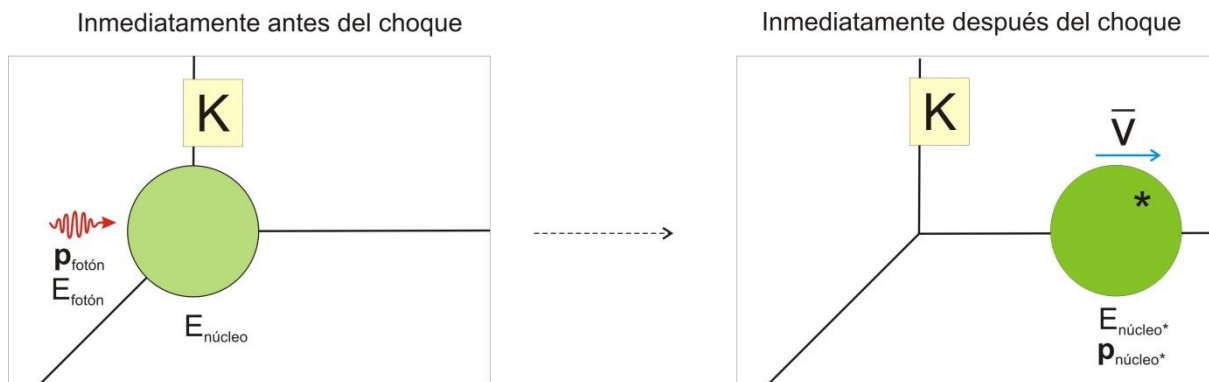


Un fotón gamma es absorbido por un núcleo. Comparad la masa del núcleo excitado con la del núcleo inicial. ¿Qué velocidad adquiere el núcleo excitado? (Datos: $E_{\text{fotón}} = 1\text{MeV}$, núcleo: Pb-208)

Planteamiento:

Aunque los procesos de absorción de rayos gamma por la materia son diversos (ved el apartado de ampliación al final de este mismo problema), vamos a considerar el caso más simple en el que el fotón es absorbido por un núcleo para formar un núcleo excitado¹ (ved figura siguiente).



El fotón, aunque no tiene masa, sí tiene energía e impulso y deja de existir en cuanto es absorbido. Por tanto, el núcleo excitado tendrá una masa mayor que la que tenía en su estado inicial y, con respecto a un SRI “K” en el que se encontrara inicialmente en reposo, adquirirá un impulso, **p**. La velocidad buscada, **v**, será la velocidad que adquiere dicho núcleo con respecto a dicho sistema de referencia K.

Hipótesis:

Las magnitudes que describen el estado del sistema inmediatamente después del choque (el núcleo excitado o, también, sistema “saliente”), dependen de aquellas que describen el estado sistema inmediatamente antes (el fotón más el núcleo en su estado inicial, o también, sistema “entrante”). Por tanto, es lógico plantear que el módulo de la velocidad que adquiere el núcleo depende de la energía o del impulso del fotón (sólo de una de ambas magnitudes, ya que $E_{\text{fotón}} = p_{\text{fotón}} \cdot c$) y de la masa o la energía propia del núcleo inicial (solo una de ambas magnitudes, ya que ambas están relacionadas por $E_{0(\text{núcleo})} = m \cdot c^2$). Es decir:

$$v = f(E_{\text{fotón}}, m).$$

Más precisamente, a igualdad de los restantes factores, cabe esperar que:

- ✓ Cuanto mayor sea la energía del fotón (o su impulso), lógicamente mayor deberá ser la velocidad buscada, **v**. En el caso extremo en que dicha energía tendiera hacia infinito ($E_{\text{fotón}} \rightarrow \infty$), **v** debería tender al límite superior de velocidades ($v \rightarrow c$), mientras que si la energía del fotón fuera cero $E_{\text{fotón}} = 0$ el núcleo no absorbería nada y tampoco adquiriría ninguna velocidad, $v = 0$.
- ✓ Cuanto mayor sea la masa del núcleo, **m**, menor será la velocidad, **v**, que adquiere tras absorber el fotón. En el caso extremo en que $m \rightarrow \infty$, la velocidad adquirida tendería a ser nula, $v \rightarrow 0$, y si

¹ Representaremos el estado “excitado” o más energético mediante el símbolo *

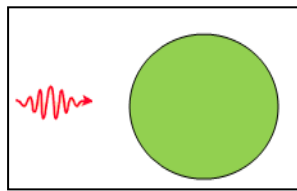
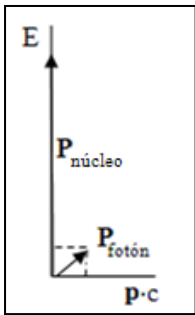
la masa del núcleo fuera nula, $m=0$, entonces, no habría tal núcleo y el sistema saliente sería únicamente el fotón, por tanto sería $v = c$.

