

¿CÓMO SE MUEVEN LOS CUERPOS DEJADOS CAER LIBREMENTE?

(Manuel Alonso Sánchez, Jaime Carrascosa Alís, Juan José Ruíz Ruíz 25enero-2019)

La realización de esta práctica se propone en el tema de cinemática cuando se ha procedido ya a la construcción -planteada también como una investigación- de las magnitudes que permiten describir el movimiento de un objeto, así como las ecuaciones que resultan en el caso de que la rapidez sea constante (movimiento uniforme) o lo sea la aceleración sobre la trayectoria (movimiento uniformemente acelerado). Dichos conceptos y ecuaciones tienen un carácter de *construcciones tentativas*, de hipótesis de trabajo, y se trata ahora de constatar su validez para el estudio de movimientos reales, como el de caída de los graves que aquí se propone, es decir, de constatar su capacidad para describirlos y predecir resultados contrastables experimentalmente.

1. Interés de la situación planteada

A.1. Considerad el posible interés que tiene el estudio de la caída de los cuerpos.

Conviene insistir en la importancia de esta discusión previa acerca del interés del estudio planteado: En efecto, enseñar estrategias de indagación e investigación y aprender conocimientos mediante las mismas (dentro de lo que es la competencia científica), es incompatible con la inmersión de los estudiantes en tareas cuya finalidad y sentido se les escapa. Esto es lo que suele hacerse, sin embargo, incluso cuando existe la voluntad de plantear dicha tarea como una investigación. Se argumenta al respecto que los alumnos difícilmente podrán conocer las razones que muestran la relevancia del estudio planteado y su posible interés. De hecho, cuando se les propone dicha reflexión, lo normal es que inicialmente apenas se les ocurra nada, más allá de algunos tópicos como "se trata de un movimiento habitual en la vida cotidiana" y otros del mismo estilo. Pero, una vez roto el "hielo inicial", y con la ayuda del profesor, van surgiendo toda una variedad de argumentos (relativos al lanzamiento de objetos desde diferentes lugares, al movimiento de los proyectiles, etc.) que, además de favorecer una actitud más positiva hacia la tarea, permiten una aproximación funcional a las relaciones entre ciencia-tecnología, sociedad y medio ambiente (CTSA) y favorecen la adquisición de una concepción preliminar del trabajo a realizar. Conviene puntualizar, de todos modos, que lo esencial no es que los estudiantes sean capaces de dar abundantes y valiosos argumentos sobre el interés de la situación planteada, sino que se modifique la actitud con que enfocan la tarea, haciéndola más relevante, menos "ejercicio escolar".

El profesor tiene, claro está, un papel esencial en esta discusión: le corresponde resaltar y "amplificar" los argumentos dados por los estudiantes y también añadir otros, intentando relacionarlos con los que ellos han utilizado. Así, la idea de que "se trata de un movimiento habitual en la vida cotidiana" puede dar lugar a que el profesor resalte algunos aspectos como, en primer lugar, la importancia de recurrir a un movimiento muy común, relativamente simple y fácil de reproducir, para comenzar a estudiar la validez de los conceptos teóricos introducidos hasta ese momento. Se puede insistir, a ese respecto, en que los investigadores comienzan, en general, con el planteamiento de situaciones sencillas, acotadas, para pasar después a otras más complejas. Si queremos conocer un movimiento con importantes aplicaciones prácticas como el lanzamiento de un proyectil (por citar un ejemplo habitualmente mencionado por los

estudiantes) es conveniente comenzar por la situación más elemental, que es, precisamente, la de su caída en vertical desde una cierta altura.

Por otra parte, el hecho de que se trate de un movimiento reiteradamente observado, permite también hacer una predicción "inquietante": su estudio nos llevará a constatar que algunas cosas que nos son familiares, resultan sistemáticamente mal interpretadas. Ello aproximará a los alumnos a una característica esencial de la actividad científica: la necesidad de cuestionar lo que, a primera vista, parece obvio, evidente o "de sentido común". Hemos podido comprobar que una predicción como esta, realizada con cierto énfasis, genera un cierto "suspense" y refuerza el interés del trabajo que se va a realizar.

Cabe señalar, por último, que al evaluar esta orientación de los trabajos prácticos, los estudiantes valoran muy positivamente esta reflexión inicial y la consideran uno de sus elementos más importantes y motivadores.

2. Análisis cualitativo inicial y precisión del problema

La discusión acerca de la importancia del estudio planteado contribuye, como ya hemos señalado, a que los estudiantes comiencen a formarse una concepción preliminar de la situación problemática. Ello les permite ahora -sin la brusquedad que supone "entrar en materia" directamente- realizar un análisis cualitativo más detenido, que les ayude a acotar la situación y transformarla en un problema preciso. A tal objeto se puede plantear la siguiente actividad:

A.2. Teniendo en cuenta las experiencias cotidianas: ¿qué puede decirse, a título de primeras conjeturas, acerca del movimiento de caída de los cuerpos?, ¿qué factores pueden influir en el tiempo que dura la caída desde una determinada altura?

- ✓ Con respecto al tipo de movimiento, la mayoría de los alumnos cree que se trata de un movimiento de velocidad creciente, tal vez uniformemente acelerado. No obstante, no es extraño que algunos piensen que puede ser uniforme.
- ✓ En cuanto a los factores influyentes en la duración de la caída, podemos hacer una síntesis de las hipótesis de los alumnos, considerando: la masa de dicho cuerpo, el planeta donde cae y el rozamiento (ellos se refieren a la forma del cuerpo, la influencia del aire,..)

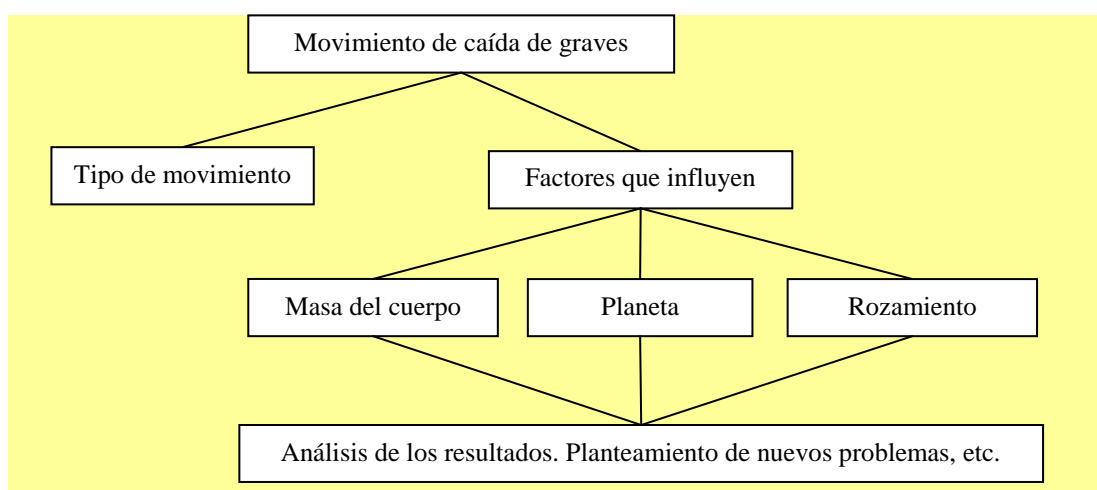
Conviene centrarse, en primer lugar, en la hipótesis de la influencia de la masa. Algunos piensan que cuanto mayor sea la masa del cuerpo más rápidamente llegará este al suelo, aunque otros puedan cuestionarlo (generalmente, porque *recuerdan* haber estudiado en algún curso anterior que el tiempo de caída es independiente de la masa).

Como vemos, el debate ha permitido sacar a la luz, de un modo natural, las preconcepciones que tienen los alumnos sobre el fenómeno estudiado. Diversas investigaciones han mostrado, en efecto, lo persistente que resulta la creencia, en estudiantes de distintos niveles de enseñanza, acerca de que la velocidad de la caída depende de la masa del cuerpo, de tal forma que a doble masa, en igualdad de las restantes condiciones, ha de corresponder la mitad de tiempo de caída. Sin embargo, estas ideas previas adquieren ahora el rango de hipótesis que deben ser sometidas a prueba y, en caso de verse falsadas, sustituidas por otras, etc.

A.3. *Realizad un esquema con las cuestiones que convendría incluir en el estudio del movimiento de caída.*

La participación de los alumnos en el establecimiento de un índice sobre las cuestiones que se van desarrollar contribuye a que ellos se sientan corresponsables del proceso, en lugar de tener la desagradable sensación de “ser llevados de la nariz” por el profesor. Como es lógico, cuando se produce esta participación, el proceso de aprendizaje resulta mucho más eficaz.

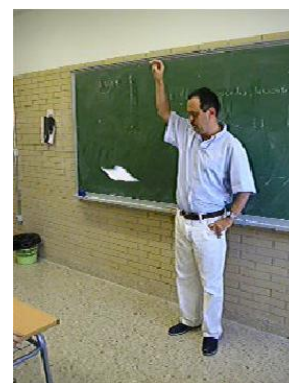
En este caso, con la ayuda del profesor, la clase puede consensuar un esquema inicial como el siguiente:



3. Tipo de movimiento. Acotaciones al problema

A.4. *Dejad caer diferentes objetos y ved su trayectoria.*

Entre los objetos que dejan caer los alumnos, no debe faltar una hoja de papel. Cuando ven que sigue una trayectoria zigzagueante y totalmente impredecible, queda patente la necesidad de acotar el problema, ya que se evidencia que el rozamiento con el aire no sólo puede afectar, como predice su hipótesis, al tiempo que dura la caída, sino que también lo hace, y de una forma extraordinaria, al tipo de movimiento, llegando a convertirlo en ingobernable.



La enorme complejidad que introduce este hecho en el problema justifica la necesidad de minimizar dicho rozamiento, para lograr que el movimiento sea rectilíneo y así se pueda estudiar la influencia del resto de factores y, de forma general, el propio movimiento. Esta es una característica esencial de la metodología científica, la necesidad de imponer condiciones simplificadoras en situaciones problemáticas inicialmente complejas, para hacerlas abordables. Lamentablemente es frecuente que, de entrada, se presenten las situaciones ya simplificadas con la consiguiente pérdida de riqueza e interés.

A.5. *Pensad cómo podríamos minimizar la influencia del rozamiento en la caída (por ejemplo, de una hoja de papel) para conseguir que la trayectoria sea rectilínea.*

Los estudiantes proponen arrugar la hoja y apretarla para convertirla en una pelota esférica. Después de hacerlo comprueban que, efectivamente, en estas condiciones el movimiento sí tiene una trayectoria rectilínea y vertical.

4. Experimentos para contrastar la hipótesis sobre la influencia de la masa

Llegados a este punto, interesa comenzar con el estudio de la posible influencia de la masa.

A.6. Argumentad la hipótesis emitida acerca de la influencia de la masa en el tiempo de caída. Después, realizad una experiencia sencilla para contrastar dicha hipótesis.

