Durante el año 2017 el telescopio espacial Kepler descubrió que alrededor de la estrella catalogada como GJ 9827 orbitan tres planetas similares a la Tierra. ¿A qué velocidad tendría que viajar una nave para llegar a uno de esos planetas, situado a 100 años luz de la Tierra, y que sus tripulantes pudieran establecer allí una colonia terrestre?

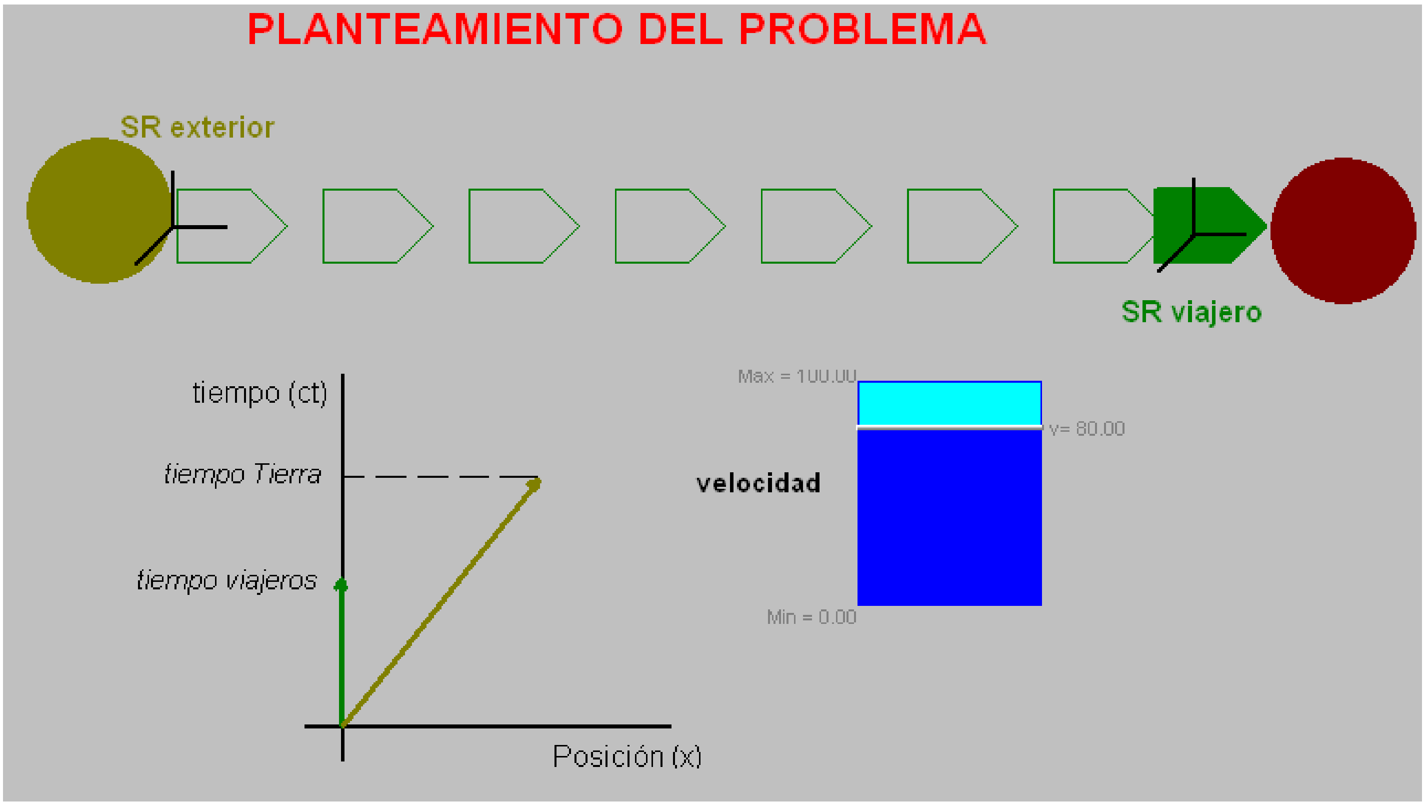
Planteamiento

Se trata de un tema interesante que ha sido planteado muchas veces en el cine y la literatura de ciencia-ficción. Sin embargo, en la actualidad ha adquirido más relevancia debido a los graves problemas que amenazan la vida en nuestro planeta, como el cambio climático, la superpoblación o la posibilidad de una guerra nuclear devastadora. El científico Stephen Hawking no es muy optimista en cuanto a la solución de este tipo de problemas y en 2017 afirmaba que la humanidad no tiene futuro si no coloniza el espacio. La cuestión que se plantea en este problema es en qué medida eso sería hoy factible.

Un aspecto importante a considerar previamente es el cuerpo teórico de conocimientos que se ha de utilizar. Si alguien aplicara la mecánica newtoniana, concluiría que los astronautas deberían viajar a una velocidad mayor que la velocidad de la luz para así llegar antes de cumplir los 80 años. En efecto, si queremos que, por ejemplo, el viaje dure 50 años, aplicando las ecuaciones de la cinemática clásica al caso planteado, es fácil obtener que la velocidad sería de 600.000 km/s, es decir, el doble que la velocidad de la luz. Se trata de un resultado incorrecto ya que, como sabemos, nada puede moverse a mayor velocidad que la luz. Algunas personas, utilizan este hecho para argumentar que los astronautas jamás podrían llegar vivos a ese planeta, puesto que, al no poder siquiera igualar su velocidad a la de la luz, siempre emplearían más de 100 años en hacer el viaje. Naturalmente, el error de esta argumentación se debe a que en ella se combina un hecho relativista (la existencia de una velocidad límite c), con la definición clásica de la velocidad como el cociente entre una longitud y un tiempo que se suponen ambos absolutos.