Estrategia de resolución:

Aunque el sistema no esté aislado (en general, el núcleo formará parte de algún material e interactuará con otras partículas del mismo), podemos considerar que desde muy poco antes hasta muy poco después de la absorción, ni el fotón ni el núcleo interactúan con otras entidades y, en consecuencia, aplicar al proceso el principio de conservación relativista. Por tanto, para resolver el problema exigiremos que el impulso-energía del sistema entrante (núcleo más fotón) sea igual al impulso-energía del sistema saliente (núcleo excitado), de donde se ha de poder obtener el impulso y la energía del núcleo excitado. Una vez obtengamos estas dos magnitudes usaremos las leyes fundamentales de la dinámica de una partícula al núcleo excitado para obtener su velocidad.

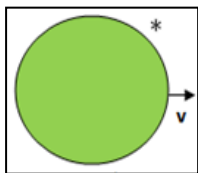
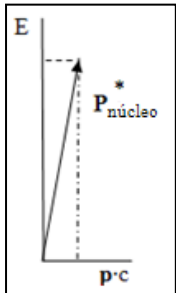
Resolución:

Teniendo en cuenta que para el fotón $E_{\text{fotón}} = p_{\text{fotón}} \cdot c$ y para el núcleo en su estado inicial: $p_{\text{núcleo}} = 0$ y $E_{\text{núcleo},0} = m \cdot c^2$ el impulso-energía del sistema entrante es:



$$\mathbf{P}_{\text{entrante}} = \mathbf{P}_{\text{fotón}} + \mathbf{P}_{\text{núcleo}} = (E_{\text{fotón}}, E_{\text{fotón}}) + (m \cdot c^2, 0) = (E_{\text{fotón}} + m \cdot c^2, E_{\text{fotón}})$$

El sistema saliente está formado únicamente por el núcleo excitado y, por tanto, su impulso-energía es:



$$\mathbf{P}_{\text{saliente}} = (E_{\text{núcleo}*}, \mathbf{p}_{\text{núcleo}*} \cdot c) = (E_0(\text{núcleo}) + E_{\text{Cnúcleo}*}, \mathbf{p}_{\text{núcleo}*} \cdot c) = (m^*c^2 + E_{\text{Cnúcleo}*}, \mathbf{p}_{\text{núcleo}*} \cdot c)$$

Con lo que igualando el impulso-energía inmediatamente antes e inmediatamente después de la absorción del fotón por el núcleo, se obtiene:

$$\mathbf{P}_{\text{entrante}} = \mathbf{P}_{\text{saliente}} \rightarrow (E_{\text{fotón}} + m \cdot c^2, E_{\text{fotón}}) = (m^*c^2 + E_{\text{Cnúcleo}*}, \mathbf{p}_{\text{núcleo}*} \cdot c)$$

E igualando componentes:

$$E_{\text{fotón}} + m \cdot c^2 = m^*c^2 + E_{\text{Cnúcleo}} \quad (1)$$

$$E_{\text{fotón}} = \mathbf{p}_{\text{núcleo}*} \cdot c \quad (2)$$

Dividiendo por c^2 en la ecuación (1):

$$\frac{E_{\text{fotón}}}{c^2} + \frac{m \cdot c^2}{c^2} = \frac{m^* \cdot c^2}{c^2} + \frac{Ec_{\text{núcleo}^*}}{c^2}$$

Y despejando m^* :

$$m^* = m + \frac{E_{\text{fotón}}}{c^2} - \frac{Ec_{\text{núcleo}^*}}{c^2}$$

Este resultado muestra que después de absorber el fotón (sin masa) el núcleo excitado es una entidad diferente al núcleo inicial y tiene una masa también diferente a la de él, concretamente mayor (ya que la energía cinética del núcleo excitado nunca puede superar a la energía aportada por el fotón). Este hecho no podría ser explicado mediante la mecánica de Newton, pero sí es totalmente compatible con el hecho relativista de que la masa del sistema final (que podemos considerar como si estuviera formado por núcleo y fotón) es mayor que la suma de las masas de sus “componentes”, es decir, es mayor que la suma de la masa del núcleo y la masa del fotón (que es nula) por separado.