El argumento principal que sustenta esta hipótesis son las numerosas experiencias habituales en la vida cotidiana en las que se observa cómo caen lentamente objetos muy ligeros (plumas, papeles, hojas...) frente a otras, también habituales, en las que se ve claramente que cuerpos pesados (como piedras, algunos objetos metálicos...) lo hacen mucho más rápido. Ahora bien, si pedimos a los alumnos que justifiquen su conjetura, más allá de la remisión a ejemplos concretos, bastantes de ellos avanzan una muy buena razón, que expresan básicamente diciendo que "el cuerpo que pesa más es atraído con una fuerza mayor". Generalmente, también relacionan (de forma más o menos consciente) mayor fuerza con mayor velocidad según una proporcionalidad directa.



Esta justificación de los alumnos es parcialmente correcta (para que fuera totalmente correcta tendrían que relacionar la fuerza con la aceleración en lugar de con la velocidad), pero en cualquier caso incompleta (para completarla, lo que llevaría a una conclusión diferente con respecto a la duración de la caída, tendrían también que usar el segundo principio de la dinámica, que en este momento desconocen por completo). El profesor, pues, no debe entrar a explicar este punto, el cual, a la vista del resultado experimental, quedará como un problema pendiente; pero sí puede ser conveniente que les proponga realizar una sencilla experiencia para comprobar que, en efecto, es cierto que cuanto mayor sea la masa de un cuerpo, más atraído es por la Tierra. Por ejemplo, pidiéndoles que cuelguen de un mismo muelle o de un mismo dinamómetro, dos cuerpos de masas diferentes.

Tras esta comprobación, los alumnos dejan caer simultáneamente y desde el mismo punto una bola compacta de papel recién formada y otra bola mucho más pesada (por ejemplo, de acero). Después de que observen sorprendidos que en estas condiciones ambas caen prácticamente igual, les pedimos que planteen otros diseños experimentales que puedan servir para corroborar (o no) este inesperado resultado.

A.7. Diseñad otras experiencias para mostrar que, si se hace despreciable el rozamiento con el aire, todos los cuerpos caen prácticamente en el mismo tiempo.

Los alumnos sugieren, a menudo, la utilización de un tubo largo de vidrio del cual se pueda extraer el aire. Galileo, en el siglo XVII, no pudo realizar esta experiencia porque en aquella época aún no se había construido la bomba de vacío,



y tampoco hoy muchas escuelas cuentan con tales bombas y con el tubo de vidrio adecuado para realizarla. Ello obliga a solicitar otros diseños, aunque valorando como se merece esta propuesta de los estudiantes, que constituye la forma de contrastación más directa. Los estudiantes proponen entonces diversos e ingeniosos diseños para reducir la resistencia del aire, similares a los que recoge la historia de la ciencia: colocar la hoja de papel sobre un libro y dejarlos caer; hacer caer verticalmente la hoja de papel colocándola, para ello, junto a un libro también vertical, etc. Los dos diseños llevan a la conclusión de que, en ausencia de resistencia del aire, el tiempo de caída es independiente de la masa de los cuerpos.

El profesor puede añadir que se han hecho experimentos científicos muy rigurosos (mucho más que los que se puedan realizar en un laboratorio escolar) y todos los resultados obtenidos confirman esta conclusión. Puede citar concretamente a algunos de ellos, como, por ejemplo, a los realizados en 1964 por Roll, Krotkov y Dicke y en 1971 por Braginski y Panov (obtuvieron el valor de g con una incertidumbre más pequeña que una parte en un billón); y/o otro mucho más reciente (1999), en el que un grupo de científicos de la Universidad de Stanford, coordinado por el físico Achim Peters, determinó la aceleración de caída en el campo gravitatorio terrestre con una precisión de tres partes en mil millones. En este experimento se enfrió por láser una fuente de átomos de cesio y luego se estudió la caída de dichos átomos. Más información en:

https://www.researchgate.net/publication/200030787_Measurement_of_gravitational_acceleration_by_dropping_atoms

Así vemos que los estudiantes se han visto obligados a *modificar* su hipótesis inicial y, al propio tiempo, a *replantear* la investigación, acotándola con mayor precisión: ahora se trata de iniciar el estudio de la caída de los cuerpos en ausencia de resistencia del aire (o en condiciones tales que apenas influya o se pueda considerar despreciable). El estudio específico sobre la influencia del rozamiento queda planteado así como un problema pendiente, que será tratado específicamente en otro trabajo práctico. Esto es algo que merece ser resaltado, pues es una buena ocasión para que perciban el carácter no lineal de una investigación, así como su capacidad para generar nuevas preguntas.

Al mismo tiempo, queda planteada (y también pendiente) la siguiente cuestión:

¿Por qué, aunque un cuerpo tenga el doble de masa que otro (y por tanto sea atraído por la Tierra con el doble de fuerza), en ausencia de rozamiento cae exactamente igual que este?

Llegados a este punto, es un buen momento para remitirnos al hilo conductor de esta investigación, favoreciendo que los alumnos adquieran consciencia de los estimulantes retos que esperan:

- ✓ Diseñar y luego realizar experimentos para contrastar (en ausencia de rozamiento) las hipótesis formuladas acerca del tipo de movimiento, procurando obtener, si fuera uniformemente acelerado, el valor de la aceleración.
- ✓ Diseñar y luego llevar a cabo experimentos para contrastar las hipótesis formuladas acerca de la influencia del planeta (también en ausencia de rozamiento)

5. Contratación de las hipótesis acerca del tipo de movimiento (uniforme o acelerado) y obtención, en su caso, de la aceleración

Dado que no podemos medir directamente velocidades instantáneas de la caída (para comprobar si es uniforme o tiene aceleración) ni tampoco su posible aceleración (para comprobar si se trata de un movimiento uniformemente acelerado), es necesario *derivar consecuencias contrastables*, que hagan operativas las hipótesis sobre el tipo de movimiento.

5.1. Operativización de hipótesis

A.8. Deducid, a partir de la hipótesis de que la caída libre en vertical de los cuerpos tiene lugar con aceleración constante, alguna consecuencia directamente contrastable.

Esta derivación implica el manejo del cuerpo de conocimientos disponible, poniendo de manifiesto, una vez más, el importante papel que este juega a lo largo de toda la investigación. Los estudiantes, tras concluir que las únicas medidas directas posibles, en el estudio de un movimiento, son las de distancias y tiempos, y habiendo deducido ya las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado, recurren a la ecuación:

$$e = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

en la que “e” es la posición del móvil sobre la trayectoria, “a” la aceleración sobre la trayectoria y “t” el tiempo, siendo cero la velocidad inicial.

Sustituyendo e por “h” (altura desde la que se deja caer) y a/2 por “k”, la hipótesis operativa se puede enunciar diciendo que:

En el caso de que la caída libre en vertical de un cuerpo (con $v_0 = 0$ y rozamiento despreciable) sea un movimiento uniformemente acelerado, la relación entre los tiempos t de caída desde distintas alturas y los valores h de dichas alturas deberá ajustarse a la ecuación:

$$h = k \cdot t^2$$

en la que k es una constante que, como ya hemos indicado, vale justamente la mitad de la aceleración de caída.

5.2. Elaboración de estrategias para someter a prueba las hipótesis formuladas

A.9. Diseñad posibles experimentos para contrastar la hipótesis de que el movimiento de caída libre de los cuerpos (en condiciones de rozamiento despreciable) es uniformemente acelerado.

Los estudiantes, de entrada, suelen proponer dejar caer una pequeña bola de acero (para minimizar el efecto de la resistencia del aire) desde distintas alturas y medir en cada caso el tiempo empleado en caer para ver si los valores obtenidos se ajustan o no a la relación prevista. Es necesario hacerles notar que los tiempos de caída son tan pequeños que no es posible realizar medidas precisas de los mismos en esas condiciones (para que se den cuenta de ello basta con pedirles que dejen caer la bola desde una cierta altura y que los estudiantes intenten medir el tiempo de caída con el cronómetro del móvil o del reloj, comprobando la gran dispersión de los valores obtenidos y, en definitiva, la imposibilidad de realizar esa medida de esa forma con la suficiente precisión). Conciben entonces:

Fotografiar la caída en vertical de la bola al lado de una cinta métrica, utilizando un teléfono móvil, midiendo así alturas y tiempos de forma precisa (**diseño experimental, 1**).

La idea de la automatización aparece como algo básico para evitar los problemas de coordinación entre el instante de soltar la bola y la puesta en marcha del cronómetro. Si los estudiantes ya se han familiarizado con el uso de sensores en otras prácticas o simplemente si conocen su existencia, es probable que también surja la propuesta de:

Utilizar un ordenador, con sensores que midan automáticamente distancias y tiempos de caída en vertical de un objeto. Disponer de los datos en la memoria del ordenador permitiría, mediante un programa informático adecuado, el tratamiento de dichos datos (**diseño experimental, 2**).

Un tercer diseño, en el que se combinan ambos recursos (video y simulación), puede ser propuesto por el profesor, o por los propios estudiantes si antes se han familiarizado con el uso de algún programa gratuito con estas características, como es el caso del programa *Modellus* (versiones 2.5 y 3) y del programa *Tracker*:

Utilizar un programa que combine videos con la simulación de movimientos, para comparar en la pantalla del ordenador el movimiento real de caída de un cuerpo (filmado) con el movimiento teórico correspondiente (simulado). Dicha comparación permitiría deducir el tipo de movimiento y los valores de las magnitudes (velocidad, aceleración) buscados (**diseño experimental 3**).

Pese al interés de las propuestas precedentes, conviene hacer notar a los estudiantes que en la época de Galileo (siglo XV), no se disponía de medios adecuados ni para la medida precisa de los tiempos ni para la automatización. Ello llevó al propio Galileo a concebir la posibilidad de "debilitar" la caída, haciéndola más lenta. Se trataba de imaginar algún movimiento asociado a la caída de los cuerpos pero que tuviera lugar más lentamente (sin para ello, claro está, introducir fricción y sin alterar la naturaleza del movimiento). Esto constituye una estrategia ingeniosa y merece la pena que los estudiantes se planteen dicha tarea como un ejemplo de la creatividad que exige, en todo momento, el desarrollo de una investigación:

A.10. Concedid distintos procedimientos para "debilitar" la caída de los cuerpos, pero sin desvirtuar su naturaleza de caída en ausencia de fricción.

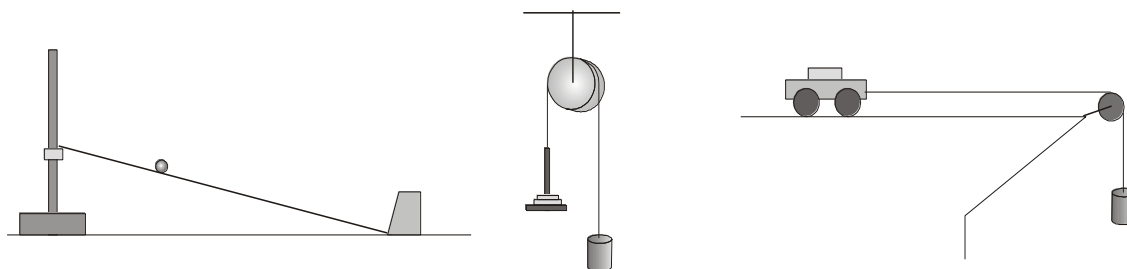
Los estudiantes encuentran inicialmente serias dificultades para imaginar un diseño adecuado y sus primeras propuestas suelen incluir fuerzas de resistencia ("dejar caer la bola en un tubo lleno de agua", "colgar la bola de un pequeño paracaídas"...).