Un planteamiento correcto de la situación exige abandonar la mecánica de Newton y sustituirla por la Teoría Especial de la Relatividad, en la que se ha de considerar el carácter relativo de las longitudes y los intervalos de tiempo. Más precisamente, al plantear el problema en el marco de esta teoría hemos de tener en cuenta que el intervalo de tiempo que corresponde a la duración del viaje es mayor en un sistema de referencia ligado a la Tierra que en otro referencial ligado a la nave, siendo la diferencia entre ambos tiempos, tanto mayor cuanto mayor sea la velocidad de la nave con respecto a la Tierra. Por tanto, se intuye un camino hacia la solución consistente en hacer que velocidad de la nave (con respecto a la Tierra) tenga un valor lo suficientemente elevado como para conseguir que la duración del viaje sea inferior a la vida media estimada de los astronautas, aunque ello será a costa de que esta misma duración sea mucho mayor con respecto a la Tierra.

Si en las clases teóricas se han introducido los diagramas espacio-tiempo de Minkowski, este planteamiento se puede apoyar en ellos, como muestra la figura adjunta (siguiente página), que procede de una animación disponible en la página Web de Materiales Didácticos de la Sección Local de Alicante de la RSEF. Dicha animación representa en un diagrama de Minkowski de ejes (c·t, x) sendos cuadri-vectores espacio-tiempo que corresponden al viaje según el punto de vista de los viajeros (vector de color verde) y según el punto de vista de la Tierra (vector de color marrón). En el sistema de referencia ligado a los viajeros la nave está en reposo, el vector espacio-tiempo resulta vertical en el diagrama y su módulo es igual a la duración del viaje. En cambio, en el sistema de referencia ligado a la Tierra, el vector espacio-tiempo se inclina y aumenta su longitud en el diagrama, tanto más cuanto mayor sea el valor de la velocidad de la nave con respecto a la Tierra. Como puede verse, la animación incluye un cursor manual que permite modificar esta velocidad y ver cómo afecta dicha modificación a la longitud y la inclinación del cuadrivector. De este modo, se constata directamente que cuanto mayor sea tal velocidad, mayor será la diferencia entre la duración del viaje en uno y en otro sistemas de referencia.



Podemos recordar que la inclinación del vector no puede llegar a alcanzar 45º (significaría alcanzar una velocidad igual a la velocidad límite, c), y que matemáticamente el aumento de la longitud aparente del vector en este diagrama abstracto se debe a que su módulo, definido mediante la expresión:

$$|\mathbf{s}| = \sqrt{(c \cdot \Delta t)^2 - (\Delta x)^2}$$

Es invariante en relatividad, es decir, se escribe igual y tiene el mismo valor en cualquier sistema de referencia inercial.

Condiciones simplificadoras

Una vez expresado el planteamiento anterior es necesario imponer algunas condiciones simplificadoras a la situación. Las leyes cinemáticas más básicas de la cinemática relativista (que son las que se ven en Bachillerato) corresponden al cambio de algunas magnitudes entre sistemas inerciales (SRI) y en la situación real ni la nave, ni la Tierra, ni el planeta lejano lo son. Por ello, resulta necesario suponer poco importante la aceleración centrípeta que tiene el centro de la Tierra en su movimiento alrededor del Sol, con objeto de adoptar dicho centro terrestre como origen de un sistema de referencia K. Además, para utilizar las relaciones entre longitudes y tiempos, relacionando el punto de vista de la Tierra con el punto de vista de la nave, no se considerarán los procesos de despegue y de aterrizaje, porque son acelerados. También despreciaremos la influencia gravitatoria del resto de objetos del Universo sobre la nave a lo largo del viaje. Esto parece bastante razonable porque la fuerza gravitatoria disminuye muy deprisa con la distancia y se puede considerar a la nave muy alejada de otros objetos celestes durante el viaje (las distancias medias entre objetos celestes son enormes en comparación con el tamaño de dichos objetos). Finalmente, supondremos que la nave dispone o es capaz de generar todo lo necesario para poder realizar tal viaje, manteniendo a los astronautas en buenas condiciones, que la vida media de los mismos es del orden de 80 años y que al comenzar el viaje tienen 30 años de edad.

Con todas las condiciones impuestas anteriormente (cuya plausibilidad en la situación real habrá que evaluar, de todos modos, más adelante a la luz de los resultados que se obtengan) la nave viajaría desde la Tierra hacia el planeta lejano a una velocidad de crucero constante. Entonces se puede hacer operativa la situación problemática expresando que la magnitud buscada es el valor mínimo que ha de poseer esa velocidad para que los astronautas lleguen al planeta antes de que transcurra un cierto intervalo de tiempo, obtenido en la nave. Este intervalo de tiempo, medido por los viajeros, deberá ser tal, que alcancen su objetivo antes de superar su vida media estimada.

