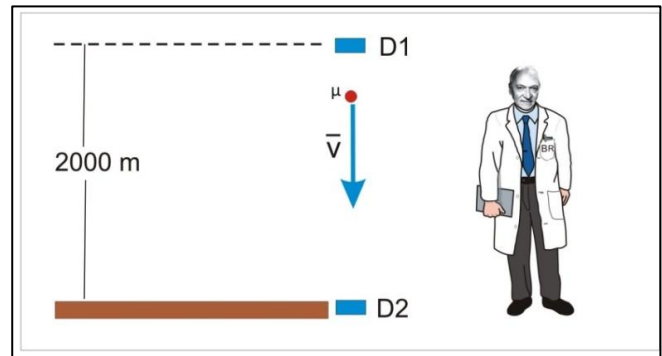


En su histórico experimento los científicos Rossi y Hall colocaron un detector de muones a 2000 m de altura (D1) y otro al nivel del mar (D2). De esta forma pudieron comprobar que el número de muones registrados por el detector D1 era de 563 muones/hora. De acuerdo con la teoría de la relatividad ¿cuántos muones por hora debieron registrar en el detector D2?

Datos: Vida media de un muón $2.2 \mu\text{s}$. Módulo de la velocidad de los muones $0.995c$.



Planteamiento

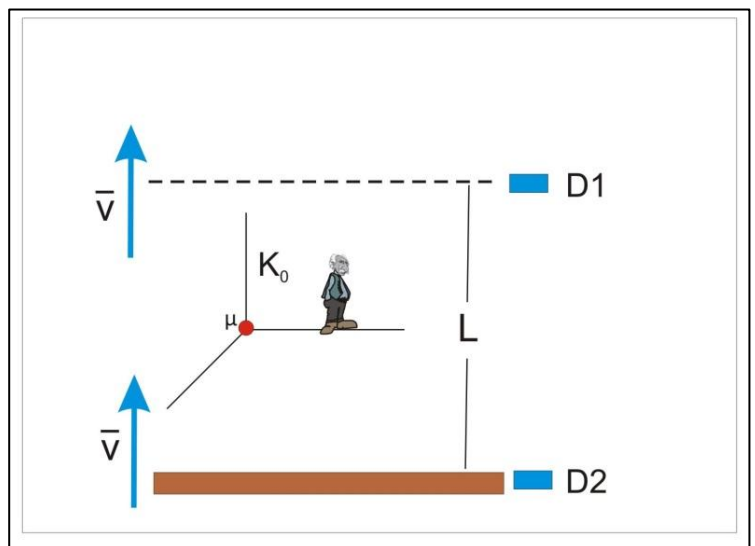
Como los muones se desplazan a una velocidad muy elevada, cuando el problema se trate de resolver adoptando el sistema de referencia ligado a la Tierra, K , se ha de tener en cuenta la dilatación del tiempo, ya que, con respecto a este sistema de referencia, la duración del viaje (Δt) es mayor que la duración en el sistema de referencia ligado a los muones (tiempo propio, Δt_0). Por tanto, en la ley de desintegración se ha de sustituir un tiempo “dilatado” (Δt), y esto se puede considerar equivalente a considerar que lo que se dilata es la vida media de los muones. Es decir, los muones decaerán¹ en menor cantidad de la que se esperaría si no se aplicara la relatividad.

Alternativamente, se puede plantear el problema según el punto de vista de un hipotético observador situado en un sistema de referencia ligado a los muones, K_0 . Desde ese sistema de referencia, cambia la distancia entre los dos detectores, ya que, respecto del mismo, los muones están en reposo y es la Tierra (y con ella los dos detectores), la que se desplaza en sentido ascendente con $v = 0.995c$.

De acuerdo con las consideraciones anteriores, la distancia entre ambos detectores es una longitud en movimiento, L , y, en consecuencia, contraída con respecto a la longitud propia, L_0 , de 2000 m que proporciona el enunciado. Por supuesto, se obtiene la misma consecuencia, de que los muones decaerán en menor cantidad de la que se esperaría si no se aplicase ninguna consideración relativista y se utilizasen exclusivamente las ecuaciones de la mecánica clásica

Finalmente debemos decir que para aplicar estas leyes relativistas es necesario aceptar que los muones se desplazan con una velocidad constante (lo cual es casi exacto) y también es necesario despreciar la aceleración de los dos detectores.

Afortunadamente, la aceleración centrípeta de cada punto de la superficie de la Tierra es suficientemente pequeña (en comparación con las otras velocidades implicadas en el problema), para que sea bastante razonable aceptar esta segunda simplificación. Estas dos condiciones simplificadoras permiten tomar ambos sistemas de referencia como inerciales.



¹ El muon es la partícula con carga negativa y con una masa unas 200 veces la del electrón. Se trata de una partícula inestable que decae (se desintegra) produciendo un electrón y otras partículas.

Hipótesis

La magnitud buscada es la cantidad, N , de muones por hora que se registran en el segundo detector, D2, ligado al suelo. Es lógico plantear que esta magnitud dependa de la cantidad inicial de muones por hora, N_0 , (registrados por el detector D1), de la longitud, L_0 , o distancia entre los dos detectores, de la vida media, τ , de los muones en reposo, del valor absoluto de la velocidad de los muones, v , y de la velocidad de la luz, c .