La discusión de las propuestas anteriores y la insistencia del profesor en que se trata de lograr que el cuerpo caiga más lentamente *sin introducir* fuerzas de resistencia que desvirtúen el movimiento conduce, sin embargo, a propuestas adecuadas, como:

Dejar caer la bola por un plano inclinado (**diseño experimental, 4**)

Colgar dos masas iguales de los extremos de un hilo que pasa por una polea sin rozamiento apreciable y colocar una pequeña sobrecarga en uno de los extremos (**diseño experimental, 5**).

Utilizar un carrito que pueda moverse por un plano horizontal con fricción despreciable, del que tira -con ayuda de una cuerda y polea fija al extremo del plano- un pequeño cuerpo que cae verticalmente (**diseño experimental, 6**).



Es preciso insistir en que merece la pena tener algo de paciencia y permitir a los estudiantes que lleguen a concebir estos diferentes diseños, pues ello constituye una excelente ocasión para que entren en contacto con una de las tareas más creativas y satisfactorias del trabajo científico (lamentablemente escamoteada en las prácticas habituales, cuyo diseño se da ya a los alumnos totalmente elaborado). Una tarea que, como ya hemos señalado, pone de relieve el papel central de la tecnología en el desarrollo científico.

Se puede proceder ahora a realizar *uno o varios* de los experimentos diseñados sin el peligro de que sean vistos como tareas tediosas, sin interés y sin vinculación con lo que es la ciencia actual.

5.3. Planificación y realización de los experimentos

Aunque al llegar a este punto se posee ya una concepción general de los diseños, ello no significa que ahora quede una actividad puramente manipulativa. Comentaremos a continuación los diseños experimentales 1, 2 y 3 y 4.

5.3.1. Utilización de la cámara de un teléfono móvil (diseño experimental 1)

Es evidente que lo más conveniente es que los alumnos proyecten y realicen la experiencia, obteniendo su propia tabla de resultados. A modo de ejemplo, mostraremos aquí los resultados de una experiencia realizada por nosotros (extraídos del libro de texto de Física y Química de 4º ESO: "El movimiento de todas las cosas").

A.11a. La figura reproduce la fotografía estroboscópica (en tamaño reducido) de dos bolas que se dejaron caer simultáneamente desde una cierta altura al lado de una cinta métrica y en la tabla adjunta se muestran unos cuantos datos de posiciones y tiempos correspondientes a dicha caída. Proceded al tratamiento y análisis de dichos datos para comprobar si se trata o no de un movimiento uniformemente acelerado y, en caso afirmativo, obtened el valor de la aceleración de caída.

h (cm)	0	3'1	12'9	30'0	49'0	77'8
t (s)	0	0'08	0'16	0'24	0'32	0'40

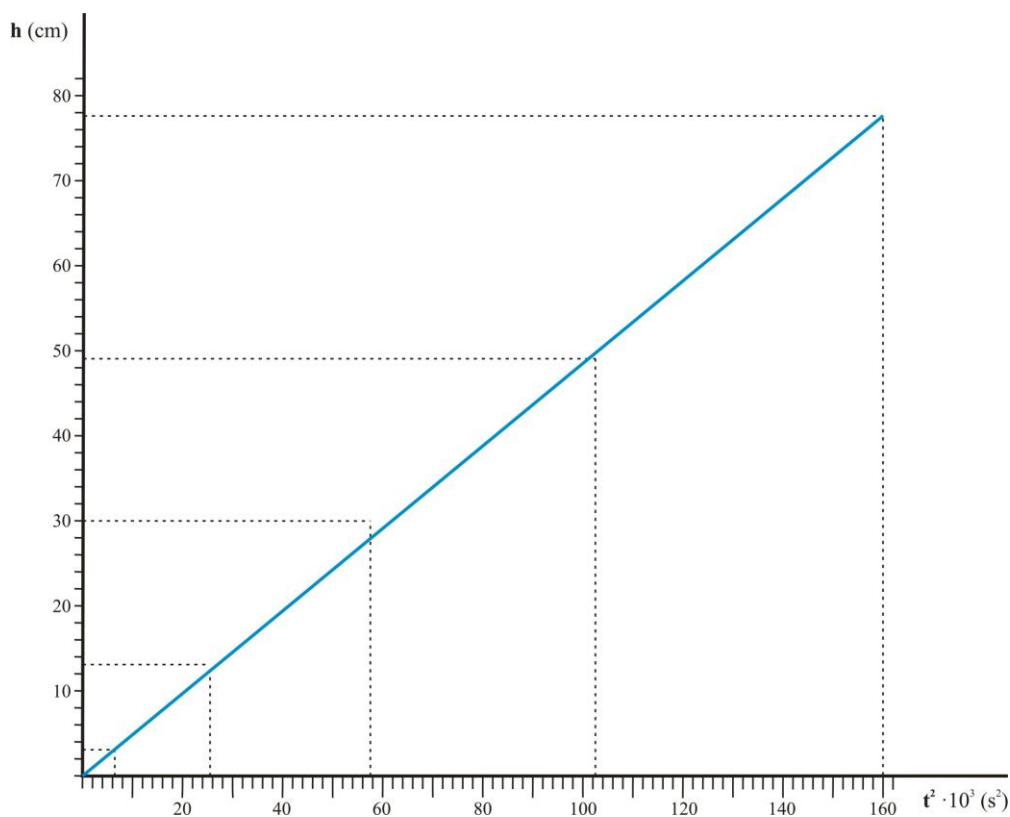
En caso de que se trate de un movimiento uniformemente acelerado, hemos visto que la ecuación que liga h con t debe ser: $h = k \cdot t^2$

Como primer paso, vamos a añadir una tercera fila a la tabla anterior con los valores de t^2 correspondientes, con lo que se obtiene:

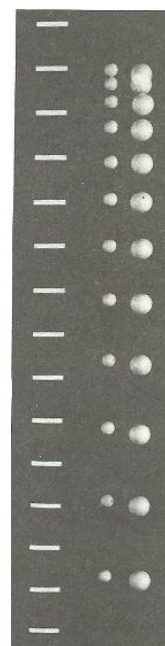
h (cm)	0	3'1	12'9	30'0	49'0	77'8
t (s)	0	0'08	0'16	0'24	0'32	0'40
t² (s²)	0	0'0064	0'0256	0'0576	0'1024	0'160

Ahora se trata de ver en qué medida la gráfica de h frente a t^2 se adapta a una recta que pasa por el origen, lo que confirmaría la ecuación anterior y, por tanto, que se trata de un movimiento uniformemente acelerado.

Representando los datos anteriores se llega a:



Como podemos ver en la gráfica, los puntos experimentales se ajustan bien a una línea recta que pasa por el origen y cuya ecuación será $h = k \cdot t^2$, con lo cual se confirma la hipó-



tesis de que se trata de un movimiento uniformemente acelerado. En este caso, la gráfica fue realizada de forma manual por los alumnos. La línea de tendencia o recta que mejor describe el comportamiento experimental de los puntos se determina, de forma cualitativa, mediante una regla que se hace pasar por el origen y en la que se va modificando la pendiente hasta conseguir que el conjunto de los puntos se encuentre lo más próximo posible a la recta. A continuación, se calcula la pendiente “k” a partir de cualquier punto haciendo el cociente entre la coordenada h i la coordenada t^2 correspondiente.

Procediendo de la forma indicada en el párrafo anterior, se obtiene: $k = 4,86 \text{ m/s}^2$ y como $k = a/2$ se deduce fácilmente el valor $a = 9,72 \text{ m/s}^2$, como valor de la aceleración de caída para ambos cuerpos.

5.3.2. Utilización de un ordenador con los sensores adecuados (diseño experimental 2)

En muchos centros escolares hay dotación de sensores y lo ideal es que en el laboratorio se disponga de varios y de otros tantos ordenadores, para poder agrupar a los estudiantes en diferentes equipos que realicen el experimento. De este modo se podrá proceder a una puesta en común los distintos resultados obtenidos y contrastar su coherencia

A.11b. Proceded a detallar el diseño experimental incluyendo una reflexión acerca de qué tipo de objeto convendrá utilizar, cómo recoger y analizar los resultados, etc.

Algunos alumnos proponen colocar el sensor en el suelo (mirando hacia arriba) y dejar caer un objeto sobre él, mientras que otros proponen colgarlo a una cierta altura (mirando hacia abajo) y dejar caer el objeto debajo de él. De una u otra forma, en cada equipo un alumno dejará caer el objeto y los demás trabajarán en el ordenador mientras cae, registrando posiciones a intervalos iguales de tiempo.

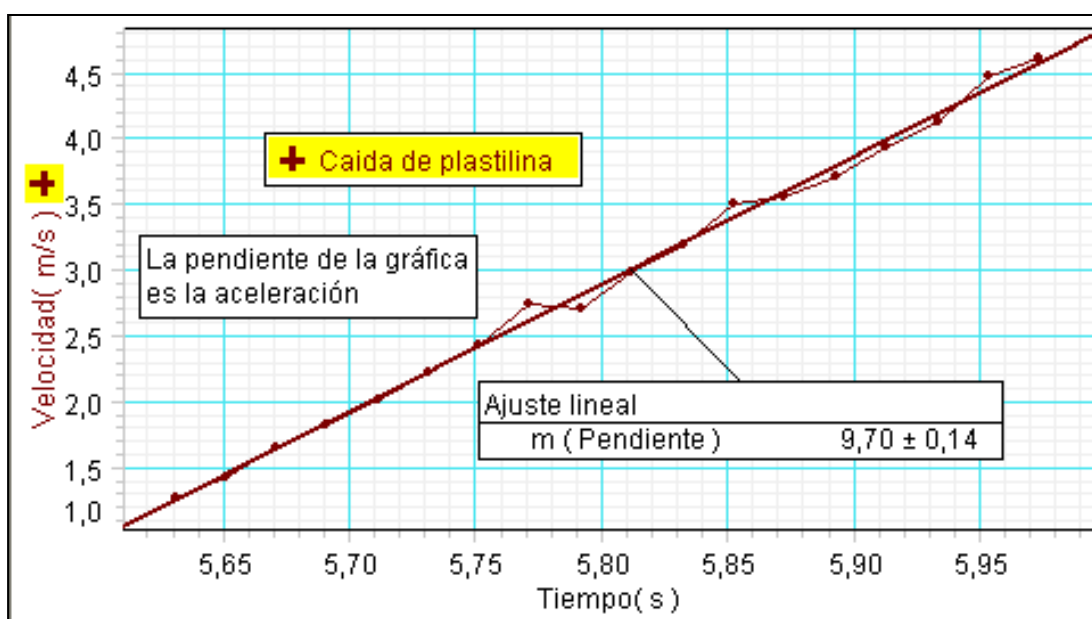
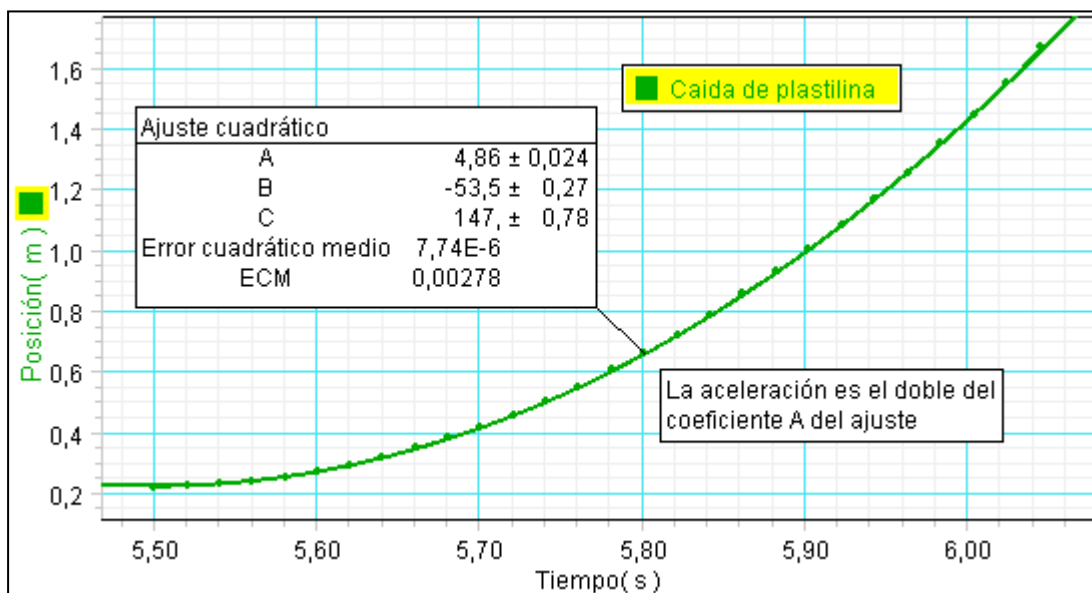


