**Una partícula subatómica en reposo en un SRI ($K_1$) se desintegra espontáneamente con un periodo de semi-desintegración determinado. ¿Cuánto valdrá dicho periodo cuando el mismo se mida desde otro SRI ($K_2$) respecto del cual la partícula se desplaza con velocidad constante $\vec{v}$ ?**

## Planteamiento

El periodo de semi-desintegración de una partícula corresponde al tiempo que ha de transcurrir para que una cierta cantidad inicial de ellas ($N_0$), lo bastante numerosa como para ser estadísticamente significativa[1], se reduzca a la mitad ($N_0/2$). Esta magnitud se define siempre en un sistema de referencia ligado a la partícula.

La ley de la desintegración radiactiva, aplicada en el sistema de referencia inercial $K_1$ (ligado a las propias partículas), viene dada por:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda_1 \cdot \Delta t_1}$$

En la ecuación anterior, $N_0$ representa el número de partículas sin desintegrar existentes en cierto instante (que se toma como inicial), N corresponde al número de partículas que permanecen sin desintegrar $\Delta t_1$ segundos después de ese instante inicial, $\lambda_1$ es la constante de desintegración radiactiva la cual podemos expresar en función del periodo de semi-desintegración haciendo $N = N_0/2$. En cuyo caso:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda_1 \cdot T_1} \rightarrow T_{1.} = \ln 2/\lambda_1$$

En la expresión anterior $T_1$ es el periodo de semi-desintegración de la partícula.

Como el proceso de desintegración (de $N_0$ a N) comienza y acaba en el mismo lugar de $K_1$ el intervalo de tiempo $\Delta t_1$ es el intervalo de tiempo "propio" en ese sistema de referencia, es decir:

$$\Delta t_1 = \Delta t_0$$

Consecuentemente, el periodo de semi-desintegración es también "propio", de modo que:

$$T_1 = T_0 = \ln 2/\lambda_1$$

Existen diversas situaciones en las que partículas inestables (que experimentan procesos de desintegración) viajan a grandes velocidades, con lo que el estudio de dichas situaciones habría que realizarlo en el marco de la Teoría de la Relatividad. En nuestro caso concreto, la ley de la desintegración radiactiva, aplicada en el sistema de referencia inercial $K_2$ (respecto del cual se están moviendo las partículas), vendrá dada por:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda_2 \cdot \Delta t_2}$$

En la ecuación anterior, $\lambda_2$, es la constante de desintegración radiactiva y podemos expresarla en función del periodo de semi-desintegración si hacemos $N = N_0/2$, con lo que:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda_2 \cdot T_2} \rightarrow T_{2.} = \ln 2/\lambda_2$$

[1] Aunque en el enunciado se hable de "una" partícula, debe entenderse que se trata de "un tipo" de partícula (muón, protón, pión, etc.) y que en realidad lo que se tiene es un conjunto muy numeroso de ellas.

En la expresión anterior $T_2$ correspondería al periodo de semi-desintegración medido desde $K_2$

El proceso de desintegración[2] (de $N_0$ a N) comienza y acaba en lugares distintos de $K_2$, y el intervalo de tiempo $\Delta t_2$ será, en este caso:

$\Delta t_2 = \Delta t$

Consecuentemente, el periodo de semi-desintegración vendrá dado por:

$T_2 = T = \ln 2/\lambda_2$

De acuerdo con la ecuación relativista que relaciona los intervalos de tiempo en los dos sistema de referencia inerciales, tenemos:

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t_0$$

Sustituyendo $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ $\rightarrow$ $\boxed{\Delta t = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t_0}$ y dado que $\gamma > 1 \rightarrow \Delta t > \Delta t_0$

**Resolución**

Dado que el periodo de semi-desintegración corresponde al intervalo de tiempo determinado, podemos considerar dicho intervalo en la ecuación anterior y escribir que:

$$T = \gamma \cdot T_0 \rightarrow \boxed{T = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot T_0}$$

**Análisis del resultado**

En este caso, la resolución del problema ha sido prácticamente inmediata y evidente, pues basta sustituir como intervalo de tiempo el correspondiente al periodo de semi-desintegración. No obstante, vale la pena *analizar el resultado obtenido*. Si lo hacemos, nos daremos cuenta de que, además de ser dimensionalmente homogéneo, se contemplan en el mismo algunos casos particulares de especial interés, tales como:

- ✓ Si el valor de $T_0$ aumenta, también lo hace el valor de T (el cual siempre ha de ser mayor que $T_0$).
- ✓ Si v aumenta, también aumenta la diferencia $T-T_0$. En el caso límite en el que v tienda a c ($v\rightarrow c$), el valor de T tiende a infinito ($T\rightarrow\infty$), lo que equivale a afirmar que las partículas tienden a no desintegrarse. Como es lógico, en el caso opuesto ($v\rightarrow 0$), se debe poder aplicar la mecánica de Newton (no habría dilatación del tiempo) y se cumple que $T\rightarrow T_0$.
- ✓ En cuanto a la influencia de la velocidad de la luz, vemos que en un hipotético universo donde c fuera mayor, disminuye la diferencia $T-T_0$. En el caso límite en el que la velocidad de la luz tendiera hacia infinito ($c\rightarrow\infty$) estaríamos planteando un mundo en el que no existe un límite superior de

[2] Atención: Tanto $N_0$ como N representan número de partículas sin desintegrar (al comienzo y al final de un intervalo de tiempo dado) y no tienen nada que ver con valores propios ni impropios.

velocidades, lo que equivale a volver a la mecánica de Newton. Por tanto, en ese caso, se cumple que $T \rightarrow T_0$.

**Nuevas preguntas**

*El pión es una partícula muy inestable: Se observa que la vida media de los piones en reposo es tan solo de 26ns (1 ns = $10^{-9}$ s). ¿Cuál sería el valor de dicha vida media si los piones fuesen acelerados hasta moverse a 0'9 c?*

La vida media es un concepto diferente que el de periodo de semi-desintegración que hemos visto anteriormente, aunque ambos están relacionados. Su símbolo es τ y su valor coincide con el promedio de tiempo que una partícula libre (sea un núcleo o una partícula subatómica) tarda en desintegrarse (lo que no significa que una partícula en concreto tarde exactamente dicho tiempo, ya que se trata de un proceso probabilístico). Operativamente se define como la inversa de la constante radiactiva (τ = 1/λ).

Para contestar la pregunta planteada, basta con utilizar la misma ecuación que en el ejercicio anterior, identificando en este caso el tiempo transcurrido con la vida media, con lo que:

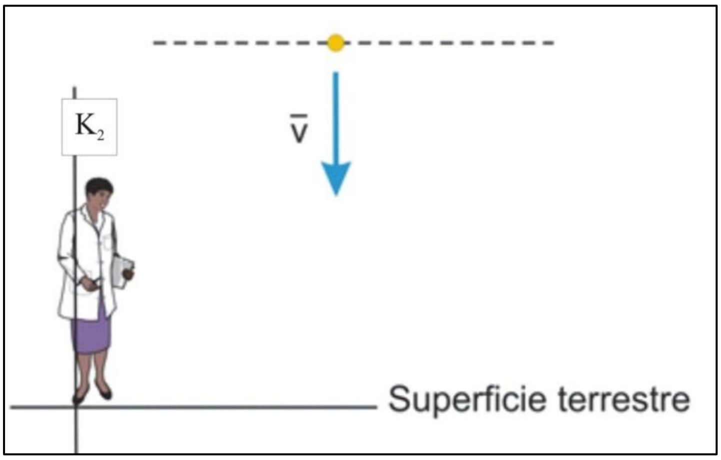
$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot\tau_0 \rightarrow \tau = \frac{26\cdot 10^{-9}}{\sqrt{1-\frac{0'81\cdot c^2}{c^2}}} = 5'96\cdot 10^{-8}\ \text{s} = 59'6\ \text{ns.}$$

*El muón es una partícula subatómica inestable que en reposo se desintegra en 2'2· $10^{-6}$ s (tiempo propio). En la parte alta de la troposfera (a unos 10 km de la superficie terrestre) se originan muones de alta velocidad (0'999c) y la mayoría de ellos son capaces de llegar a la superficie terrestre sin desintegrarse. ¿Cómo se puede explicar este hecho siendo que durante 2'2·$10^{-6}$ s apenas podrían recorrer 1 km sin desintegrarse? (comprobadlo).*

