis emitidas y es una actividad excelente para favorecer el desarrollo de la imaginación y la creatividad.

**Hacer referencia cuando sea posible a otros métodos alternativos de resolución.**

Buscar distintas vías para la resolución de un mismo problema y debatir sobre ellas es algo que no solo posibilita una mejor contrastación de los resultados obtenidos sino que, además, puede contribuir decisivamente a que los alumnos se den cuenta de la coherencia global y la validez del cuerpo de conocimientos que se va construyendo. Por otra parte, contribuye a desarrollar una imagen de la ciencia más cercana a la realidad, ya que las contrastaciones por distintas vías juegan un papel fundamental en el trabajo científico.

---

<sup>1</sup> Por ejemplo, cuando se pide cuál será la altura máxima a la que llegará un objeto lanzado hacia arriba, muchos alumnos se refieren a la masa como una variable pertinente, estableciendo una relación inversamente proporcional entre ambas magnitudes.

#### **4. Resolución propiamente dicha**

**Proceder a la resolución del problema de acuerdo con la estrategia escogida, razonando lo que se hace y por qué se hace, sin caer en operativismos carentes de significado.**

Se trata esencialmente de que se haga referencia a la información teórica disponible, se justifiquen las expresiones que se van a utilizar comprobando, por ejemplo, que su campo de validez es el adecuado según las condiciones que se consideran imperantes en la situación planteada y de que, sobre todo, no se proceda a una resolución mecánica o mimética del problema.

**Efectuar, siempre que sea factible, una resolución literal del problema, evitando la tendencia a trabajar desde el principio con los valores numéricos.**

Conviene tener en cuenta que no se trata de que los alumnos no manejen datos cuantitativos y obtengan un resultado final expresado numéricamente sino, más bien, de que hagan esto cuando corresponda. En muchos casos es posible efectuar una resolución literal antes de sustituir los valores numéricos. Para algunos alumnos, acostumbrados a operar con los números de forma inmediata, resulta un paso difícil. Sin embargo, se trata de algo esencial para conseguir, entre otras cosas, poder realizar un buen análisis crítico del resultado.

#### **5. Análisis de resultados**

**Analizar el o los resultados obtenidos mediante resolución literal, a la luz de las hipótesis elaboradas y, en particular, de los casos límites considerados. Realizar también un sencillo análisis dimensional.**

El análisis de los resultados de un problema se puede realizar cuando estos vienen dados en forma de una expresión literal ya que entonces es posible comprobar, de acuerdo con las hipótesis y casos límite de partida, la influencia de las magnitudes que aparecen en ellos. Además, conviene tener presente que es aquí, precisamente, en donde se puede producir algún conflicto cognoscitivo (cuando, por ejemplo, en el resultado no aparece alguna magnitud que sí había sido considerada como influyente durante el planteamiento cualitativo), convirtiéndose así los problemas en poderosos instrumentos para un desarrollo realmente efectivo de la competencia científica.

**Analizar los valores encontrados planteándose si son valores lógicos o no.**

A veces es posible que un resultado numérico se desvíe tanto que se convierta en absurdo. Este es el caso de aquellos que, ante un problema determinado obtienen, por ejemplo, que un átomo de oxígeno tiene una masa de 16 g, o que el periodo de la Luna en su giro alrededor de la Tierra es de millones de años, sin que ello les suponga ninguna inquietud.

#### **6. Perspectivas abiertas**

**Considerar las perspectivas abiertas tras la resolución del problema.**

Contemplar, por ejemplo, la posibilidad de abordarlo con un mayor nivel de complejidad, estudiando sus implicaciones teóricas (profundización en la comprensión de algún concepto), prácticas (situaciones similares de interés técnico), etc.

## **7. Otros aspectos a tener en cuenta**

**En el momento oportuno utilizar las nuevas tecnologías para mejorar el aprendizaje derivado de la resolución de problemas.**

Se trata, por ejemplo, de búsquedas bibliográficas a través de internet para ampliar y profundizar sobre algún contenido concreto contemplado en el problema, utilizar applets y aplicaciones que permitan visualizar algún aspecto concreto (por ejemplo la influencia que tiene en el resultado cambiar una u otra variable), etc. Poniendo un especial cuidado en que el uso de todas estas nuevas tecnologías se haga de forma coherente con el modelo de resolución de problemas que estamos desarrollando.