Para que los alumnos introduzcan las mejoras necesarias en el diseño experimental, el profesor les ha de informar de algunos aspectos técnicos relativos al funcionamiento de los sensores. Concretamente, tienen que saber que para determinar posiciones el dispositivo emite pulsos de un haz ultrasónico. Dicho haz rebota en el objeto y vuelve hacia el propio sensor, lo que permite (después de obtener el tiempo de ida y vuelta de cada pulso) calcular la posición del objeto en diferentes instantes de tiempo. Con esta información, los estudiantes tendrán que responder a preguntas como: ¿qué tipo de objeto conviene dejar caer?, ¿con qué frecuencia interesa que se realicen las mediciones?, etc. Así, llegan a la conclusión de que conviene que la superficie que se enfrenta al sensor sea plana, relativamente extensa, y, durante la caída, paralela a la superficie que emite los pulsos desde el sensor. También interesa que el objeto no sea muy pesado, para no dañar al sensor al caer sobre él, pero, al mismo tiempo, no deberá ser demasiado ligero, para que la fuerza de empuje sea lo menor posible y el rozamiento con el aire se pueda seguir considerando legítimamente despreciable. Un ejemplo de objeto que cumple con estos requisitos es un trozo compacto y aplanado de plastilina.

En cuanto a la recogida de datos, el software asociado a los sensores dispone de un conjunto amplio de herramientas muy valiosas que permiten seleccionar una parte de las medidas obtenidas, agruparlas en una tabla tiempo-posición, representarlas en una gráfica, hacer ajustes matemáticos (lineal, cuadrático, exponencial,..) sobre dicha gráfica, obtener los parámetros de la ecuación teórica que corresponde al ajuste realizado, obtener la pendiente de dicha curva en

cada punto, etc. El profesor ha de asegurarse de los estudiantes utilizan estos recursos de una manera tentativa (no mecánica), coherente con la metodología científica.

A modo de ejemplo, se muestran seguidamente las gráficas posición-tiempo y velocidad-tiempo (con sus ajustes y valores) obtenidas por alumnos de 1º Bachillerato en una Ikastola de Guipúzcoa, bajo la tutela del profesor Mikel Etxanitz.



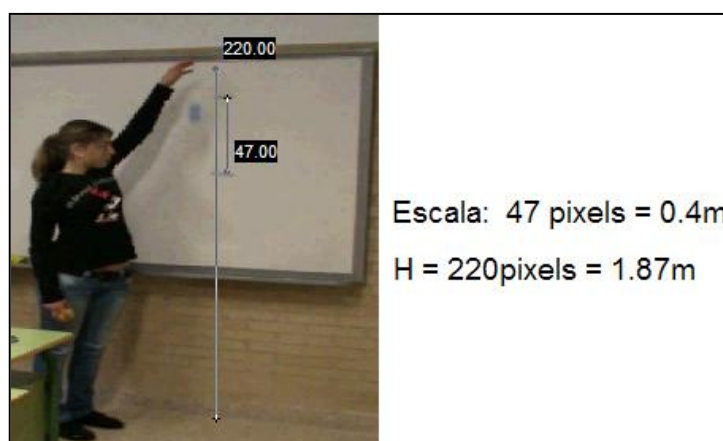
5.3.3. Utilización de un programa que combina el video con la simulación del movimiento (diseño experimental 3)

A.11c. Utilizad un programa de simulación para realizar el experimento. Ved qué elementos habrá que introducir en el programa para que este simule un movimiento teórico conforme a las hipótesis planteadas. Pensad también aspectos del diseño experimental que puedan ser necesarios para que, después de filmar el movimiento de caída, se pueda comparar su imagen en la pantalla (es decir, el movimiento real filmado) con la imagen en la misma pantalla del movimiento virtual o teórico (simulado).

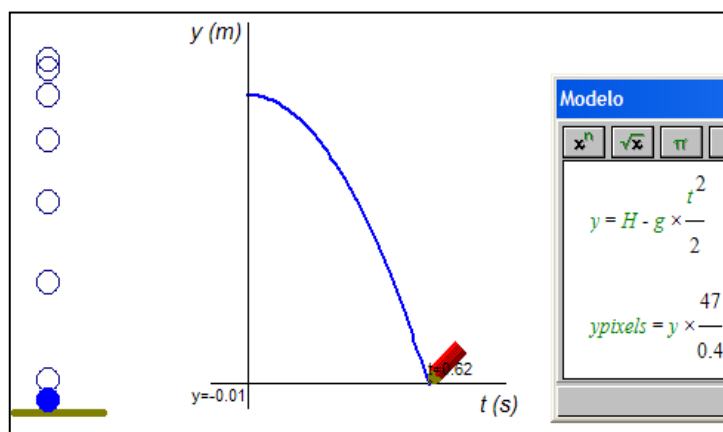
Hemos mencionado antes dos programas libres y muy sencillos de usar, que permiten simular cualquier tipo de movimiento. Para hacerlo, los alumnos han de escribir en una ventana las ecuaciones (de acuerdo con las hipótesis enunciadas) y en otra las condiciones iniciales del movimiento. Seguidamente colocarán en la pantalla una partícula configurándola para que obedezca a esas ecuaciones y también pueden imponer que su movimiento por la pantalla deje un rastro estroboscópico. Para terminar la animación, pueden incorporar diversas herramientas: vectores de las magnitudes, medidores, cursores para modificar sobre la marcha las magnitudes variables, etc. Todo esto se puede hacer en concreto con el programa *Modellus* (versiones 2.5 y/o 3) y con el programa *Tracker*, que, como hemos comentado, también permiten que se inserte en la pantalla un video, en este caso, del propio movimiento.

Seguidamente, repasaremos, modo de ejemplo, los pasos que siguieron alumnos de 1º Bachillerato, que llevaron adelante el experimento en el IES “Leonardo da Vinci” de Alicante:

- ✓ Dejar caer el cuerpo (por ejemplo, una pelotita) y filmar su movimiento. Como querían comparar el movimiento filmado con una animación del mismo en la pantalla, el diseño experimental incluyó la señalización de una longitud de referencia visible a la cámara (en este caso hicieron dos marcas en una pizarra situada detrás).
- ✓ Insertar el video (para ello, tiene que convertirse al formato “avi”) en la simulación y obtener la equivalencia entre *pixeles* y metros en la pantalla.

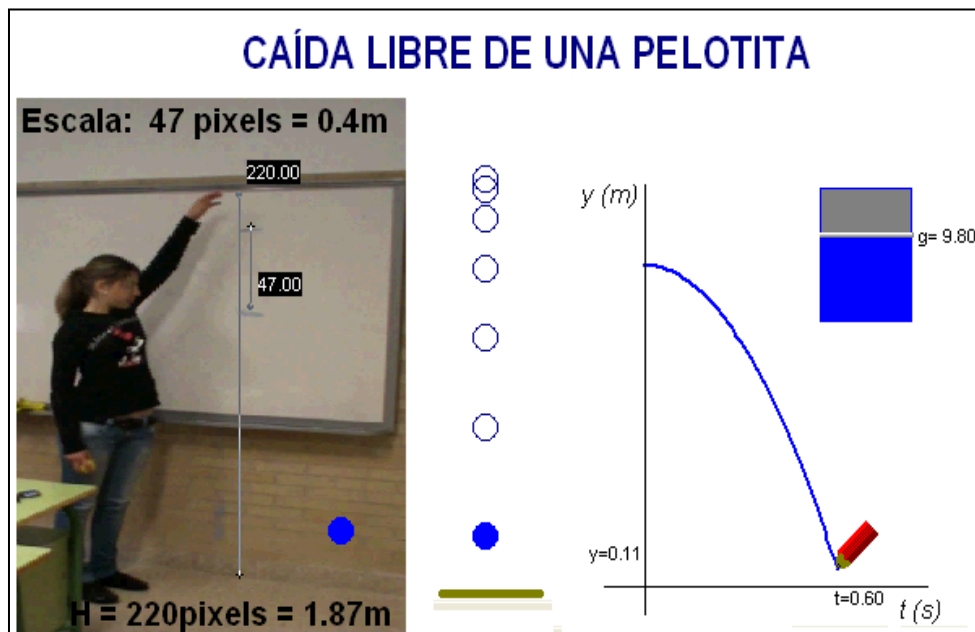


- ✓ Escribir las ecuaciones que, de acuerdo con sus hipótesis, enunciadas anteriormente, deberían regir el movimiento y crear la simulación (tal como se explica más arriba). Dejar los parámetros (la velocidad si se supone uniforme, la aceleración si se supone uniformemente acelerado) como variables.



- ✓ Analizar finalmente la posible concordancia entre el movimiento real (filmado) y el movimiento teórico (simulado) para contrastar sus hipótesis, obteniendo el valor de los parámetros que se dejan como variables cuando se produce dicha concordancia (en este caso, la aceleración).