En efecto, si fuera posible aplicar la mecánica newtoniana a esos muones, se tendría que la distancia que podrían recorrer antes de desintegrarse vendría dada por:

$$D = v\cdot\Delta t_0 = 0'999\cdot c\cdot 2'2\cdot 10^{-6} = 0'999\cdot 3\cdot 10^{8}\cdot 2'2\cdot 10^{-6} = 659'3\ \text{m}$$

Este dato no cuadra con el hecho de que una gran parte de esos muones (muchos más de los esperados si aplicamos la mecánica clásica), lleguen a la superficie terrestre antes de desintegrarse. Naturalmente, la explicación es que al moverse a unas velocidades tan próximas a la de la luz, se produce el efecto de la dilatación del tiempo, de tal modo que para un hipotético observador ligado a los muones la vida media de estos es un intervalo de tiempo propio, pero para un observador situado en la superficie terrestre esa vida media ha de ser mayor ya que los muones se originan y se desintegran en puntos distintos de su sistema de referencia (la propia Tierra que, para simplificar, consideraremos como SRI $K_2$ al cual está ligado dicho observador).



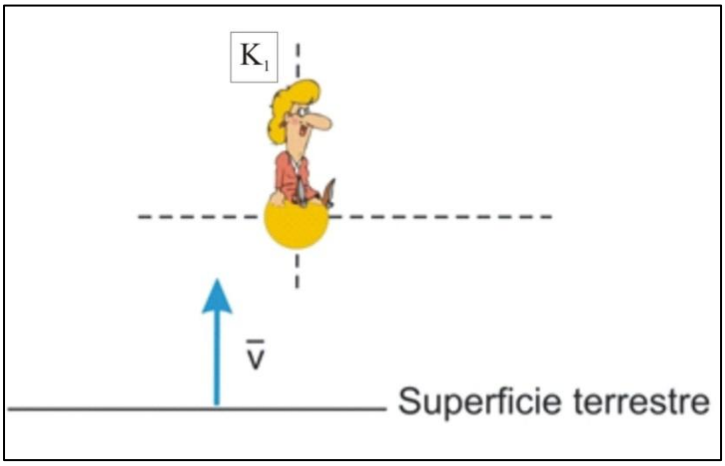
Para calcular la vida media de los muones según el observador situado en la superficie terrestre:

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \tau_0 \rightarrow \tau = \frac{2'2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1-0'999^2}} = 5'96 \cdot 10^{-8}\ \text{s} = 49'2 \cdot 10^{-6}\ \text{s}.$$

En cuanto a la distancia que podría ser cubierta durante ese tiempo sería:

$L = v \cdot \Delta t = 0'999 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 49'2 \cdot 10^{-6} = 14745$ m = 14'745 km

Como vemos, una distancia sensiblemente mayor que los 10 km que separan la zona de la atmósfera en la que se originan esos muones de la superficie terrestre.




Con una vida media más de veinte veces superior a la correspondiente a la de los muones en reposo, no es de extrañar que la mayoría de los muones puedan alcanzar la superficie terrestre antes de desintegrarse. Esta conclusión, consecuencia de la teoría de la relatividad especial, se pudo constatar experimentalmente por primera vez en 1940 por el científico italiano Bruno Rossi (junto con David, B Hall) en los Estado Unidos (donde se vio obligado a emigrar huyendo del fascismo). Posteriormente se realizaron otros experimentos mucho más precisos y en todos ellos se pudo constatar esa dilatación temporal relativista.

Para terminar, podemos analizar el punto de vista de un hipotético observador ligado a uno de dichos muones:

Para dicho observador, el muón estaría en reposo (en un SRI $K_1$) y sería la superficie de la Tierra la que se movería hacia el mismo. La distancia inicial entre el muón y la Tierra sería una longitud, L, en movimiento la cual viene dada por:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \rightarrow L = L_0 \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Sustituyendo valores numéricos obtenemos: $L = 10^4 \cdot \sqrt{1-0'999^2}$ = 447'1 m

Si nos fijamos en el resultado anterior es fácil concluir que, desde el punto de vista de ese hipotético observador ligado a esos muones, una gran parte de estos puedan encontrarse con la superficie terrestre antes de su desintegración puesto que el tiempo que, según él, la superficie de la Tierra (a 0'999c) tardaría en cubrir esa distancia sería tan solo de $L/v = 447'1/0'999 \cdot 3 \cdot 10^8 = 1'49 \cdot 10^{-6}$ s (inferior a la vida media del muón, que es de $2'2 \cdot 10^{-6}$ s).