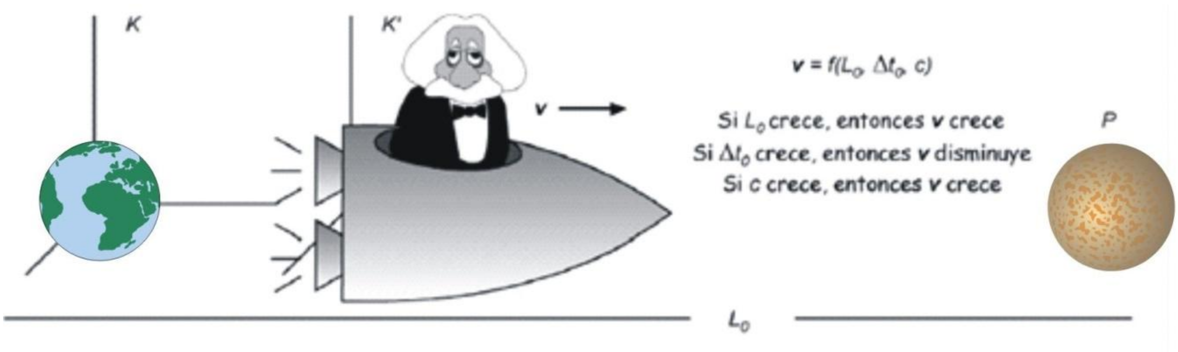
Hipótesis

Cabe plantear que la velocidad buscada dependa de la separación entre la Tierra y el planeta (una distancia propia, L_0, porque se determina en el SRI ligado a la Tierra, en el cual tanto la propia Tierra y como el planeta se consideran en reposo), del tiempo límite estimado para el viaje (o, lo que es igual, del tiempo propio que pueden medir los astronautas en la nave, Δt_0) y, también, de la velocidad de la luz c.

$$v = f\ (L_0, \Delta t_0, c)$$

Más precisamente: esperamos que, cuanto mayor sea la distancia propia entre la Tierra y el planeta, L_0, mayor debería ser v, es decir, más deprisa debería viajar la nave hacia el planeta para lograr que sus tripulantes lleguen allí vivos. Del mismo modo, esperamos que, cuanto mayor sea el tiempo estimado de vida de los astronautas en la nave, más despacio podrá viajar esta sin que mueran antes de llegar al planeta.

Por último, también es lógico plantear que en un hipotético Universo, donde el límite superior de velocidades c fuera mayor, la nave tendría que viajar más deprisa.

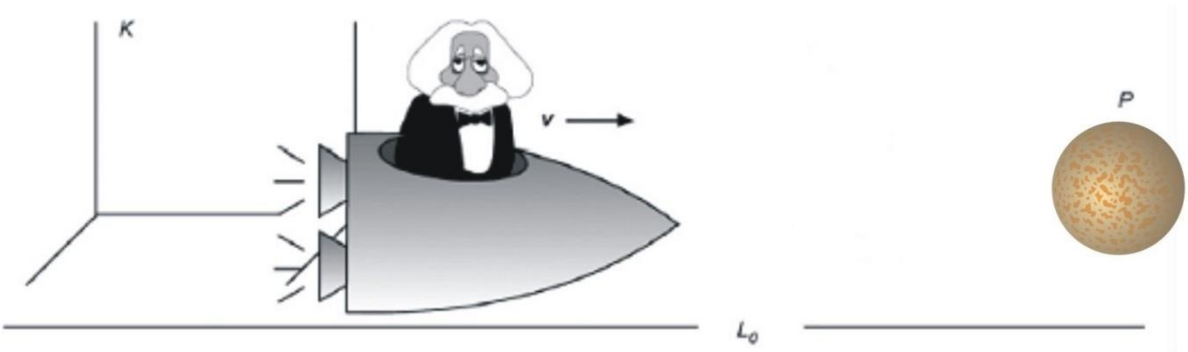


Se pueden plantear también algunos casos límite de fácil interpretación. Por ejemplo, si la distancia entre la nave y el planeta fuera nula, es evidente que la nave no necesitaría ni siquiera emprender el viaje para llegar al planeta. Por tanto, para $L_0 \to 0$, se debería cumplir también $v \to 0$. Por otra parte, si los tripulantes pudieran vivir eternamente ($\Delta t_0 \to \infty$) la nave podría ralentizar su viaje todo lo que se deseara ($v \to 0$).

¿Qué ocurriría en los casos extremos opuestos ($L_0 \to \infty$ y $\Delta t_0 \to 0$)? ¿Y para valores extremos de la velocidad de la luz c, es decir, suponiendo que $c \to \infty$ o que $c \to 0$?

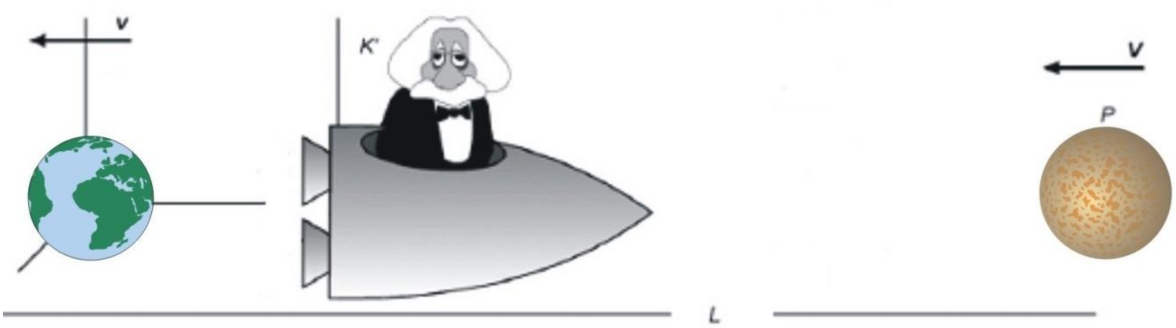
Estrategias de resolución

Se puede intentar resolver el problema adoptando un SRI, K, ligado a la Tierra, y expresar la velocidad de la nave respecto de dicho sistema. En ese sistema de referencia, la Tierra y el planeta están en reposo, y la nave se desplaza con velocidad v desde la Tierra al planeta, tal como se muestra en la figura siguiente.



