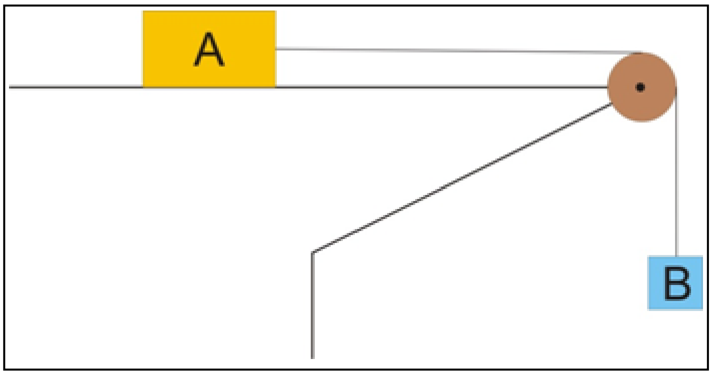
El bloque que está sobre la mesa tiene una masa de 10 kg mientras que la masa del bloque que cuelga es de 2 kg. Suponiendo el sistema inicialmente en reposo, determinad su rapidez cuando se les deje en libertad y hayan recorrido una distancia de 4 m. Datos: μ = 0'1, la masa de polea y cuerda se consideran despreciables, la cuerda se considera inextensible).



Planteamiento cualitativo y emisión de hipótesis

En este problema se utiliza una polea y un bloque B para mover otro bloque A que descansa inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal. La polea es una máquina simple que todavía se utiliza para mover objetos con mayor facilidad que hacerlo directamente.

En el enunciado vemos que, para simplificar el problema tanto la masa de la polea como de la cuerda se consideran despreciables y la cuerda inextensible. Todo ello supone que la polea no presenta ninguna inercia al girar sobre su eje y que la tensión en cualquier punto de la cuerda ha de tener el mismo valor (módulo). Con tales condiciones, podemos pensar que el valor de la rapidez v, en un instante dado, dependerá de la masa m_B del bloque que cuelga, la masa m_A del otro bloque, el coeficiente de rozamiento μ existente entre el bloque A y la superficie y el valor de la intensidad del campo gravitatorio y la distancia d recorrida por el sistema hasta ese instante. Es decir:

$$v = f\,(m_B, m_A, \mu, g, d)$$

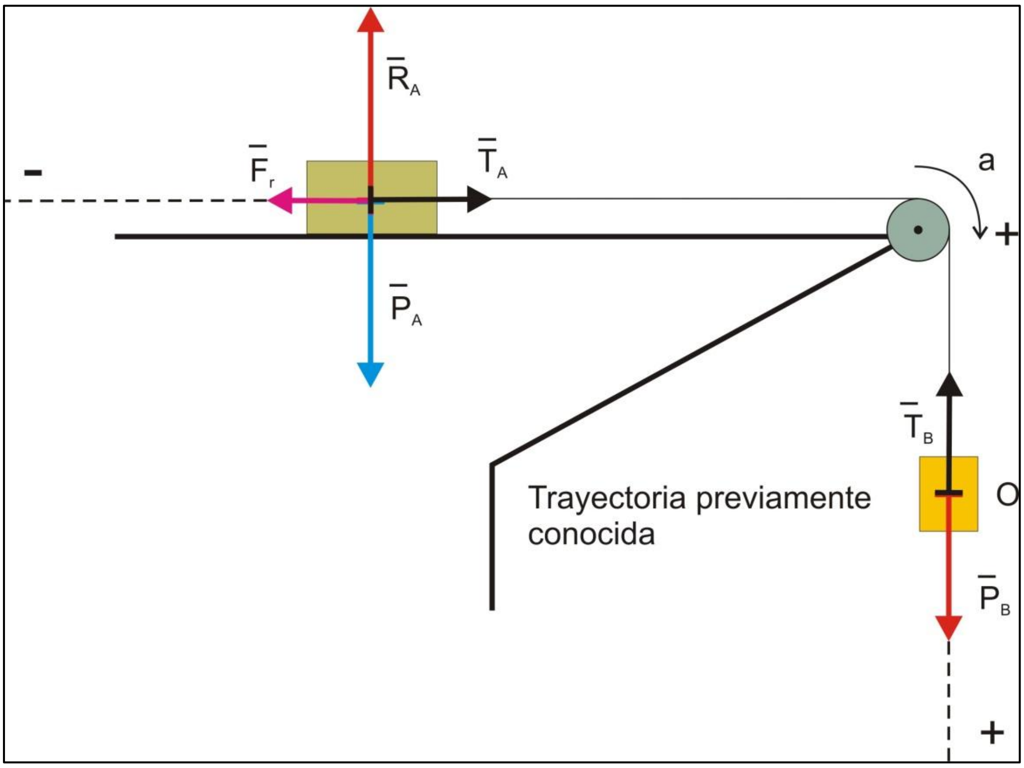
Concretamente, cabe esperar que v aumente cuando, a igualdad de los restantes factores, m_B aumente, m_A disminuya, μ disminuya, g aumente y d aumente. Naturalmente, si m_B=0 deberá cumplirse que v = 0 (el sistema seguirá en reposo) y lo mismo ocurrirá si g = 0 o si d = 0. Por otra parte, si no hubiese rozamiento y m_A fuese nula, el problema sería equivalente a una caída libre de m_B.

