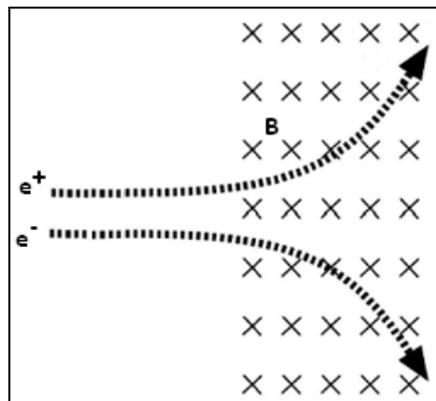


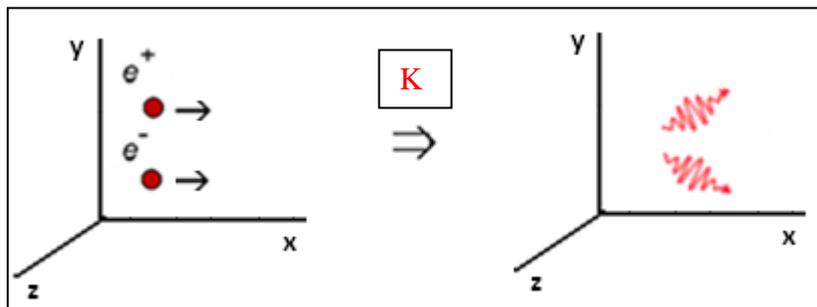
En 1932 Karl Anderson descubrió en una placa fotográfica, expuesta a los rayos cósmicos y sometida a un campo magnético, dos trazas que surgían de un punto común y correspondían a un electrón y a una partícula entonces desconocida y luego identificada como un positrón o antielectrón. Posteriormente se supo que, en ciertas condiciones, el electrón y el positrón se pueden aniquilar produciendo fotones ¿Cuántos fotones se pueden crear en este proceso de aniquilación? ¿Cuál será su energía (en MeV) y su frecuencia?



Planteamiento:

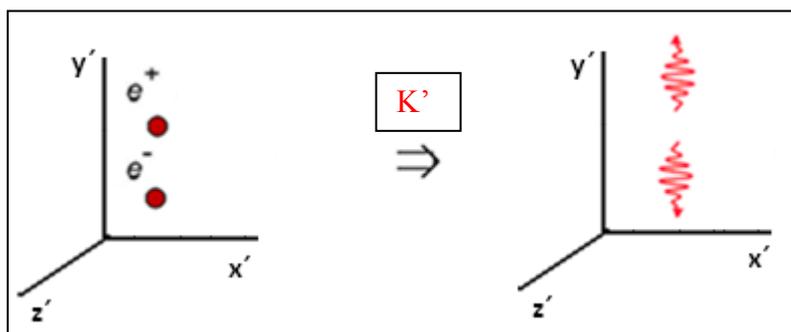
Conviene saber que el proceso de aniquilación es un proceso complejo, ya que, en realidad la colisión de una partícula con su antipartícula produce en primera instancia un pión neutro el cual rápidamente se descompone en los dos rayos gamma. No obstante, para resolver este problema, es correcto ignorar este estado intermedio y proceder como si el positrón y el electrón interaccionasen yendo a la misma velocidad. En ese caso, como el electrón y el positrón tienen la misma velocidad y esta velocidad es necesariamente inferior a c , para que se cumpla el principio de conservación del impulso-energía no se

puede obtener un solo fotón, sino que tendrán que crear dos (o más), con la misma energía y cuyas componentes del impulso perpendiculares a la dirección inicial de las dos partículas se compensen. Con respecto al sistema de referencia exterior, K , ambos fotones se orientarán como se indica



en la figura adjunta.

El análisis de este proceso resulta más sencillo si se adopta otro sistema de referencia, K' , en el que el electrón y el positrón están en reposo en el momento de la aniquilación, es decir, respecto del cual el sistema de referencia, K , tenga la velocidad $-\bar{v}$ de ambas partículas. En ese sistema de referencia, K' , los dos fotones se han de mover en una dirección perpendicular al eje horizontal (por ejemplo, paralelos al eje Y' , y tener sentidos opuestos.