**Relacionar, en su caso, el problema con aspectos científico-tecnológicos, históricos, sociales o del medio natural.**

Siempre que la naturaleza de la situación plantada lo permita hay que incluir también en la resolución del problema alguna reflexión sobre su posible interés científico-tecnológico o sus implicaciones en la vida de las personas y en la naturaleza. Con ello se contribuye no solo a una toma más fundamentada de decisiones sino también a poner en cuestión una imagen descontextualizada de la Ciencia y el trabajo científico.

Conviene señalar que algunas de las características anteriores, como el planteamiento cualitativo inicial o el análisis (de algún modo) del resultado, son consideradas fundamentales desde cualquier enfoque dado a la resolución de problemas, de tal modo que su carencia evidenciaría deficiencias “absolutas” en la didáctica de la resolución de problemas.

Además, hay que tener en cuenta que las orientaciones precedentes no pretenden ser ninguna receta cuyo seguimiento paso a paso garantice el éxito asegurado. Se trata, por el contrario de indicaciones muy generales que alertan contra determinados vicios metodológicos que impiden tratar los problemas como tales (algo para lo cual, de entrada, no se dispone de una solución evidente). Para que las orientaciones anteriores se puedan contemplar en una programación y, lo que es más importante, para que el profesorado pueda apropiarse de ellas como punto de partida en el que apoyarse, es absolutamente necesario, entre otras cosas, disponer de colecciones de problemas, acordes con dichas orientaciones (ved Nota final).

*A.9. Analizad la documentación que adjunte el profesor con el fin de establecer en qué medida los problemas de lápiz y papel que se contemplan en la enseñanza habitual son coherentes o no con las orientaciones anteriores.*

La documentación a que se refiere esta actividad (no incluida aquí), consta de dos partes. La primera corresponde a una selección de problemas resueltos extraídos de diversos libros de texto y de problemas, utilizados habitualmente. El análisis de cómo han sido resueltos los problemas suministrados, lleva a señalar la ausencia de la mayor parte de los aspectos que hemos considerado como más relevantes según las orientaciones anteriores. En la segunda, se muestran los resultados de alguna investigación sobre resolución de problemas (tanto por profesores como en los libros de texto o en libros específicos de problemas) en la que se compruebe que dicha ausencia está, de hecho, bastante generalizada. Este tipo de

actividades también pueden enfocarse como una primera aproximación a la investigación didáctica, formando parte de algún trabajo de investigación sobre este aspecto.

Mostraremos a continuación, con un ejemplo concreto, cómo esta orientación puede realmente llevarse a cabo. Hemos elegido con ese objeto un problema “clásico”, sobre la caída de graves, para que puedan apreciarse las diferencias con los tratamientos habituales. Posteriormente se pueden analizar otros ejemplos ilustrativos de problemas resueltos (ved **anexo** incluido al final del tema) y elaborar colectivamente otros nuevos. Esto permitiría un acercamiento a lo que es la tarea de producción de materiales educativos innovadores y puede plantearse como un trabajo de innovación educativa.