Adoptando este punto de vista, la velocidad buscada es el cociente entre la distancia de la Tierra al planeta (L_0) y la duración del viaje en el sistema de referencia ligado a la Tierra (Δt). Por lo tanto, usaremos la fórmula de la dilatación de tiempos para relacionar la duración del viaje en este sistema de referencia con la duración de ese mismo viaje propia (Δt_0).

Alternativamente se puede adoptar un SRI, K', ligado a la nave, tal como muestra la figura siguiente. Para cualquier observador situado en dicho sistema de referencia, la nave está en reposo y una hipotética varilla con extremos en la Tierra y en el planeta atraviesa el origen del SRI K' con una rapidez v constante.



Según este punto de vista, la velocidad buscada depende de la longitud de la varilla que miden los astronautas (una longitud, L, que se mueve respecto de K') y de la duración del viaje medida también por ellos (un intervalo de tiempo propio Δt_0, que pueden medir los astronautas y corresponde a un proceso que empieza y acaba en el mismo punto de este sistema de referencia K´). Por lo tanto en este caso habrá que utilizar la fórmula de la contracción de longitudes para relacionar la longitud del viaje para este sistema de referencia (L) con la longitud propia (L_0).

Resolución operativa

Siguiendo la primera estrategia de resolución, escogemos como sistema de referencia la Tierra. En ese caso, podemos escribir:

$$v = \frac{L_0}{\Delta t}$$

Si tenemos ahora en cuenta la ley de dilatación de tiempos $\Delta t = \gamma \cdot \Delta t_0$ obtenemos:

$$v = \frac{L_0}{\gamma \cdot \Delta t_0}$$

Y sustituyendo en la expresión anterior $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, obtenemos finalmente: $\boxed{v = \dfrac{L_0 \cdot c}{\sqrt{L_0^2 + c^2 \Delta t_0^2}}}$

Comprobad que se obtiene el mismo resultado utilizando la segunda estrategia de resolución

Análisis del resultado

Analizando el resultado literal anterior, podemos ver en primer lugar que es dimensionalmente homogéneo (L/T en ambos lados del signo igual). Se trata de una condición necesaria (aunque no suficiente) para que sea correcto. Vemos también que tal y como se había supuesto, la velocidad buscada depende de L_0, Δt_0 y c, de forma que v aumenta cuando (a igualdad de los restantes factores) L_0 aumente y cuando Δt_0 disminuya. Además se cumplen los casos límite y cuando $L_0 \to 0$, se obtiene que $v \to 0$ y para $\Delta t_0 \to \infty$, se obtiene $v \to 0$. En cuanto a los casos extremos opuestos, en el caso que $L_0 \to \infty$ y en el caso de que $\Delta t_0 \to 0$, podemos calcular los límites correspondientes, con lo que obtenemos:

$$\lim\ v_{(L_0\to\infty)} = \lim_{(L_0\to\infty)} \frac{c}{\sqrt{1+\dfrac{c^2\Delta t_0^2}{L_0^2}}} = c$$

$$\lim\ v_{(\Delta t_0\to 0)} = \lim_{(\Delta t_0\to 0)} \frac{L_0 \cdot c}{\sqrt{L_0^2 + c^2\Delta t_0^2}} = c$$

Estos resultados son muy ilustrativos. En efecto, el hecho de que $v \to c$ cuando la distancia entre la Tierra y el planeta se hace tender a infinito y cuando la duración del viaje se hace tender a cero, enseña que la velocidad de la luz c es en relatividad el límite máximo de la velocidad de cualquier objeto. Esto significa que c juega en esta teoría el mismo papel que jugaría una velocidad infinita en la física newtoniana (ciertamente, es fuerte la tentación de pensar que para estas dos situaciones podría ser $v\to\infty$).

Por lo que se refiere a hipotéticos valores extremos de la constante c, fácilmente se comprueba que para $c \to 0$, también $v \to 0$. Un resultado bastante lógico, ya que lo que cuenta es la comparación entre la velocidad de la nave y la velocidad límite, expresada mediante la magnitud del cociente v/c, y, por lo tanto, cuanto menor sea el límite c, menor puede ser la velocidad necesaria para hacer elevado este cociente.

Finalmente, calculando el límite para $c \to \infty$, se obtiene:

$$v = \lim_{(c\to\infty)} \frac{L_0 \cdot c}{\sqrt{L_0^2 + c^2\Delta t_0^2}} = \lim_{(c\to\infty)} \frac{L_0}{\sqrt{\dfrac{L_0^2}{c^2} + \Delta t_0^2}} = \frac{L_0}{\Delta t_0}$$

Este resultado ilustra el hecho de que establecer este límite equivale a decir que es posible alcanzar cualquier velocidad por grande que sea. Por lo tanto supone una vuelta a los planteamientos de la mecánica de Newton. Entonces el tiempo sería absoluto y el espacio también, de manera que no habría diferencia entre tiempo y longitud en diferentes sistemas de referencia. Por eso, en este caso extremo se obtiene el mismo resultado que proporcionaría la mecánica newtoniana.