Resolución:

Trabajaremos en el sistema de referencia ligado a las partículas entrantes, lo que permite reducir el análisis a una sola componente espacial, aquella en la que se mueven los dos fotones. Considerando que, tanto en el sistema inicial o “entrante” (electrón y positrón) como en el sistema final o “saliente” (los dos fotones), ninguno de sus constituyentes intercambia impulso o energía con ninguna otra entidad externa

desde justo antes de la interacción hasta justo después de ella. Con estas condiciones, para resolver el problema podemos imponer el principio de conservación del impulso-energía.

Como el electrón y el positrón tienen la misma masa, m , y están inicialmente en reposo, el impulso-energía del sistema entrante es:

$$\mathbf{P}_{\text{entrante}} = \mathbf{P}_{\text{electrón}} + \mathbf{P}_{\text{positrón}} = (m \cdot c^2, 0) + (m \cdot c^2, 0) = (2 \cdot m \cdot c^2, 0)$$

Por otra parte, recordando que $E_{\text{fotón}} = h \cdot \nu$, el impulso-energía del sistema saliente es:

$$\mathbf{P}_{\text{saliente}} = \mathbf{P}_{\text{fotón1}} + \mathbf{P}_{\text{fotón2}} = (h \cdot \nu_1, \mathbf{p}_1 \cdot c) + (h \cdot \nu_2, \mathbf{p}_2 \cdot c) = (h \cdot \nu_1 + h \cdot \nu_2, \mathbf{p}_1 \cdot c + \mathbf{p}_2 \cdot c)$$

Igualando el impulso-energía entrante al impulso-energía saliente, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{p}_1 \cdot c + \mathbf{p}_2 \cdot c = 0 \rightarrow \mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2 \rightarrow p_1 = p_2 \rightarrow \frac{h \cdot \nu_1}{c} = \frac{h \cdot \nu_2}{c} \rightarrow \nu_1 = \nu_2 = \nu$$

$h \cdot \nu_1 + h \cdot \nu_2 = 2 \cdot m \cdot c^2$ que, teniendo en cuenta el resultado anterior, se convierte en:

$$2h \nu = 2 \cdot m \cdot c^2 \rightarrow \nu = \frac{m \cdot c^2}{h}$$

La primera expresión nos dice, como ya sabíamos, que, los dos fotones tienen impulsos iguales y opuestos. La segunda proporciona directamente su frecuencia, ν , la cual, como es lógico, solo depende de la masa (igual) de las partículas anteriores (electrón y positrón)

Resultados cuantitativos:

Sustituyendo la masa del electrón ($m = m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg) y las constantes $c = 3 \cdot 10^8$ m/s y $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s, se obtienen los siguientes resultados:

$$E_0 \text{ (energía propia del electrón y positrón)} = E_f \text{ (energía de cada fotón)} = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,19 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$E_f \text{ (energía del fotón en MeV)} = (8,19 \cdot 10^{-14} / 1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot 10^{-6} = 0,511 \text{ MeV}$$

$$\nu = m \cdot c^2 / h = 8,19 \cdot 10^{-14} / 6,63 \cdot 10^{-34} = 1,235 \cdot 10^{20} \text{ Hz}$$

Por tanto, en el proceso se emiten dos fotones gamma de 0,511 MeV de energía cada uno.

Ampliación:

El proceso opuesto a la aniquilación es la creación de pares y se produce cuando un fotón gamma se acerca a un núcleo atómico y se transforma materializándose en un electrón y un positrón. En general, al incidir un haz de fotones sobre la materia, se pueden producir diferentes procesos y la probabilidad de que ocurra uno u otro depende de la energía de los fotones y de la naturaleza de la sustancia atravesada. El efecto fotoeléctrico es el más importante para la absorción de fotones de baja energía. El efecto Compton es el proceso que prevalece en la absorción de fotones X o gamma de energía intermedia. A partir de un valor mínimo de 1,02 MeV, la producción de pares (partícula y antipartícula) aumenta con la energía de los fotones incidentes y es el proceso que predomina a energías altas.