La imagen siguiente muestra una secuencia de la animación construida. Como se ve, cuando corre la animación, se constata que la pelotita virtual concuerda con la real para un movimiento teórico uniformemente acelerado y para un valor de g del orden de $9,8 \text{ m/s}^2$, aunque conviene advertir de que este resultado cuantitativo tiene una imprecisión del orden de un 5-10% (entre los factores que producen esta imprecisión podemos mencionar, el ajuste realizado al establecer la equivalencia entre metros y *pixels* o la indeterminación al comparar la ubicación de la pelotita virtual con la real, etc.).



El experimento resulta muy atractivo a los estudiantes y supone para ellos un aliciente adicional construir y protagonizar la animación con la que contrastan sus hipótesis.

En otro experimento similar, realizado en un curso de formación docente en 2018 en el Cefire de Ciencias, Tecnología y Matemáticas de Valencia, los profesores escribieron las ecuaciones de un movimiento acelerado y también las de un movimiento uniforme, para hacer competir a ambas hipótesis. Colocaron una pelotita virtual, imponiéndole que realizara el movimiento uniformemente acelerado y otra, imponiéndole que realizara un movimiento uniforme con la velocidad necesaria para recorrer la misma longitud de la caída de la pelota real en el mismo tiempo.

La figura siguiente muestra la secuencia de un instante intermedio. Como se ve, la pelotita virtual que realiza el movimiento uniformemente acelerado (de color amarillo), acompaña a la pelota real (para mostrarlo más claramente, se colocó esta pelota virtual amarilla a la derecha de la imagen y también encima del video, pegada a la real). En cambio, la pelotita virtual, que realiza el movimiento uniforme (verde), no lo hace y, en este instante, está muy adelantada con respecto a la pelota real.

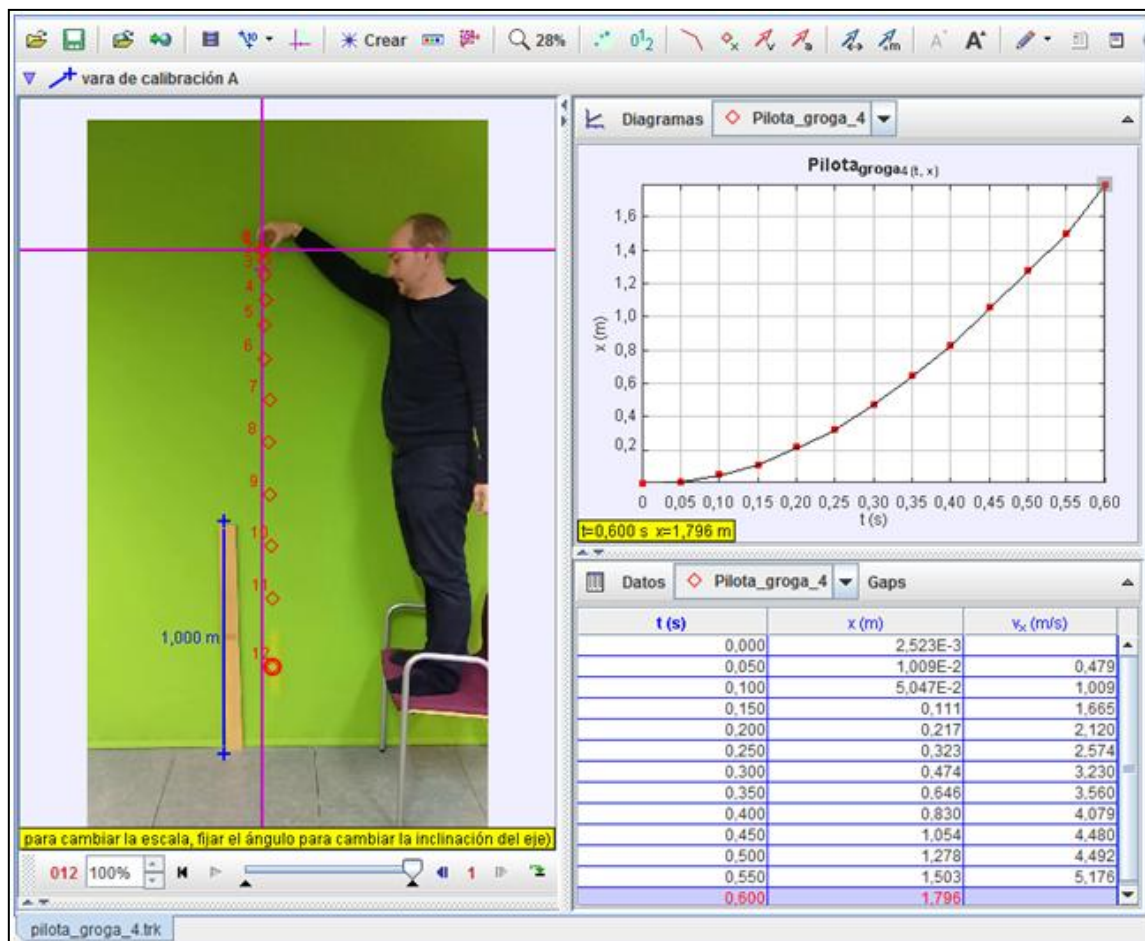
CAIDA LIBRE I: Comprobación del tipo de movimiento

Esto no obsta para que, dejando correr a la animación hasta el final, se compruebe que las dos pelotas virtuales llegan el punto más bajo al mismo tiempo que la pelota real, como muestra la imagen siguiente (en esta imagen se ve con mayor dificultad la pelota real porque su imagen a través de la cámara resulta cada vez más difusa, según va aumentando su velocidad).

CAIDA LIBRE I: Comprobación del tipo de movimiento

Veamos ahora otros resultados similares obtenidos también en el Cefire de Ciencias, Tecnología y Matemáticas de Valencia en 2019, pero usando el programa *Tracker*. Este programa tiene la ventaja de que, entre sus versiones, incluye una que corre en el sistema operativo Linux (de software abierto).

Y, como se ve en la imagen siguiente, permite obtener resultados similares a los recién mostrados con *Modellus*.



En este caso, se dejó caer libremente una pelota de tenis y se utilizó una regla graduada para establecer la longitud de referencia, visible a la cámara.

5.3.4. Utilización del plano inclinado

A11.d. Realizad el experimento relativo a la caída de una bola por un plano inclinado, detallando previamente todos los pormenores posibles en cuanto a la forma de llevarlo a cabo, así como la recogida de datos y la interpretación de los mismos.

El plano inclinado puede sustituirse con éxito por un riel de aluminio, de los utilizados para instalar las persianas, de unos 2 m de largo, señalando longitudes con un rotulador de tinta permanente. Incluso en un diseño tan elemental como este, desde el punto de vista técnico, surgen numerosos problemas que deben ser resueltos. Por ejemplo: ¿Cómo soltar la bola para no comunicarle velocidad inicial? Una forma es colocar una regla delante de ella y retirarla de golpe hacia delante para iniciar el movimiento. O también: ¿Cómo medir con precisión el tiempo empleado en el recorrido? Respecto a esta última cuestión, conviene que el alumno que retira la regla sea el mismo que mide el tiempo (para que así puedan hacerse las dos cosas simultáneamente). Por otra parte, interesa colocar un tope al final del plano de forma que el sonido del choque de la bola contra él, sirva de señal para parar el cronómetro. También es preciso tener cuidado en medir correctamente la longitud recorrida por el centro de masas de la bola, no mover el plano durante el experimento, etc. Finalmente, conviene que el riel esté sólidamente sujeto y con muy poca inclinación (para facilitar la medida de los tiempos y que no vibre).

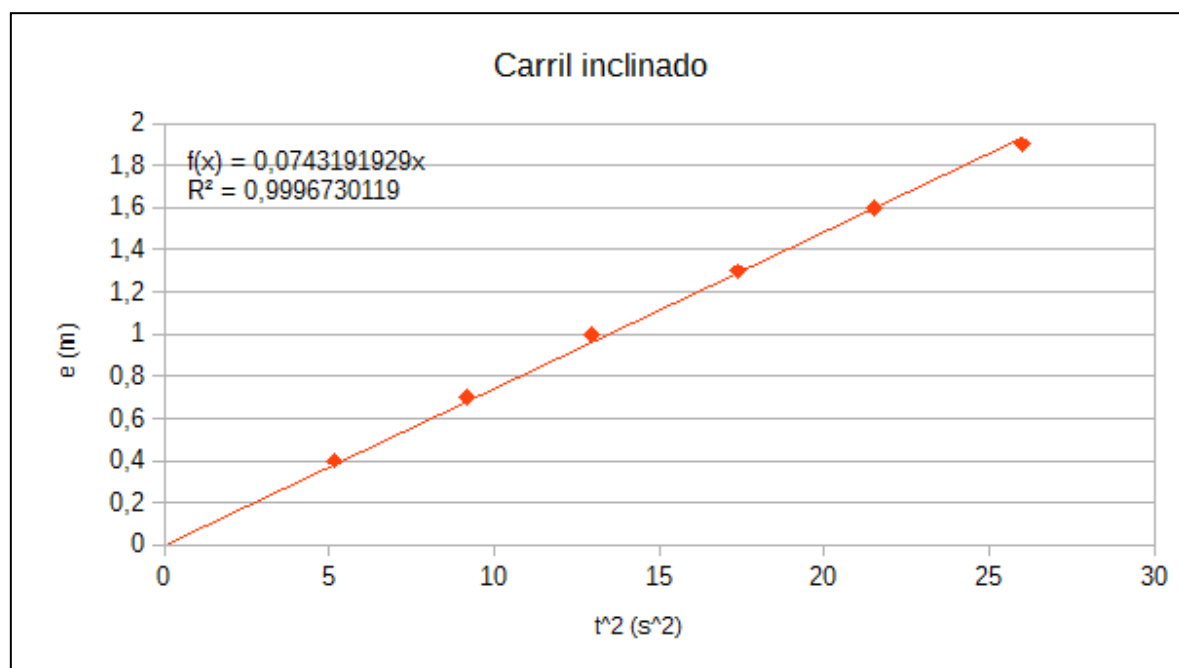
En general basta con tomar 4 o 5 valores de longitud de plano recorrida por la bola (*considerada como una masa puntual concentrada en su centro*), realizando al menos tres medidas de tiempo (t_1 , t_2 y t_3) para cada una de las longitudes (e) del riel y tomando el valor medio (t). Si se tienen en cuenta todas las precauciones señaladas suelen obtenerse resultados muy aceptables.

En la tabla siguiente se reproducen los datos obtenidos por un grupo de alumnos del IES Cid de Valencia, utilizando un riel de 2 m de longitud total:

e (m)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t (s)	t^2 (s ²)
1'9	5'06	5'09	5'16	5'10	26'04
1'6	4'67	4'61	4'64	4'64	25'53
1'3	4'14	4'18	4'20	4'17	17'42
1'0	3'60	3'57	3'63	3'60	12'96
0'7	2'99	3'07	3'02	3'03	9'16
0'4	2'28	2'27	2'25	2'27	5'14

En la experiencia realizada el riel se dispuso de tal forma que $\text{sen } \alpha = 4'5/200$ siendo α el ángulo de inclinación respecto de la horizontal.