Esta última conclusión es un exponente de un concepto de una importancia capital: el hecho de que la mecánica de Newton se puede considerar una teoría límite de la relatividad especial, en el sentido de que sus leyes o sus expresiones se pueden deducir de las relativistas haciendo a la velocidad de la luz, c, tender a infinito o, lo que es equivalente, haciendo al cociente v/c tender a cero.

Resultados cuantitativos

Sustituyendo en el resultado literal anterior c = 1 año-luz/año y considerando Δt_0 = 50 años, se obtiene:

$$v = \frac{L_0 \cdot c}{\sqrt{L_0^2 + c^2 \Delta t_0^2}} = \frac{100 \cdot 1}{\sqrt{100^2 + 1 \cdot 50^2}}$$ = 0’89 años-luz/año o, lo que es equivalente: v = 0’89·c

Es decir, la nave tendría que viajar a una velocidad muy elevada, igual al 89 % de la velocidad de la luz, para que el viaje durara 50 años (lo que equivale a que los astronautas llegasen al planeta con una edad de 80 años). Y aún siendo así, podemos pensar que se trata de una edad excesiva. Si queremos que lleguen más jóvenes, por ejemplo a los 55 años, la duración del viaje (medida por los astronautas) debería reducirse a 25 años.

¿Cuál sería la velocidad de crucero en ese caso?

Para calcularla, basta con volver a utilizar la expresión anterior, cambiando Δt_0 = 50 años por Δt_0 = 25 años, con lo que se obtiene v = 0’97·c, es decir, ¡el 97 % de la velocidad de la luz!. Como vemos, disminuir la duración del viaje de 50 a 25 años, supone incrementar de forma muy notable la velocidad de crucero de la nave hasta que alcance un valor cercano, nada menos que al 97% de la velocidad de la luz.

En seguida nos referiremos a la gran dificultad que tendría alcanzar estas enormes velocidades, pero, de entrada, podemos avanzar que aunque se pudieran lograr, las posibilidades de que la misión tuviera éxito disminuirían drásticamente bajo estas condiciones. Sería, por ejemplo, extremadamente difícil evitar posibles choques de cuerpos contra la nave, porque aunque (como hemos comentado al plantear las condiciones simplificadoras del problema) el espacio está muy vacío, incluso gránulos de polvo a esa velocidad tan enorme, podrían ser letales y, desde luego, si fuese un sólido un poco más grande, a casi 300.000 km/s será prácticamente imposible "verlo" y reaccionar con antelación suficiente.

Estos resultados dejan ver la enorme distancia existente entre el resultado teórico del problema y su plasmación en el mundo real, más aún si recordamos que no se han considerado los procesos de despegue y aterrizaje, acelerados. En efecto, en una nave cuyos motores proporcionaran una aceleración constante de 0.01 g, (este valor viene a representar actualmente el límite superior para las velas solares y quizá se pueda conseguir para una nave con tecnología muy avanzada), el tiempo propio (en la nave) necesario para alcanzar la velocidad de crucero obtenida (0.89c) sería, nada menos que unos ¡140 años! (para obtener este resultado hay que aplicar las leyes de la relatividad especial al movimiento acelerado de la nave, algo que está por encima del nivel de Bachillerato) ¿Y si fuéramos capaces de que la nave pudiera conseguir y mantener una aceleración 100 veces mayor (es decir, del orden de g)?. En ese caso, aún se necesitaría acelerar durante 1.42 años de tiempo propio en ella.

A la vista de estos cálculos queda en evidencia que la solución del problema no es realista y que si se quiere llegar a la distancia planteada con un viaje cuya duración propia sea del orden que hemos propuesto, el propio viaje debería programarse de otro modo, por ejemplo, para que se realice acelerando toda la primera mitad y frenando toda la segunda mitad.

Pero, aunque se replantee el problema en esta dirección todavía se tendrían que superar enormes dificultades para llevar adelante una misión de estas características. Por ejemplo, podemos preguntarnos cuánta energía se necesitaría producir y consumir. Teniendo en cuenta que la energía cinética viene dada por (ver el primer problema de dinámica relativista):

$$E_c = E - E_0 = m \cdot \gamma \cdot c^2 - m \cdot c^2 = m \cdot c^2 (\gamma - 1) = m \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right)$$

Podemos estimar un valor mínimo para dicha energía tomando como referencia una nave pequeña, como es la ISS (unas 420 toneladas, sin contar el combustible y los posibles tripulantes) y suponiendo que “nos conformamos" con que alcance la velocidad menor entre las anteriormente consideradas ($v = 0.89\ c \rightarrow \gamma = 2.193$). Con estos valores obtenemos que, solamente para llevar a la nave hasta tal velocidad, ya se necesitaría una energía de:

$$E_c = m \cdot c^2 (\gamma - 1) = 4.2 \cdot 10^8 (3 \cdot 10^8)^2 (2.193 - 1) = 1.5 \cdot 10^{22}\ J$$

El consumo energético mundial total en un año viene a ser del orden de entre 10^{20} J y 10^{21} J. Por tanto, esta energía cinética que ha que adquirir la nave viene a representar el consumo energético mundial actual totalizado durante varias decenas de años.