#### 4. EL LANZAMIENTO DE UN CUERPO HACIA ARRIBA

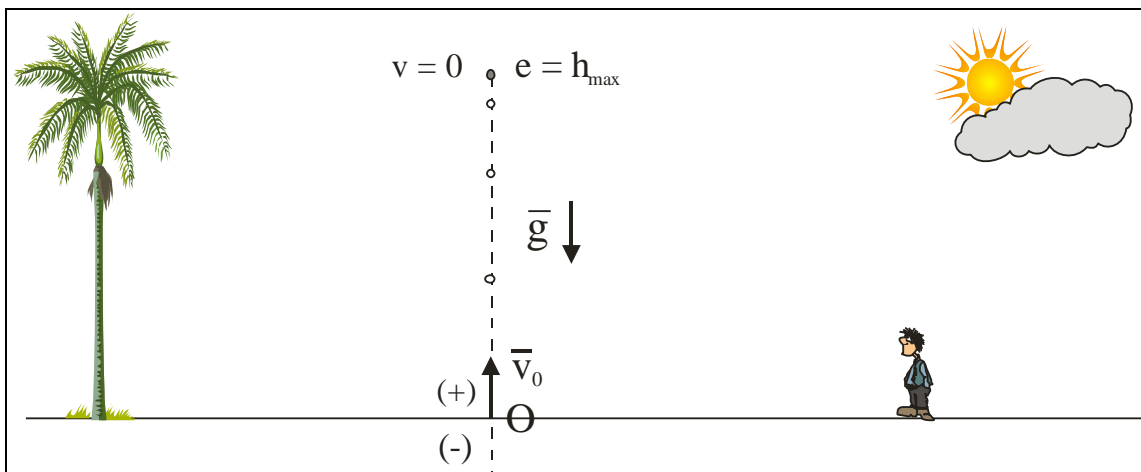
La realización de este problema se propone cuando se conocen ya las magnitudes que permiten describir el movimiento de un objeto, así como las ecuaciones que resultan en el caso de que la velocidad sea constante o lo sea la aceleración. Se trata ahora de comprobar la potencia de tales ecuaciones para abordar con éxito el estudio de problemas reales, como el que, a título de ejemplo, se plantea a continuación:

*A.10. Se lanza un cuerpo hacia arriba. ¿Qué altura máxima alcanzará?*

##### 1. Presentación de la situación problemática, discusión de su posible interés, precisión del problema y análisis cualitativo de la situación.

La situación abierta que se plantea en el enunciado se puede relacionar con el problema del lanzamiento de proyectiles y comentar brevemente la importancia histórica de los trabajos de Galileo en este campo y sobre la caída de graves en general.

Podemos precisar el enunciado considerando una de las situaciones más simples: el lanzamiento vertical desde el suelo de un objeto pequeño y compacto de forma que podamos ignorar el efecto de rozamiento con el aire. Por otra parte supondremos que no llega tan alto como para que podamos medir ninguna variación en el peso de dicho objeto.



Al lanzar el cuerpo hacia arriba desde el suelo, este sale con una rapidez inicial  $v_0$  pero debido a la gravedad sube cada vez más lentamente, hasta que llega un momento en que se detiene y comienza a descender cada vez más aprisa. Tanto en la subida como en la bajada el objeto se halla sometido solo a la fuerza peso<sup>2</sup> y se mueve con la aceleración de la gravedad (que suponemos constante y dirigida siempre verticalmente hacia abajo).

En principio podemos suponer que el valor de la altura máxima alcanzada dependerá de la rapidez inicial con que se lance y del valor de la aceleración de la gravedad. Estas ideas se pueden resumir mediante la ecuación:

$$h_{\max} = h(v_0, g)$$

Podemos incluso, tratar de profundizar un poco más haciendo alguna hipótesis respecto a cómo van a influir cada una de esas variables en la altura máxima alcanzada (siempre suponiendo que las demás permanecen constantes). Así, por ejemplo, cabe pensar que:

-Cuando  $v_0$  aumente (se lance hacia arriba con mayor rapidez) más alto llegará.

-Cuando la gravedad disminuya la aceleración del objeto también será menor y su rapidez irá disminuyendo más lentamente, por lo que la altura máxima aumentará (esto ocurriría, por ejemplo, si el lanzamiento se realizaría en la Luna en lugar de hacerlo sobre la superficie terrestre).

Es muy posible que además de las variables anteriores se consideren otras, como el tiempo que esté subiendo y la masa del objeto. En cuanto a la primera, es fácil darse cuenta de que se encuentra ya implícita en las dos variables consideradas (no es posible, por ejemplo, variar la  $v_0$  con que se lanza un objeto en un lugar dado y mantener constante el tiempo que dura la subida). Respecto a la segunda, hay que recordar que el movimiento de caída de los cuerpos (desde pequeñas alturas y con rozamiento despreciable) es un movimiento con aceleración constante independientemente de la masa que tenga el cuerpo.

## 2. Diseño de posibles estrategias de resolución

Dado que la trayectoria es conocida (línea recta perpendicular al suelo), podemos aplicar un tratamiento escalar para resolver el problema. Para ello escogeremos arbitrariamente un punto de la trayectoria como origen de espacios (por ejemplo el punto del suelo desde donde se lanza) y un sentido como positivo (por ejemplo hacia arriba), tal y como se indicó en la figura anterior.