Si la hipótesis es correcta, al representar gráficamente los valores de e frente a los de t^2 , debería obtenerse una línea recta que pasara por el origen. Y esto es lo que en efecto ocurre, tal y como se observa en la gráfica siguiente, obtenida esta vez utilizando la hoja de cálculo Excel.



Para calcular el valor de la aceleración con la que rueda la bola por el riel, basta con utilizar el valor de la pendiente de la recta obtenida (en este caso 0'0743) y tener en cuenta que, tal y como se vio anteriormente, $k = a/2$. Si lo hacemos así, se obtiene que $a = 0'1486$ m/s². Dicha aceleración corresponde a la aceleración con que se traslada el centro de masas

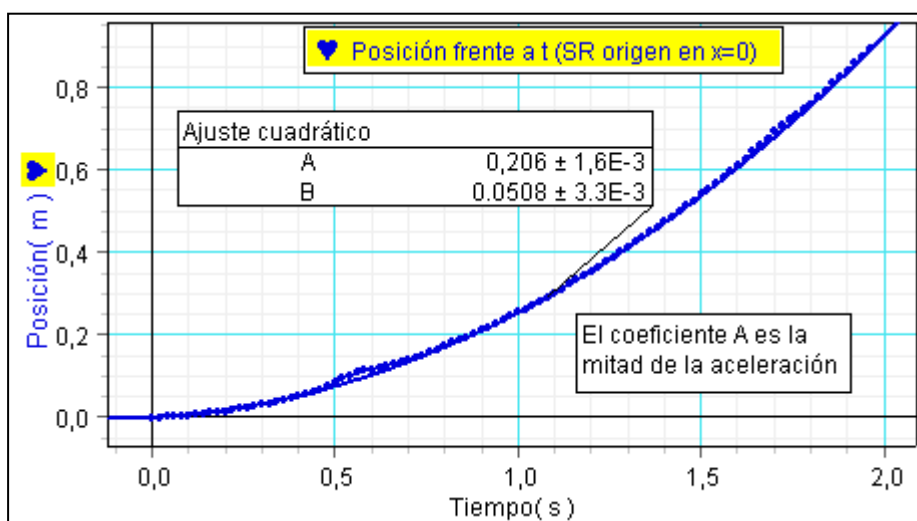
de la bola, la cual se considera como un sólido rígido que cae rodando por el riel y sin deslizar, por lo que, si queremos obtener el valor de la aceleración de la gravedad, hay que considerar su momento de inercia y realizar los cálculos correspondientes. (Naturalmente ello exige que los estudiantes tengan conocimientos de Dinámica del Sólido Rígido). En ese caso, se puede llegar a la expresión:

$$g = 7 \cdot a / 5 \cdot \sin \alpha \text{ y sustituyendo, nos queda finalmente: } g = 9'23 \text{ m/s}^2$$

Otra variante de este mismo experimento puede ser usar un sensor de movimiento para obtener la aceleración con la que desliza por un carril inclinado un carrito de laboratorio, y luego obtener, a partir de esta, la aceleración de caída. Mostramos, a modo de ejemplo, la gráfica obtenida usando este recurso por un grupo de alumnos de 1º Bachillerato en el IES “Leonardo da Vinci” de Alicante.



Los estudiantes realizaron un ajuste cuadrático sobre dicha gráfica y, tal como se ve en la imagen siguiente, aplicaron el concepto de que la aceleración del carrito es igual al doble del coeficiente A, es decir: $a = 2 \cdot 0'206 = 0'412 \text{ m/s}^2$



A partir de este resultado, puesto que es conocido el valor del ángulo de inclinación del plano, se puede obtener directamente el valor de g , aunque hay que tener en cuenta que los estudiantes de Secundaria no tienen los conocimientos necesarios para poder relacionar matemáticamente la aceleración del carrito que rueda por el plano inclinado a , con la de la gravedad, g . Teniendo esto en cuenta, el profesor puede aportarles directamente el factor de conversión u optar por renunciar a obtener el valor de g (explicando brevemente a la clase la dificultad), pero, al mismo tiempo, resaltar la conclusión obtenida de que el movimiento de rodadura por el plano inclinado es, como se pensó, uniformemente acelerado, y con una aceleración menor que g (tanto menor, cuanto menor sea la inclinación del plano).

Llegados a este punto, puede ser muy instructivo conectar con el experimento histórico de Galileo Galilei (1564-1642), que usó esta estrategia para investigar el movimiento de caída. Podemos pedir a los alumnos que lean y analicen el siguiente texto de los “Discorsi” en el que el personaje Salviati (representa a Galileo) procede a describirlo:

“En un cabrio o, si se quiere en un tablón de madera de unos doce codos de longitud, y de ancho, en un sentido, medio codo, y en el otro tres dedos, en esa menor anchura, se había excavado una canalización de una anchura de poco más de un dedo; habiéndolo excavado muy derecho y después de haberlo revestido para que estuviera bien pulido y liso, con un papel de pergamino tan pulido y lustrado como fue posible. Después hacíamos descender por él una bola de bronce muy dura, bien redonda y pulida. Una vez colocado dicho tablón inclinado, por haber elevado sobre la horizontal uno de sus extremos, una braza o dos a capricho, se dejaba (como he dicho) descender la bola por dicho canalito, anotando del modo que después diré el tiempo que tardaba en recorrerlo todo, repitiendo el mismo experimento muchas veces para medir con toda exactitud el tiempo, en el cual jamás se encontraba una diferencia ni siquiera de la décima parte de una pulsación. Establecida con toda precisión esta operación, hacíamos descender la misma bola solamente por una cuarta parte de la longitud de este canal. Y, medido el tiempo de su caída, nos encontrábamos con que era siempre exactísimamente la mitad del anterior. Y haciendo luego experimentos con otras partes, al cotejar después el tiempo de toda la longitud con el tiempo de la mitad, o de los dos tercios, o de los tres cuartos o, en conclusión, con el tiempo de cualquier otra división, por medio de experiencias más de cien veces repetidas, nos encontrábamos siempre con que **los espacios recorridos eran entre sí como los cuadrados de sus tiempos**. Esto se podía aplicar en todas las inclinaciones del plano, es decir, del canal a través del cual se hacía descender la bola. Para la medida del tiempo teníamos un gran cubo de agua puesto en alto, el que por una finísima espita que tenía soldada en el fondo derramaba un hilillo de agua que íbamos recogiendo en un vasito, durante todo el tiempo que la bola descendía por el canal o por algunas de sus partes. Las pequeñas cantidades de agua, recogidas de este modo, eran pesadas de tiempo en tiempo con una sensibilísima balanza, de modo que las diferencias y las proporciones de sus pesos, nos daban las diferencias y las proporciones de sus los tiempos, con una exactitud que, como ya lo he dicho, tales operaciones repetidas muchísimas veces, jamás se diferenciaban de un modo apreciable” (Discorsi de Galileo. Opere, VIII. P. 212-214; trad. cast., José San Román, 1945, 225-226)

Conviene saber que esta descripción del experimento fue puesta en cuestión por el historiador de la ciencia Alexandre Koyré, quien sostuvo que se requieren medidas de tiempo muy precisas, imposibles de realizar en aquella época. Según Koyré Galileo habría llegado a sus conclusiones de forma deductiva y los experimentos descritos responderían más bien a una forma de ilustrar sus pensamientos al respecto. Tras conocerse este análisis diversos científicos reprodujeron cuidadosamente el experimento, llegando a conclusiones divergentes. En 1961, Thomas B. Settle reprodujo el experimento siguiendo las instrucciones de Galileo y concluyó este podía perfectamente haber alcanzado el grado de precisión que pretendía. Pero en 1974, Ronald. H. Naylor, insatisfecho con algunos detalles de la reproducción que había hecho Settle, realizó un segundo intento y concluyó que lo que Galileo había descrito era una situación ideal en la que el dispositivo experimental utilizado estaba libre de todas las imperfecciones que realmente deberían afectar al dispositivo real.

Esta polémica acerca de la veracidad del experimento de Galileo, no cuestiona el hecho fundamental de que sus conclusiones sobre la caída de graves fueron correctas y constituyeron una base sólida en la cual se apoyaron otros científicos posteriores, como Newton. En cualquier caso, la lectura y análisis del texto (realizada con la debida precaución) puede contribuir a que los alumnos valoren aún más su propia investigación. Al comparar los medios actuales con los que ellos han podido realizar la experiencia, con los que pudo tener a su disposición Galileo, podrán aplaudir su gran ingenio y creatividad.

Fijémonos finalmente en que el resultado encontrado por Galileo de que los espacios recorridos guardaban entre sí la misma proporción que los cuadrados de los tiempos empleados en recorrerlos, equivale a afirmar que: $e = k \cdot t^2$ (es decir, que se trata de un movimiento

uniformemente acelerado), ya que si esto es así, se cumplirá que, para dos posiciones de partida cualesquiera:

$$e_1 = k \cdot t_1^2 ; e_2 = k \cdot t_2^2 \rightarrow \frac{e_1}{e_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}$$

En resumen, mediante estas experiencias y/o razonamientos, Galileo mostró que el movimiento de caída de una bola rodando por un plano inclinado se realiza con una aceleración constante, la cual depende de la inclinación del plano pero no de la masa de la bola. Galileo afirmó que lo mismo ocurriría si el plano aumentase su inclinación hasta 90 ° (es decir, una caída vertical).

6. Análisis de resultados, comunicación de los mismos y perspectivas abiertas

A.12. Analizad e interpretad los resultados obtenidos en los experimentos realizados.

Todos los resultados obtenidos mediante los distintos diseños se ajustan, con bastante precisión, a la relación $e = k \cdot t^2$ y, por tanto, coinciden en la conclusión de que el movimiento de caída libre en vertical de cualquier objeto en condiciones de rozamiento despreciable, es un movimiento uniformemente acelerado.

Los valores obtenidos para la aceleración son, en general, bastante próximos al valor aceptado por la comunidad científica ($9,8 \text{ m/s}^2$), lo que tiene un efecto particularmente motivador para los estudiantes.

Podría pensarse que quizás no era necesario un tratamiento tan detenido y que una simple verificación con un único experimento bastaba. Naturalmente, no es necesario (ni se dispone de tiempo para ello) llevar a cabo todos los diseños experimentales propuestos. Sin embargo, es preciso dejar bien patente que la aceptación de un resultado por la comunidad científica tiene muy serias exigencias que obligan a la obtención de una multiplicidad de resultados en distintas situaciones y a mostrar la coherencia de todos ellos. Esta es la mejor forma de romper con aceptaciones acríticas de las "evidencias de sentido común" como, por ejemplo, la idea espontánea de que los cuerpos caen tanto más aprisa cuanto mayor es su masa. Además, conviene tener en cuenta que, aunque dicha hipótesis ha sido claramente rechazada con los experimentos realizados en la primera parte de esta investigación, ello no significa que se hayan obtenido argumentos científicos que expliquen el resultado. En efecto, como ya se dijo al estudiar esta variable, esa explicación requiere de la utilización de conceptos dinámicos que en el momento en que se realiza este trabajo práctico (en el tema de Cinemática) no conocen todavía los estudiantes y, en consecuencia, es todavía un problema pendiente, que será abordado más adelante.