Y aún podemos entrever otras imponentes dificultades, por ejemplo: ¿Cómo mantener sanos a los tripulantes? ¿Cómo acelerar la nave al despegar hasta alcanzar la velocidad de crucero adecuada? ¿Cómo frenar la nave desde una velocidad cercana a la de la luz hasta que pueda aterrizar?...

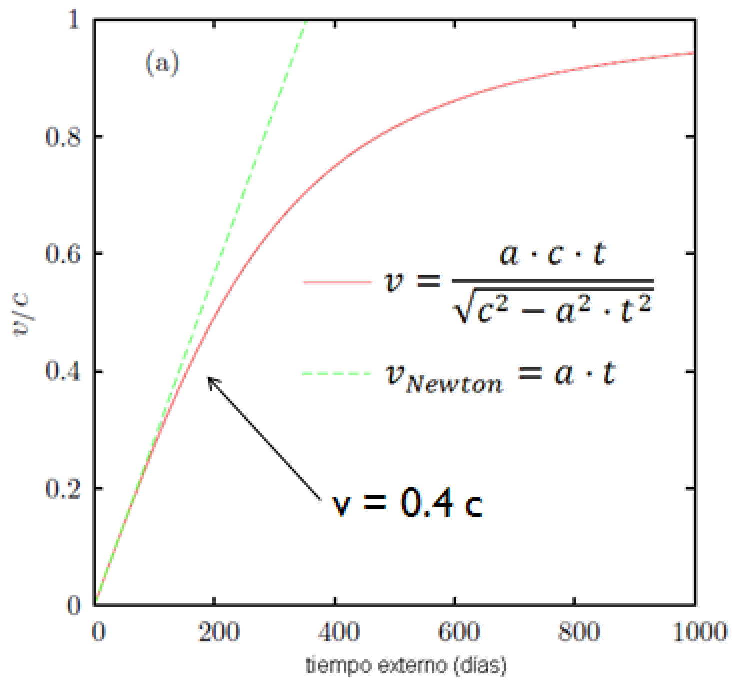
Son tantísimos obstáculos y tan grandes que hacen que sea mucho más rentable (y aconsejable) centrar todos nuestros esfuerzos en afrontar seriamente los graves problemas que amenazan nuestra supervivencia y la del resto de seres vivos (cambio climático, superpoblación, pérdida de biodiversidad, contaminación, etc.) en lugar de intentar colonizar otro planeta.

Descubrimiento de nuevos planetas. Nuevas perspectivas

El 18 de junio de 2019 se publicó la noticia del descubrimiento de dos planetas, que orbitan alrededor de la estrella Teegarden y podrían ser habitables. Se encuentran a "tan solo" 12,5 años-luz de la Tierra. Dada su relativa cercanía a la Tierra, nos podemos replantear si será posible (y rentable) intentar colonizarlos.

Haced los cálculos necesarios para volver a valorar la viabilidad de la misión. Suponed una velocidad de crucero de la nave igual a 0.4c.

El valor elegido para la velocidad de crucero de nuestra nave (0.4c), aun siendo muy elevado, entra dentro de lo que parece plausible técnicamente en un futuro no demasiado lejano y, por otra parte, tal valor tiene la ventaja de que los alumnos lo podrían estimar usando la mecánica de Newton, si se considera que la nave tiene una acelera constante durante el despegue.



En efecto, en la figura adjunta vemos las expresiones operativas (y su representación gráfica), de la evolución de la velocidad durante el despegue (suponiendo, coma acabamos de decir, que sometamos a la nave a una aceleración constante), de acuerdo con la mecánica de Newton (color verde) y en el marco de la relatividad especial (color rojo).

Comparando ambas gráficas, se observa que si se quiere obtener una velocidad de crucero lo más elevada posible, pero tal que aún sea pequeña la diferencia entre los resultados obtenidos al aplicar una u otra teoría, convendría alcanzar esa velocidad del orden de v = 0.4c.

Entonces, usando el resultado ya obtenido en el problema, la duración del viaje resulta:

$$v = \frac{L_0 \cdot c}{\sqrt{L_0^2 + c^2 \Delta t_0^2}} \rightarrow 0.4 = \frac{12.5}{\sqrt{12.5^2 + \Delta t_0{}^2}} \rightarrow \Delta t_0 = 28.6 \text{ años}$$

Con estos datos, el tiempo externo para alcanzar esta velocidad en la mejor de las hipótesis, de que se pudiera lograr una aceleración a=g, sería:

$$\Delta t = \frac{v}{g\sqrt{1-(v/c)^2}} \approx 155 días \qquad \Delta t_{Newton} = \frac{v}{g} \approx 142 días$$

Así tenemos que, en la nave, los procesos de aceleración y despegue supondrían del orden de 0.8 años (unos 300 días), lo que representa algo menos del 3% de la duración del viaje. Esto hace más realista el resultado del problema, en el sentido de poder considerar que la mayor parte del viaje se realice (si se pudieran cumplir todas estas condiciones) con velocidad constante. Pero, aún así, las dificultades para llevar adelante la misión aún serían enormes y, por ejemplo, la energía necesaria únicamente para los procesos de despegue y aterrizaje sería:

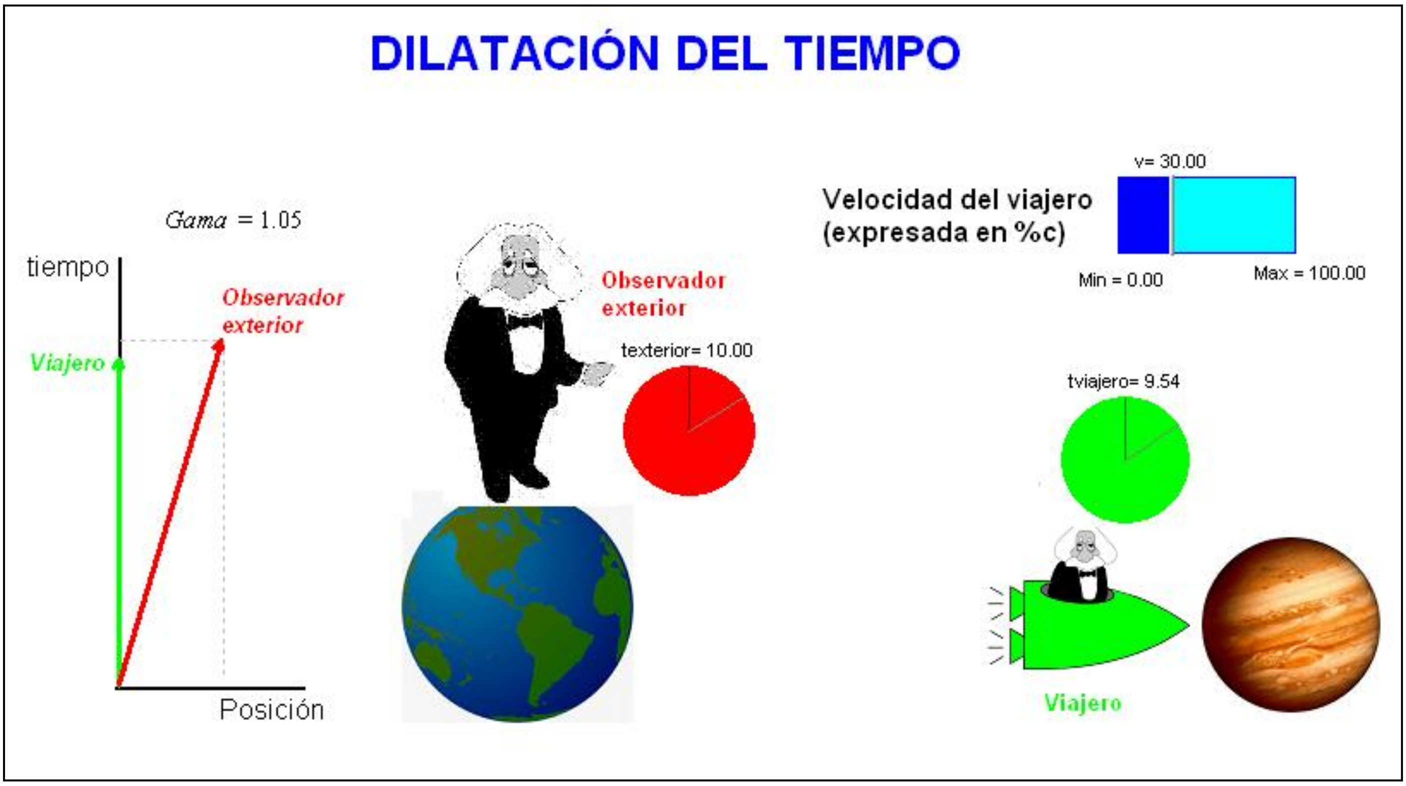
$$E_c = m \cdot c^2 (\gamma - 1) = 4.2 \cdot 10^8 (3 \cdot 10^8)^2 (1.091 - 1) = 3.44 \cdot 10^{21} \text{ J}$$