Más precisamente. A igualdad de los restantes factores, cabe esperar que:

- ✓ Cuanto mayor sea el número inicial de muones, N_0 , mayor será la cantidad final de muones, N .
- ✓ Cuanto mayor sea la altura o distancia entre los dos detectores, L_0 , más muones se desintegrarán y, por tanto, menor será la cantidad de muones final, N .
- ✓ Cuanto mayor sea la vida media de los muones en reposo, τ , decaerán más lentamente y, por tanto, mayor será la cantidad de muones final, N .
- ✓ Cuanto mayor sea el valor absoluto v de la velocidad a la que se desplazan los muones, menor número de ellos se desintegrarán y, por tanto, mayor será la cantidad de muones final, N .
- ✓ Finalmente, en un hipotético universo en el que la velocidad de la luz, c , fuera mayor, el cociente entre la velocidad de los muones, v , y dicha velocidad de la luz, c , sería menor y, en consecuencia, mayor sería la cantidad de muones final, N .

Algunos casos límite interesantes que podemos plantear son:

- ✓ Si la vida media de los muones tendiera a 0 ($\tau \rightarrow 0$), tenderían a desintegrarse inmediatamente y no llegaría ninguno al detector D2, es decir, $N \rightarrow 0$.
- ✓ Si dicha vida media tendiera a ∞ ($\tau \rightarrow \infty$) tenderían a no desintegrarse y todos llegarían al detector, es decir: $N \rightarrow N_0$.
- ✓ Si la velocidad de los muones tendiera a ser nula ($v \rightarrow 0$) y/o si la distancia entre los dos detectores tendiera a ser infinita ($L_0 \rightarrow \infty$), el tiempo que tardarían los muones en atravesar la capa atmosférica tendería hacia también hacia infinito, y todos se desintegrarían antes de llegar al detector D2, es decir: $N \rightarrow 0$.
- ✓ Si la velocidad de los muones tendiera hacia el límite superior de velocidades ($v \rightarrow c$), los muones tenderían no decaer y, en el caso extremo que fuera $v=c$ (realmente sólo lo puede ser la propia luz), simplemente no se desintegrarían ($N=N_0$)
- ✓ Si $c \rightarrow \infty$ estamos planteando que no exista un límite superior de velocidad, lo que supone volver a la mecánica de Newton. Entonces, el número de muones final debería ser el mismo que calcula la ley de desintegración sin considerar la relatividad.

Resolución

Adoptamos el SRI ligado a los muones. Respecto de este sistema de referencia la Tierra asciende con $v = 0,995c$ y el tiempo que transcurre desde que coincide la posición del detector D1 con el muón hasta que lo hace la posición del detector D2, Δt_0 , es:

$$v = \frac{L}{\Delta t_0} \rightarrow \Delta t_0 = \frac{L}{v}$$

La longitud, L , que representa la separación entre D1 y D2, es una longitud en movimiento en el SRI de los muones (se mueve en sentido ascendente con respecto a ellos, es como si los muones fueran atravesados por una varilla de esa longitud).

$$\text{Sabemos que } L = \frac{L_0}{\gamma} \rightarrow L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\text{Sustituyendo ahora } L \text{ en la expresión del tiempo transcurrido: } \Delta t = \frac{L_0}{v} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (1)$$

Este es el tiempo transcurrido hasta el encuentro de los muones con el detector D2. Para obtener cuántos de ellos son registrados por dicho detector, solo falta sustituir este tiempo en la ley de desintegración:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot \Delta t} = N_0 \cdot e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \quad (2)$$

(λ es la constante de desintegración y τ es la vida media de los muones en reposo)

Sustituyendo (1) en (2), queda finalmente:

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{L_0}{v \cdot \tau} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Análisis del resultado

Comprobad que el resultado obtenido, además de ser dimensionalmente homogéneo, contempla todas las hipótesis y casos límites anteriormente considerados.

Al sustituir los datos numéricos del enunciado en la ecuación anterior se obtiene un valor aproximado de $N = 415$ muones/hora, coincidente con el obtenido experimentalmente.

Vale la pena detenerse brevemente a analizar el caso particular de que se hiciese tender la velocidad de la luz a ∞ (o, lo que es equivalente, si se hiciera tender el cociente v/c a cero en la ecuación anterior). Es fácil constatar que la ecuación anterior se transforma, de modo que se obtiene el mismo resultado que proporciona la física no relativista:

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{L_0}{v \cdot \tau}}$$

Al sustituir los datos del problema, en esta última ecuación, se obtiene un valor de 27 muones/hora, es decir, unas 15 veces menos del valor real.

Puede decirse que la experiencia llevada a cabo por los científicos Rossi y Hall (y cuyos resultado publicaron en la revista *Physical Review* en 1941) fue un experimento histórico que adquirió un carácter polifacético, porque confirmó a la vez tres predicciones relativistas: la dilatación del tiempo, la contracción de la longitud, y, el comportamiento relativista de toda clase de relojes (entendiendo aquí por tales a los muones).

Ampliación

En 1963 Frisch y Smith realizaron una versión filmada de esta investigación. En Internet se puede ver la [película del experimento](#).