7. Experimentos para contrastar las hipótesis acerca de la influencia del planeta

Aunque inicialmente podría parecer inabordable el estudio de la caída de graves en otro lugar diferente a la Tierra, lo cierto es que, con la ayuda de algunos de los recursos tecnológicos que se han usado en el apartado anterior, sí es realmente posible realizar análisis experimentales adecuados para obtener la gravedad en otros objetos del Cosmos.

A.13. Pensad cómo podría realizarse un experimento destinado a verificar las hipótesis acerca de la caída de graves en un lugar diferente a la Tierra.

Las primeras propuestas de los estudiantes se limitan a señalar la necesidad de viajar a otro planeta o a nuestro satélite, etc., y realizar allí el experimento lo que, obviamente, resulta bastante complicado. Ahora bien, cuando el profesor les pide que piensen en el diseño 3 del apartado anterior, se dan cuenta de que para llevarlo adelante no es imprescindible viajar al lugar ocurre el movimiento, ya que también se podría utilizar un video de dicho movimiento, si este se hubiera filmado. Este es un elemento novedoso que pueden aportar las nuevas tecnologías y que resulta muy motivador.

A.14. Decid otros lugares del Cosmos a los que ha viajado el ser humano (o a donde ha enviado misiones) y en los que podrían haberse filmado caídas de objetos, que podrían ser analizadas

Bastantes alumnos saben que recientemente ha habido misiones no tripuladas que aterrizaron en algunos planetas (en Marte y en Venus) y el profesor les puede informar de que otras lo hicieron en otros cuerpos celestes (en algún asteroide y en algún cometa). Además es un hecho conocido que, hace unas décadas, se llevaron a cabo algunos viajes tripulados a la Luna (misiones Apolo). En alguna de dichas misiones los astronautas realizaron el experimento de la caída de graves y lo filmaron. Los videos que obtuvieron son de libre acceso, estando disponibles en la página Web oficial de la NASA.

A.15. Usad un video de la misión Apolo 15 (disponible en: <https://history.nasa.gov/alsj/>) u otro de la Apolo 16 (disponible en: <https://history.nasa.gov/alsj/a16/video16.html>) para realizar análisis experimentales sobre la caída libre en la Luna, similares al realizado al estudiar la caída de una pelotita en el laboratorio (diseño 3)

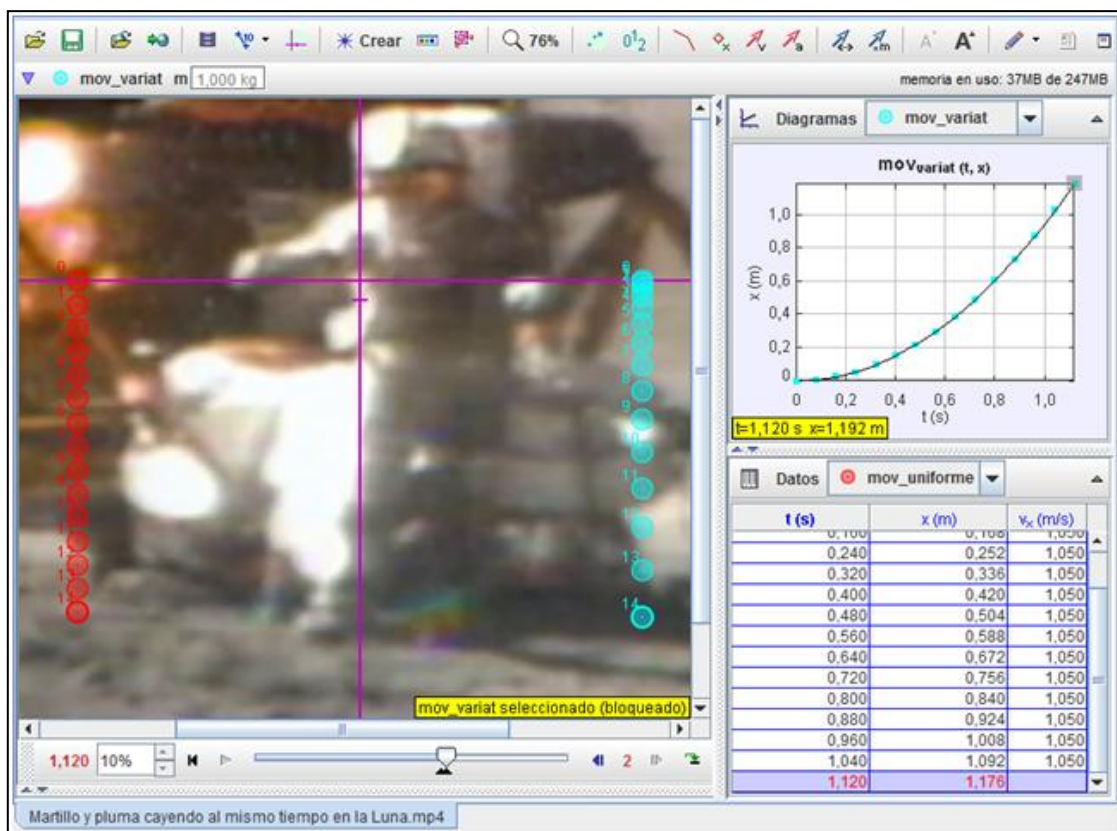
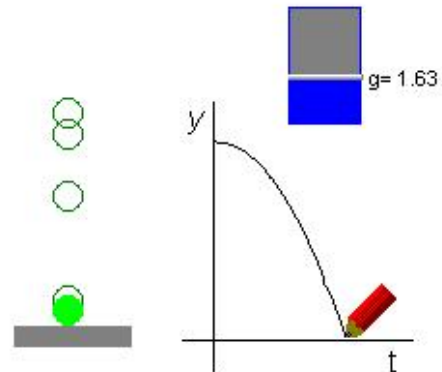
En la misión Apolo 15 los astronautas realizaron un experimento que ha pasado ya a la historia, en el que uno de ellos dejó caer simultáneamente una pluma y un martillo. Como la Luna no tiene atmósfera y tampoco hay rozamiento, no importó la densidad ni la forma de los dos objetos, observándose cómo ambos cayeron en el mismo tiempo. Por otra parte, en esta misma página Web se puede encontrar información suficiente para hacer una estimación de la altura desde la que el astronauta soltó ambos objetos (un dato conocido, por ejemplo, es la altura del astronauta). Conocida esta altura, se trata de pedir a los alumnos que realicen un análisis experimental sobre la caída de la pluma y del martillo similar al del apartado 5.3.3 anterior.

Este trabajo es muy gratificante para los alumnos y con él se constata que:

- ✓ En un lugar diferente a la Tierra donde además no interviene el rozamiento (recordemos que en la Luna no hay atmósfera) dos cuerpos de masas y de formas muy diferentes caen igual.
- ✓ En la Luna, el movimiento de caída también es uniformemente acelerado.
- ✓ El valor de la aceleración de la gravedad en la Luna es del orden de $1,6\text{ m/s}^2$

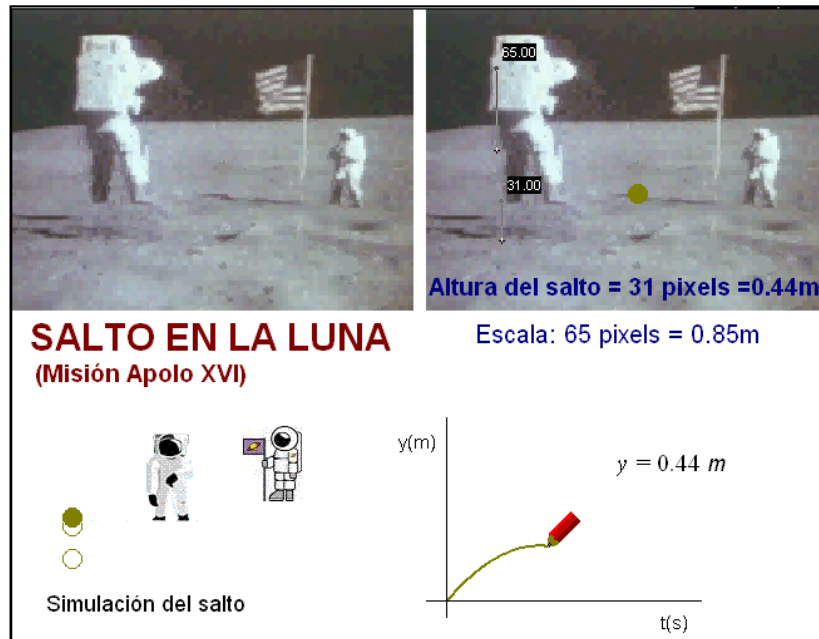
Las dos imágenes siguientes, muestra sendas secuencias de las animaciones que crearon al realizar estos análisis alumnos de 1º Bachillerato en el IES “Leonardo da Vinci” de Alicante (usando *Modellus*) y profesores en el Cefire de Ciencias, Tecnología y Matemáticas Valencia (usando *Tracker*). Aunque la imagen del astronauta es algo difusa (el video original de la NASA tiene una calidad reducida), al hacer que corra la animación se comprueba bastante bien que los movimientos de caída reales (de la pluma y del martillo) y el movimiento teórico simulado (pelotita de color verde) concuerdan para un valor de g en torno a los $1,6\text{ m/s}^2$.

EXPERIMENTO DE LA PLUMA Y EL MARTILLO (Apolo 15)



En la misma Web de la NASA también se puede descargar el audio original del experimento. Puede ser muy instructivo que los alumnos lo escuchen. Los astronautas se refieren expresamente a Galileo y le rinden un bonito homenaje.

En cuanto a la misión Apolo 16, en este caso se filmaron varios saltos que dio un astronauta en la superficie de la Luna y se conoce exactamente la altura de su mochila, que, estando de espaldas el astronauta, queda enfrentada a la cámara. Tomando dicha altura como longitud de referencia, se puede hacer un análisis experimental de un salto completo (movimiento de ascensión y caída), comparando el mismo con un movimiento teórico similar (lanzamiento vertical en dirección vertical y ascendente de un objeto) que, teniendo en cuenta las hipótesis de los alumnos, debería tener la misma aceleración que tiene el movimiento sólo de caída.



La imagen anterior muestra una secuencia de la animación que construyó un equipo de alumnos de 1º Bachillerato en un IES de Alicante (la altura conocida de la mochila son $0'85m$, que correspondieron en esta animación a 65 píxeles ; la altura del salto en la pantalla dio 31 píxeles , por tanto, el astronauta se elevó $0'44m$).