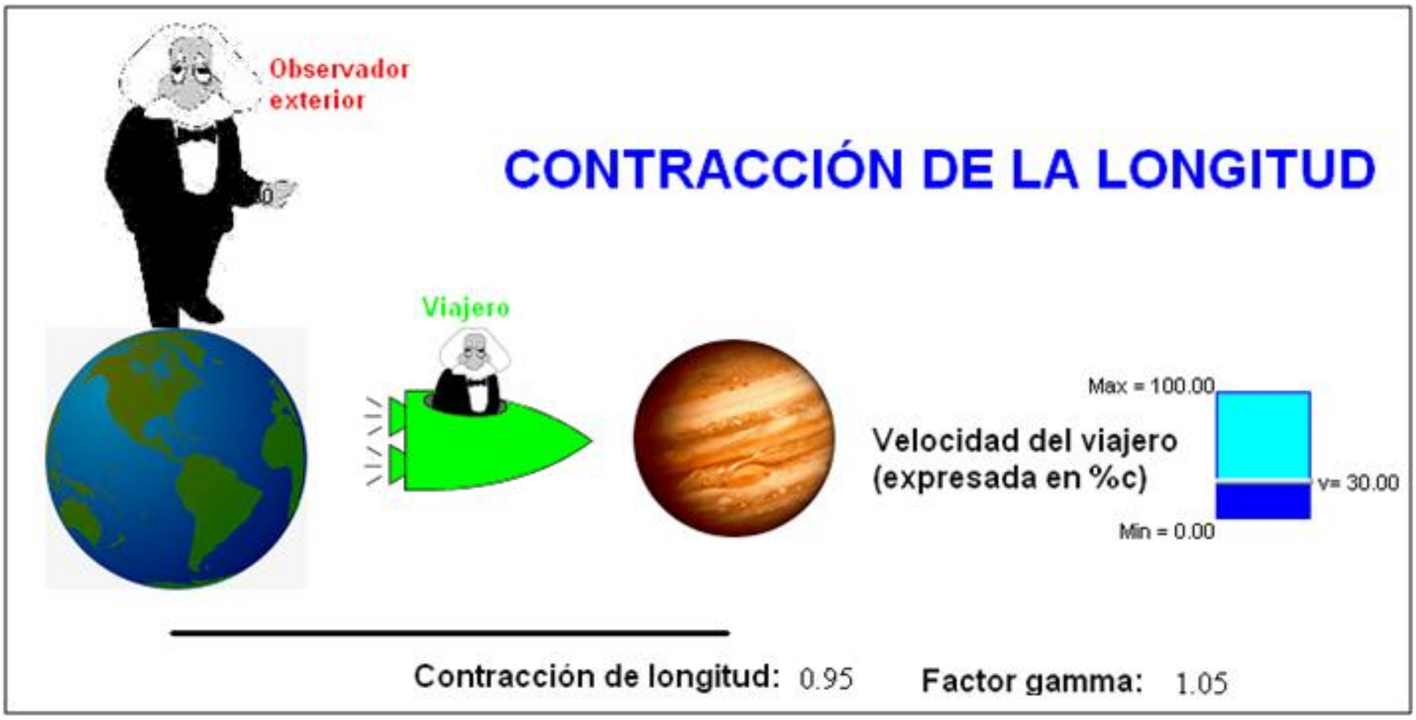
Aunque sea muy inferior a la obtenida en el caso anterior, esta energía aún es del orden del consumo energético mundial anual, por tanto, todavía demasiado elevada.

Refuerzo

Para reforzar los conceptos involucrados en este problema se puede trabajar con dos animaciones interactivas que reproducen esta situación, respectivamente desde cada uno de los dos sistemas de referencia (punto de vista de la Tierra y punto de vista de los viajeros). En las dos animaciones, el usuario puede modificar los parámetros y ver cómo afectan las modificaciones al resultado del problema.

Dichas animaciones están disponibles en un apartado de la página Web de Materiales Didácticos de la Sección Local de Alicante de la Real Sociedad Española de Física.
http://rsefalicante.umh.es/TemasRelatividad/relatividad13.htm).





Notas sobre los conceptos usados en este problema

A lo largo del problema hemos usado los conceptos de tiempo propio y de longitud propia, para referirnos respectivamente a la duración del viaje en el sistema de referencia ligado a la nave y a la distancia del mismo en el sistema de referencia ligado a la Tierra. A continuación vamos a recordar brevemente cómo se definen estos conceptos en la relatividad.

Tiempo propio: El tiempo propio es una magnitud fundamental en relatividad (tanto en relatividad especial como en relatividad general) y se define como el tiempo que registra un reloj transportado por un objeto en movimiento arbitrario; es una propiedad absoluta del movimiento del objeto, y por tanto, del reloj en ese movimiento. Así, el tiempo propio coincide con la coordenada t de un SRI cuando el reloj está en reposo en ese SRI y operacionalmente, podríamos usar ese reloj de ese sistema de referencia para medirlo (esto es lo que en el problema pueden hacer los viajeros, dentro de la nave). A partir de aquí podemos decir que el intervalo de tiempo propio, Δt_0, que corresponda a la duración de un proceso físico (en este caso, el viaje de la nave), es el que se determina en el sistema de referencia respecto del cual el origen y el final de dicho proceso ocurren en la misma posición (en este caso, dentro de la nave). En cualquier otro sistema de referencia (como, en el problema, el ligado a la Tierra), los eventos que corresponden al origen y al final de ese mismo proceso no suceden en la misma posición y su duración tiene un valor mayor, Δt, siendo la ley de dilatación del tiempo, que hemos usado para resolver el problema, la que relaciona Δt con Δt_0.

Longitud propia: La definición estandard de la longitud propia en relatividad es bastante más delicada que la anteriormente expuesta del tiempo propio, pero para entender la esencia de la ley de la contracción de la longitud, es suficiente con que se vea, como se ha mostrado en el problema, que es el reverso de la ley de dilatación del tiempo. Así hemos visto en el ejemplo del hipotético viaje que lo que se interpreta en el sistema de referencia ligado a la Tierra y a planeta lejano como una dilatación del tiempo (la duración del viaje es mayor para los terrestres que para los viajeros), en el sistema de referencia ligado a la nave se interpreta como una contracción de longitud (la distancia entre la Tierra y el planeta es menor para los viajeros). Ambas son interpretaciones locales de un mismo hecho, que, como hemos visto en el planteamiento del problema, es consecuencia de la ligazón espacio-tiempo en el mundo real (relativista) donde existe un límite superior de velocidades y donde, como también hemos visto en el planteamiento (y esta es la clave), el módulo del intervalo espacio-tiempo es invariante, es decir, se escribe igual y vale lo mismo en todos los sistemas de referencia inerciales.