La aceleración tangencial es constante y según el esquema anterior será negativa e igual a la aceleración de la gravedad. Se trata, pues, de un movimiento uniformemente acelerado, cuyas ecuaciones de movimiento son:

$v = v_0 + a(t-t_0)$  para la rapidez  $v$  en cualquier instante  $t$ .

$e = e_0 + v_0(t-t_0) + \frac{a}{2}(t-t_0)^2$  para la posición  $e$  en cualquier instante  $t$ .

---

<sup>2</sup> Algunos alumnos señalan también a “la fuerza que se le dio al lanzarlo”. Se trata de una idea alternativa relacionada con la concepción de fuerza como causa del movimiento.



Teniendo en cuenta las condiciones imperantes en el problema los datos serían:

Un objeto de masa  $m$  que en el instante  $t_0 = 0$  se lanza desde el suelo ( $e_0 = 0$ ) verticalmente hacia arriba con una rapidez inicial  $v_0$  (positiva) y que se mueve con una aceleración sobre la trayectoria constante y negativa ( $-g$ ).

De acuerdo con lo anterior, la ecuación de la rapidez  $v$  y de la posición  $e$  en cualquier instante, vendrán dadas respectivamente por:

$$(1) v = v_0 - gt$$

$$(2) e = v_0 t - \frac{g}{2} t^2$$

En las ecuaciones anteriores hemos optado por colocar el signo correspondiente (de acuerdo con el criterio arbitrario especificado al comienzo) antes de sustituir ningún valor numérico<sup>3</sup>. La altura máxima coincidirá en este caso con el valor de la posición  $e$  durante la subida en el preciso instante en que el objeto se pare (momentáneamente) para volver a caer. Ese instante puede calcularse haciendo  $v = 0$  en la ecuación (1) y despejando  $t$ .

Otra posibilidad para resolver el problema es mediante de consideraciones de trabajo y energía al sistema objeto-Tierra. En este caso, de acuerdo con las condiciones del problema, la energía mecánica se conserva y la disminución de energía cinética en la subida ha de coincidir exactamente con el aumento de energía potencial gravitatoria. Manejando esta igualdad podríamos tratar de obtener la altura máxima.

### 3. Resolución, análisis de resultados, implicaciones y nuevas perspectivas

Mediante la primera estrategia, a partir de la ecuación (1) hacemos  $v = 0$  y despejamos  $t$  (que coincidirá entonces con el tiempo que tarda en subir), con lo que:

$$0 = v_0 - gt \rightarrow t = v_0/g$$

Sustituyendo ahora en la ecuación (2) queda que:  $h_{\max} = v_0 \cdot \left(\frac{v_0}{g}\right) - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{v_0}{g}\right)^2$

Simplificando, obtenemos finalmente la expresión de la altura máxima  $h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$

Mediante la segunda estrategia, bastaría con tomar como nivel 0 de energía potencial gravitatoria el suelo y tener en cuenta que al alcanzar la altura máxima  $h$ , el objeto se para momentáneamente con lo que la energía cinética en ese punto será nula. Así pues:

$$E_{p0} + E_{c0} = E_p + E_c \rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = m g h_{\max} \rightarrow h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

<sup>3</sup> Atención: Esos signos correspondientes a los que nos referimos, se ponen únicamente a los datos (lo que determinará que la incógnita buscada salga ya, en su caso, con el signo adecuado) y el signo negativo, como es lógico, solo se coloca una vez (lo que evita que se convierta en positivo): o bien a las letras o bien, al final, a los datos cuantitativos correspondientes.

Como vemos, mediante las dos estrategias propuestas se ha llegado al mismo resultado literal, lo que refuerza su validez. Por otra parte, esta forma de proceder nos permite analizar dicho resultado y darnos cuenta si se cumplen o no las hipótesis de partida y los posibles casos límite considerados (cosa imposible sin una resolución literal). En primer lugar, la ecuación es dimensionalmente homogénea (L en ambos lados). Además cuanto mayor es la rapidez con que se lanza el objeto mayor altura máxima alcanzará, pero ahora, es posible darse cuenta de una forma más precisa cómo influye esa variable que al estar elevada al cuadrado hace que a doble rapidez inicial no se obtenga doble altura máxima<sup>4</sup> sino cuádruple. También hay que llamar la atención, en su caso, sobre la no presencia de la masa en dicho resultado. Finalmente, se pueden dar unos valores lógicos y obtener un resultado numérico. Además, es posible proponer nuevos problemas relacionados, que pueden resolverse en cursos de física posteriores, como podría ser el caso de que el lanzamiento no fuese vertical.