Estrategias de resolución

Una forma de resolver el problema es mediante consideraciones de cinemática y dinámica, calculando la aceleración con que se mueve el sistema. Con ella y sabiendo el tiempo transcurrido desde el comienzo hasta el instante considerado, podremos determinar la v buscada.

Otra forma podría ser mediante consideraciones de trabajo y energía, utilizando la expresión que relaciona el trabajo realizado por la fuerza resultante con la variación de la energía cinética del sistema.

Comenzaremos con la primera estrategia expuesta. Para ello lo más sencillo es, ya que la trayectoria se conoce perfectamente, realizar un tratamiento escalar y trabajar solo con las fuerzas tangentes a la trayectoria (o sus proyecciones sobre la misma). En el esquema siguiente se han representado las fuerzas que actúan sobre cada uno de los bloques. Hemos considerado que ambos se mueven sobre una misma trayectoria (curva), elegido como sentido positivo el del movimiento y tomado como origen de espacios la posición inicial del bloque B. (Naturalmente, se supone que la mesa es lo suficientemente larga como para que el bloque A pueda recorrer sobre ella esos 4 m sin chocar contra la polea). Dado que la cuerda es inextensible, el sistema formado por los dos bloques se mueve solidariamente.



La fuerza resultante sobre el sistema se podrá expresar, pues, como:

$P_B - T_B + T_A - Fr_A = (m_A + m_B) \cdot a$

Sustituyendo ahora P_B por $m_B \cdot g$, Fr_A por $\mu \cdot m_A \cdot g$ y teniendo en cuenta que $T_A = T_B = T$:

$$m_B \cdot g - \mu \cdot m_A \cdot g = (m_A + m_B) \cdot a \rightarrow \boxed{a = \left(\frac{m_B - \mu \cdot m_A}{m_A + m_B}\right) \cdot g}$$

Esta es la aceleración sobre la trayectoria con que se moverá el sistema. Vemos que dicha aceleración es constante (movimiento uniformemente acelerado) y también que, como es lógico, si m_A fuese nula a = g.

Por tratarse de un MUA, las ecuaciones de la rapidez y de la posición sobre la trayectoria para el sistema considerado, si hacemos $e_0 = 0$, $t_0 = 0$ y $v_0 = 0$, serán:

$v = a \cdot t$

$$e = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Podemos hallar el valor de v que queremos sin más que calcular en qué instante e = d y sustituyendo ese valor de t en la primera de las ecuaciones anteriores. Así:

$$d = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a}} \rightarrow v = a \cdot \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{2ad}$$

Sustituyendo ahora a por la expresión correspondiente, obtenemos finalmente:

$$v = \sqrt{\frac{2gd \cdot (m_B - \mu \cdot m_A)}{m_A + m_B}}$$

Si optamos por la segunda estrategia propuesta (tratamiento escalar a lo largo de la trayectoria, mediante trabajo y energía), aplicamos al sistema considerado la expresión:

$W_{res} = \Delta Ec \rightarrow (P_B\text{-}T_B\text{+}T_A\text{-}Fr_A)\cdot d = Ec\text{-}Ec_0$

Teniendo en cuenta que $T_A = T_B$, $Ec_0 = 0$, y sustituyendo P_B, Fr_A y Ec, obtenemos:

$(m_B - \mu mA)\cdot gd = (m_A+m_B)\cdot v^2/2$

Si despejamos v, llegamos finalmente a: $v = \sqrt{\frac{2gd \cdot (m_B - \mu \cdot m_A)}{m_A + m_B}}$

Vemos, pues, que mediante dos estrategias distintas, llegamos al mismo resultado, aunque la segunda supone un camino más corto.

Sustituyendo numéricamente:

$v = \sqrt{\frac{2gd \cdot (m_B - \mu \cdot m_A)}{m_A + m_B}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 4 \cdot (2 - 0'1 \cdot 10)}{10 + 2}}$ → v = 2’6 m/s