Finalmente, conocidos el impulso y la energía del núcleo excitado, podemos obtener directamente su velocidad (en módulo), usando la ley relaciona a las tres magnitudes:

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{c}}{E} \cdot c$$

Si trabajamos en módulos y nos referimos al núcleo considerado, esta expresión se transforma en:

$$v_{\text{núcleo}^*} = \left(\frac{p_{\text{núcleo}^* \cdot c}{E_{\text{núcleo}^*}} \right) \cdot c$$

Teniendo en cuenta la ecuación (2) anterior y que, la energía del núcleo excitado se puede expresar (según hemos visto) como: $E_{\text{núcleo}^*} = E_{\text{fotón}} + mc^2$, se obtiene:

$$v_{\text{núcleo}^*} = \left(\frac{p_{\text{núcleo}^* \cdot c}{E_{\text{núcleo}^*}} \right) \cdot c \rightarrow v_{\text{núcleo}^*} = \left(\frac{E_{\text{fotón}}}{E_{\text{fotón}} + m \cdot c^2} \right) \cdot c$$

O, lo que es equivalente:

$$v_{\text{núcleo}^*}^* = \frac{c}{1 + \frac{m \cdot c^2}{E_{\text{fotón}}}}$$

Comprobad que se cumplen las hipótesis enunciadas y todos los casos particulares considerados anteriormente acerca de la velocidad del núcleo excitado.

Una vez realizadas las comprobaciones, vamos a ver el resultado que se obtiene sustituyendo unos datos concretos.

Un ejemplo cotidiano de este proceso es la absorción de radiación gamma por el plomo, ya que este elemento se utiliza para evitar que, no sólo los rayos gamma, sino también los rayos X (comúnmente utilizados en radio-diagnóstico) sean dañinos para las personas. El plomo es un excelente blindaje frente

a estas radiaciones gracias a su elevada densidad de $11'33 \text{ g/cm}^3$, a su alto número atómico, a su gran estabilidad y, también, a la facilidad con que se puede trabajar. Para detener fotones de 1MeV se necesitan unos pocos cm de este elemento ($\approx 10\text{cm}$) y en las salas de rayos X de los hospitales se suelen usar planchas de plomo, que impiden el paso de esta radiación.

Como se indica en el enunciado, el orden de magnitud de la energía de los fotones necesario para que se produzca su absorción por núcleos de Pb-208 es el orden de 1MeV . Por tanto, tenemos:

$$E_{\text{fotón}} = 1\text{MeV}.$$

$$E_{0 \text{ Pb-208}} = 208 \text{ u.} \approx 208 \cdot 931'45 \text{ MeV} = 193741'6 \text{ MeV}.$$

Con estos valores, la velocidad que adquiere el núcleo Pb es:

$$v_{\text{núcleo Pb-208}}^* = \left(\frac{1}{1+193741'6} \right) \cdot c = 5'16 \cdot 10^{-6} c$$

Como vemos, es una velocidad muy pequeña comparada con la velocidad de la luz, como cabía esperar por la enorme diferencia que hay entre la masa del núcleo de plomo y la energía (expresada en unidades de masa) del fotón. También es una velocidad pequeña a nivel atómico y, lógicamente, cuando los núcleos de Pb-208 absorben fotones en este proceso, no se modifica la estructura del material, sino que los átomos que lo componen mantienen su ligazón. Ahora bien, si comparamos esta velocidad con las de otros objetos cotidianos en nuestro mundo macroscópico, el valor resulta ciertamente elevado.

Ampliación:

Los procesos de interacción de los fotones con la materia son diversos y básicamente dependen de la energía de la radiación incidente y del tipo de material sobre el que incide dicha radiación. Los principales procesos en los que el fotón cede su energía al interactuar con la materia son:

Efecto fotoeléctrico: El fotón incidente puede colisionar con alguno de los electrones de las capas más internas del átomo cediéndole toda su energía y provocando la expulsión de dicho electrón. El efecto fotoeléctrico es el proceso predominante para energías menores a $0'1 \text{ MeV}$.

Efecto Compton: El fotón incidente interactúa con alguno de los electrones de las capas externas del átomo. En esta interacción el fotón se dispersa, reduce su energía y provoca la ionización del átomo. El efecto Compton es la interacción predominante a energías cercanas a 1 MeV

Formación de pares: Debido a la interacción de la fuerza de Coulomb, en la vecindad del núcleo la energía del fotón incidente se convierte espontáneamente un par electrón-positrón. Este proceso sólo puede ocurrir cuando los fotones incidentes tienen una energía igual o mayor a $1'02 \text{ MeV}$.

Absorción: La absorción es el proceso que hemos considerado en este problema y consiste simplemente en una excitación del núcleo del átomo, que termina con la historia del fotón. La probabilidad de que exista una absorción disminuye al aumentar la energía.