#### **A.11. Manejo reiterado del modelo propuesto en otros ejemplos**

En el anexo que se da a continuación, se ofrecen ejemplos de problemas resueltos siguiendo las orientaciones sobre las que hemos estado trabajando y correspondientes a distintos campos de la física y de la química.

Finalmente, conviene tener en cuenta que los problemas que se pueden plantear no son únicamente problemas de lápiz y papel. También son posibles otras situaciones problemáticas de interés que pueden dar más sentido al aprendizaje. Para terminar, mencionaremos algunas de ellas a modo de perspectivas abiertas a raíz de este taller.

### **5. EXTENSIÓN DE LA INVESTIGACIÓN SOBRE PROBLEMAS A OTROS ASPECTOS**

La resolución de problemas es una línea de investigación didáctica en la que se han realizado diversas tesis doctorales y publicado una gran cantidad de trabajos desde inicios de la década de los 80 en el siglo pasado hasta la actualidad, y no solo en física sino también en matemáticas, química y biología, incluyendo algunos números monográficos en revistas. No obstante, la traducción de toda esa investigación en materiales con ejemplos concretos de problemas resueltos como investigación para trabajar con ellos en el aula, es todavía escasa, bien sea en forma de libros específicos de problemas o bien sea incorporando dichos problemas en libros de texto.

Cabe plantearse ahora, si las actividades problemáticas, pueden extenderse a otros aspectos claves para el aprendizaje, diferentes al de la propia resolución de problemas de lápiz y papel. Se trata de una reflexión fundamental ya que, insistimos, para que el desarrollo de la competencia científica pueda llevarse a cabo de forma eficaz, se requiere que este se extienda a todas las actividades claves para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias.

**A.12. Considerad otros aspectos fundamentales en un curso de física y química habitualmente planteados como algo ya dado y que convenga que surjan también como consecuencia de actividades problemáticas.**

---

<sup>4</sup> Esta es la interpretación que intuitivamente hacen muchos alumnos antes de llegar a este resultado y es coherente con la idea de fuerza como causa del movimiento, la cual lleva a relacionar erróneamente la fuerza con la velocidad (doble velocidad implica doble fuerza) y no con la aceleración.

Otro aspecto clave para impulsar y desarrollar la metodología científica en los alumnos, son las prácticas de laboratorio, las cuales pueden plantearse también con este mismo enfoque, pero eso sería objeto de otro taller.

También cabe pensar en la posibilidad de conseguir que la justificación del índice de cada tema, responda a **problemas estructurantes** previos, superando así el planteamiento dogmático con que se suelen presentar, sin ninguna razón que justifique los diferentes apartados a estudiar ni el orden de los mismos.

El hecho de que, por ejemplo, el índice de una unidad didáctica no sea establecido por definición, sino que sea fruto de uno o varios problemas de interés que han sido previamente planteados permite, entre otras cosas, que los alumnos puedan percibir una cierta lógica en la secuencia de los contenidos que conforman dicha unidad, así como una mayor motivación hacia el estudio de los mismos. Se trata, en definitiva, de estudiar la posibilidad de elaborar estructuras problematizadas de los temas.

#### **NOTA:**

Tanto este documento como el conjunto de problemas resueltos que se aportan, están basados en los trabajos realizados por los profesores Daniel Gil Pérez y Joaquín Martínez Torregrosa. También, (en lo que a los problemas de Química se refiere), se han utilizado los trabajos del profesor Carles Furió Más. Ved bibliografía concreta en capítulo 4 del libro “Curso Básico de Didáctica de las Ciencias”. Accesible en [didactica fisica quimica.es](http://didactica fisica quimica.es) donde también se pueden encontrar muchos más ejemplos de otros problemas y otros materiales didácticos.