Análisis del resultado obtenido. Nuevas perspectivas

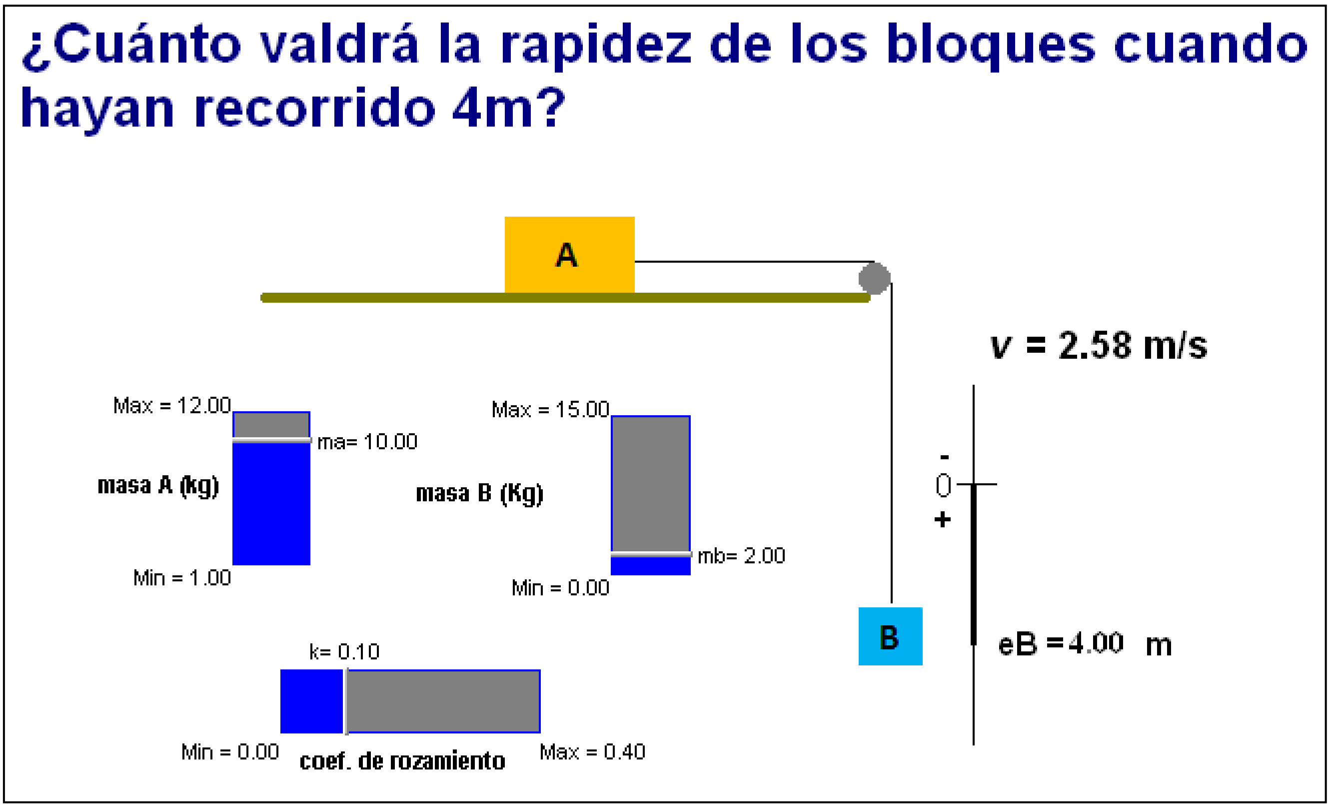
Analizando el resultado literal obtenido podemos ver en primer lugar que es dimensionalmente homogéneo ($L\cdot T^{-1}$ en ambos lados de la igualdad). Además recoge todas las hipótesis de partida y comprobamos, por ejemplo, que, efectivamente, a igualdad de los restantes factores, cuanto mayor sea la masa de B, menor sea el coeficiente de rozamiento o mayor sea el valor de la distancia d, mayor será la rapidez. También contempla los casos límite y, por ejemplo, si la masa del bloque A fuese nula, la expresión de la rapidez se transforma en la rapidez de un cuerpo (en ese caso el bloque B) en caída libre. Finalmente, conviene observar a su vez el valor numérico obtenido y comprobar que no se trata de un valor disparatado o absurdo.

A la luz de lo tratado aquí, podríamos plantearnos ahora una situación algo más compleja. Por ejemplo, volver a calcular esta rapidez pero suponiendo que el bloque A en lugar de descansar sobre un plano horizontal, lo hace sobre un plano inclinado.

Refuerzo:

Los alumnos pueden reforzar este problema usando una animación *Modellus*, que hemos elaborado sobre él. En la pantalla de dicha animación disponen de tres controladores manuales para modificar las masas de los dos cuerpos y el coeficiente de rozamiento. Entrando en la ventana de las condiciones iniciales también pueden modificar el valor de la gravedad. Una aplicación interesante del uso de la animación será la comprobación de que para cualesquiera valores de los parámetros que impliquen una aceleración negativa, los cuerpos, simplemente, no se mueven. Es importante que los estudiantes prueben esta situación con objeto de precisar el campo de validez de la expresión de la fuerza de rozamiento máxima, que solo es aplicable cuando el cuerpo desliza y no cuando se halla en reposo.

La imagen siguiente corresponde a la secuencia final cuando los valores de los parámetros coinciden con que hemos adoptado en esta resolución del problema.



La animación y el programa para hacerla correr están disponibles en la página "Web de Materiales para la Enseñanza y la Divulgación de la Física", de la Sección Local de Alicante de la RSEF
http://rsefalicante.umh.es/fisica.htm