9. Perspectivas abiertas. Nuevos problemas

A.16. Considerad las perspectivas abiertas, susceptibles de originar nuevos estudios

Muchas de las perspectivas han sido consideradas ya en los momentos oportunos durante el desarrollo de la investigación, pero al finalizar esta conviene recapitularlas. Podemos referirnos así, entre otras tareas que han quedado pendientes, a:

- ✓ Explicar el hecho de que en ausencia de resistencia del aire todos los cuerpos caen con la misma aceleración.
- ✓ Extender la investigación al estudio de otros movimientos de interés práctico, como el de los proyectiles (de gran importancia histórica).
- ✓ Investigar la influencia del rozamiento en la caída y libre y, más en general, los factores de los cuales depende la fuerza de resistencia que ofrece el aire durante la caída de un cuerpo. Estudiar también, a partir de ello, los movimientos de caída en otros medios (por ejemplo, objeto sumergido en agua)

Conviene, por último, que los estudiantes recojan todo en una memoria de la investigación, planteada como práctica de un aspecto esencial de la actividad científica: la comunicación.

10. Memoria del trabajo

A.17. Elaborad una memoria de la investigación realizada

Es preciso dar a esta actividad el sentido de la auténtica comunicación científica, superando su connotación habitual de simple ejercicio escolar, destinado a ser calificado por el profesor. En este sentido, puede ser muy conveniente hacer jugar el papel de "referees" a cada grupo de estudiantes, dándoles a analizar un cierto número de memorias para que sugieran modifica-

ciones a los autores, etc. La "publicación" de unas Actas del trabajo realizado durante el curso y la organización de sesiones de comunicación oral (con ayuda de proyecciones, vídeos, simulaciones, etc.) y de sesiones "póster", contribuye a dar interés a este esfuerzo de comunicación, además de proporcionar una visión más correcta del trabajo científico, buena parte del cual está centrado en dicha comunicación.

RECURSOS CAIDA DE GRAVES

Los experimentos realizados con sensores (incluidos los archivos originales de los resultados obtenidos por los alumnos) y con el programa *Modellus* (incluidas las animaciones) se pueden consultar y descargar en la Web de materiales didácticos de la Sección Local de Alicante de la RSEF: <http://rsefalicante.umh.es/fisica.htm>

En esta misma página Web se pueden descargar también las versiones del programa *Modellus 2.5* (para ordenadores de 32 bits) y *Modellus 3* (para ordenadores de 64 bits). Téngase en cuenta que ninguna de las versiones posteriores del programa permite que se inserten vídeos en la animación, por tanto, no sirven para realizar estos experimentos.

El programa *Tracker*, está disponible en: <https://physlets.org/tracker/>. Respecto a *Modellus*, *Tracker* tiene la ventaja de que ofrece versiones, además de para Windows y MAC, también para Linux (32 y 64 bits).

Por otra parte, sobre la caída de graves, se puede leer este artículo:

Alonso, M. 2019. Estudio teórico-experimental de movimientos de caída vertical (Introducción y uso de un recurso para comparar movimiento real y teórico) *Alambique. Didáctica de las Ciencias Experimentales*. 95, 23-30.

También se puede consultar una secuencia de aprendizaje que trata específicamente los conceptos de masa inercial y de masa gravitatoria a lo largo de toda la Secundaria y el Bachillerato, en un apartado específico de la ya mencionada Web de materiales didácticos de la Sección Local de la RSEF, y, también ver un amplio número de actividades para tratar estos importantes conceptos, en este artículo:

Alonso, M. 1996. La enseñanza del concepto de masa a través de un modelo de enseñanza por investigación. *Alambique. Didáctica de las Ciencias Experimentales*. 9, 109-119.

Para conocer de primera mano los trabajos de Galileo, lo mejor es su propio libro, *Diálogos acerca de dos nuevas ciencias*, y si se quiere profundizar en el análisis del experimento de Galileo de la caída por un plano inclinado, se puede acudir, entre otros a los siguientes libros y/o artículos:

Feito, J.R. 1985. *La Física de Galileo (La problemática en torno a la ley de caída de los cuerpos)*. Seminario de Historia de las Ciencias. UAB (Barcelona)

Koyré, A., 1980. *Estudios galileanos*. Siglo XXI (Madrid)

Naylor, R. H. 1982. Galileo's law of fall: Absolute truth or approximation, *Annals of Science*. 39, 384-389.

Settle, T. B. 1961. An experiment in the History of Science. *Science*, 133, 19-23.

Álvarez, J.L. y Posadas, Y. 2003. La obra de Galileo y la conformación del experimento en la física. *Revista Mexicana de Física*. 49 (1), 61-73.

ANEXO

¿POR QUÉ CUERPOS DE DIFERENTES MASAS CAEN CON LA MISMA ACELERACIÓN?

(Manuel Alonso Sánchez, Jaime Carrascosa Alís, Salvador Martínez Sala. 35-enero-2019)

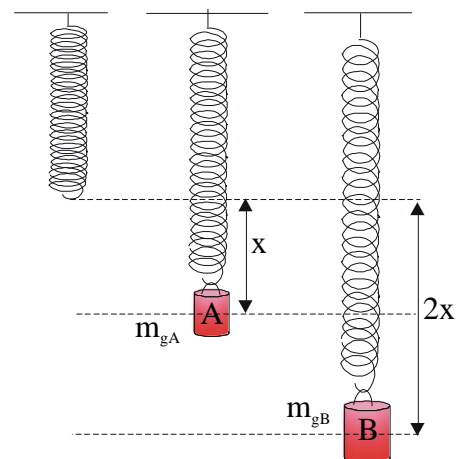
Para afrontar el problema pendiente sobre la influencia de la masa, los alumnos han de haber estudiado los principios de la dinámica de Newton y la ley de Gravitación Universal. Esto ocurre en el tema de dinámica, donde se puede plantear la siguiente actividad:

Utilizando la ley de Newton de la gravitación y el segundo principio de la dinámica clásica interpretad el hecho de que todos los cuerpos, sobre los que actúe sólo la fuerza gravitatoria y se encuentren a la misma distancia r del centro del planeta, se hallen sometidos a la misma aceleración.

Sean dos objetos, A y B, situados a una cierta altura del suelo terrestre. La Tierra atrae a cada uno con una fuerza que calculamos usando la ley de Newton de la gravitación:

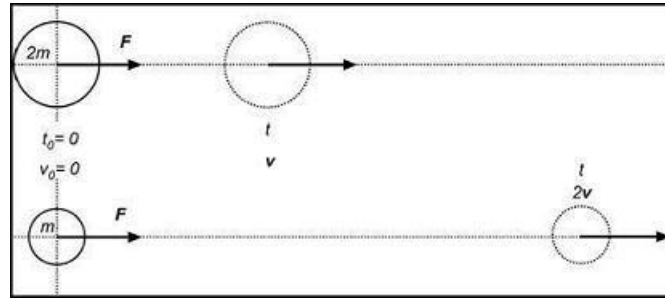
$$F_g = G \cdot \frac{M_g \cdot m_g}{r^2}$$

En la ley anterior el subíndice "g" indica que se trata de masas gravitatorias, es decir, representan la cualidad física que hace que la Tierra y el objeto se atraigan gravitatoriamente. De aquí se deduce que si la masa m_g de cada objeto es distinta, la Tierra no los atrae igual. Esto se puede comprobar colgando los objetos de muelles idénticos y llevándolos al reposo en la posición de equilibrio. Si, por ejemplo, la masa (gravitatoria) del objeto B es el doble que la del objeto A, B produce sobre el muelle un estiramiento también doble que A.



Supongamos ahora que se sueltan los objetos A y B de los muelles que los sujetan, y se dejan caer libremente de forma que podamos considerar el rozamiento con el aire despreciable. Podemos comprobar que ambos descienden con la misma aceleración. Para calcular el módulo de esa aceleración usamos el segundo principio de la dinámica clásica $a = F_{res}/m_i$, donde m_i es la masa inercial de cada objeto, es decir, la cualidad por la que un objeto adquiere aceleración mayor o menor cuando sobre él se ejerce una fuerza resultante dada. Así, un objeto de masa inercial grande modifica menos su velocidad que otro de masa inercial pequeña si a ambos se les aplica la misma fuerza durante el mismo tiempo.

Este concepto de masa inercial se puede poner de manifiesto aplicando a dos cuerpos de masas (inerciales) m y $2 \cdot m$, una misma fuerza resultante, F , durante el mismo intervalo de tiempo. Entonces, tal como indica la figura adjunta, el cuerpo de masa m en el instante que cesa la fuerza se está moviendo a doble de velocidad que el cuerpo de masa $2 \cdot m$.



En el caso que nos ocupa, como durante la caída la única fuerza que actúa sobre los objetos es la fuerza de atracción gravitatoria que les hace la Tierra, se cumple $F_{\text{res}} = F_g$. Por lo tanto, se deduce que:

$$a_A = \frac{F_{gA}}{m_{iA}} = \frac{G \cdot \frac{M_g \cdot m_{gA}}{r^2}}{m_{iA}} = \frac{G \cdot M_g}{r^2} \cdot \frac{m_{gA}}{m_{iA}}$$

$$a_B = \frac{F_{gB}}{m_{iB}} = \frac{G \cdot \frac{M_g \cdot m_{gB}}{r^2}}{m_{iB}} = \frac{G \cdot M_g}{r^2} \cdot \frac{m_{gB}}{m_{iB}}$$

Vemos, pues, que la aceleración es la misma para ambos cuerpos porque, como ya sabemos, entre su masa inercial, m_i , y su masa gravitatoria, m_g existe una proporcionalidad directa, que hace que:

$$\frac{m_{gA}}{m_{iA}} = \frac{m_{gB}}{m_{iB}} = cte$$

con lo que: $a_A = a_B$ (ya que $\frac{G \cdot M_g}{r^2}$ es común para ambos).

El resultado anterior se puede generalizar a todos los cuerpos, sean cuales sean sus masas.

Es importante saber que el hecho de que todos los objetos tengan la misma aceleración en un campo de fuerzas es una propiedad peculiar del campo gravitatorio, de forma que si un objeto está sometido a otro tipo de fuerzas (por ejemplo, electromagnéticas), no comparte con los demás la misma aceleración. Para que los alumnos tomen conciencia de esto interesa replantear estos conceptos cuando se estudia el movimiento de otros cuerpos o partículas sometidas a fuerzas diferentes de la gravitatoria.

Así, por ejemplo, cuando se estudia en electrostática la ley de Coulomb, se puede plantear la siguiente actividad:

Deducid la expresión de la aceleración que adquiere una partícula con carga eléctrica q , sometida a la fuerza de atracción o de repulsión eléctrica de otra carga Q . Analizad el hecho de que esta aceleración sea diferente para cada partícula de diferente carga.

La fuerza de interacción eléctrica entre las dos cargas, F_e , se calcula utilizando la ley de Coulomb. Por tanto, su módulo es:

$$F_e = (K \cdot Q \cdot q) / r^2$$

En consecuencia, la aceleración tiene la expresión:

$$a = \frac{F_{e_A}}{m_i} = \frac{K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}}{m_i} = \frac{K \cdot Q}{r^2} \cdot \frac{q}{m_i}$$

Como la masa (inercial) de la partícula y su carga eléctrica no son propiedades equivalentes, ni guardan entre ellas proporcionalidad alguna, no se compensan. Por eso, a diferencia de lo que ocurre excepcionalmente en el campo gravitatorio, cada carga adquiere en un campo eléctrico una aceleración diferente que depende del valor de dicha carga y del de su masa (inercial).