Una cierta estufa de butano consume 208'8 g de butano cada hora. Suponiendo que ese flujo permanezca constante, calculad cuánto tiempo tardará el oxígeno presente en una habitación cerrada en la que se halla funcionando dicha estufa, en reducirse a la mitad. Datos: Volumen de la habitación 25 m^3, suponed que el aire contiene inicialmente un 21% de oxígeno en volumen (P = 1 atm y T = 293 K).

Planteamiento cualitativo

Normalmente, el aire que inhalamos contiene aproximadamente un 21% en volumen de oxígeno en las condiciones habituales de presión (1 atm) y temperatura (25ºC). Este gas es el que utilizamos en la respiración. Sin embargo, se producen situaciones en las que el porcentaje de oxígeno en el aire es menor, lo que, en algunos casos puede provocar graves trastornos en el cuerpo humano si no se toman las medidas apropiadas. Una de estas situaciones en las que el porcentaje de oxígeno baja, es conforme va aumentando la altitud (por eso los alpinistas cuando ascienden picos muy altos suelen hacerlo con un equipo de respiración asistida y los aviones llevan también mascarillas para suministrar oxígeno en caso de despresurización). Otra situación que se puede dar es la que se plantea en el enunciado. En efecto, la combustión de una sustancia no es sino una oxidación muy rápida en la que dicha sustancia se combina con el oxígeno y, por tanto, si no se renueva el aire, el porcentaje de oxígeno en el mismo va disminuyendo mientras dura esa combustión, pudiendo llegar a producir la muerte por asfixia.

En este problema se plantea el caso de la combustión de butano en una habitación cerrada. Este gas, al igual que el resto de hidrocarburos, al quemarse se combina con el oxígeno del aire produciendo dióxido de carbono y agua. La ecuación química (ya ajustada) correspondiente a dicha reacción es:

$$C_4H_{10} + \frac{13}{2}O_2 \rightarrow 4CO_2 + 5H_2O$$

Si medimos la cantidad de oxígeno mediante el número de moles n_0 de moléculas de dicho gas, podemos precisar el problema diciendo que lo que se pretende calcular es el tiempo Δt que tardaría n_0 en reducirse a n_0/z en donde z puede ser cualquier número positivo (en el enunciado z =2).

Hipótesis

En principio, podemos pensar que Δt dependerá del número de moles de oxígeno iniciales, n_0, del flujo o cantidad de butano que se quema por unidad de tiempo (que designaremos como "j") y del valor de z, es decir:

$\Delta t = f(n_0, j, z)$

Más concretamente: cabe esperar que, a igualdad de los restantes factores, Δt aumente cuanto mayor sea n_0, menor sea j y mayor sea z. Además, es evidente que si z = 1, Δt será 0 y que si $j \rightarrow 0$, $\Delta t \rightarrow \infty$.

Podemos tener en cuenta también que el valor del número inicial de moles de oxígeno, n_0, depende de las condiciones termodinámicas de la habitación, es decir, de su volumen, V, su temperatura, T y su presión, P. Estas tres variables son magnitudes macroscópicas, que se pueden controlar experimentalmente y, por ello, interesa expresar también las hipótesis en función de ellas. Aceptando que el aire de dicha habitación se comporte como un gas ideal y, teniendo en cuenta que habitualmente el aire contiene un 21% de su volumen de oxígeno n_0 se puede calcular mediante la expresión:

$$n_0 = \frac{0.21 \cdot P \cdot V}{R \cdot T}$$

De donde se deduce que, a igualdad de los restantes factores, Δt de aumentar cuanto mayor sea la presión, P, menor sea la temperatura, T, y mayor sea el volumen, V de la habitación.

Estrategia de resolución y resolución propiamente dicha

Para resolver el problema, supondremos que j permanece constante durante todo el proceso y también la presión y la temperatura dentro de la habitación.

El oxígeno consumido, se puede calcular como: $\Delta n = n_0 - n_0/z$

Para calcular el tiempo que tarda en consumirse ese oxígeno, habrá que relacionar dicho consumo con el consumo de butano que sale de la estufa (cuyo flujo es conocido). Esto podemos hacerlo utilizando la proporción en que reaccionan ambos gases, extraída de la ecuación química correspondiente.

De acuerdo con dicha ecuación química, cada mol de butano que reacciona lo hace con 6’5 moles de oxígeno. Por tanto, en cualquier instante de la combustión, en cuanto al número de moles de butano y de oxígeno que habrán reaccionado, se debe cumplir que:

$$\frac{n_{C_4H_{10}}}{n_{O_2}} = \frac{1}{6'5} \rightarrow n_{C_4H_{10}} = \frac{1}{6'5} \cdot n_{O_2} \rightarrow n_{C_4H_{10}} = \frac{1}{6'5} \cdot \left(n_0 - \frac{n_0}{z} \right) \quad (1)$$

Expresando ahora el flujo como el número de moles de hidrocarburo que reaccionan por unidad de tiempo (en horas):

$$j = \frac{n_{C_4H_{10}}}{\Delta t} \rightarrow n_{C_4H_{10}} = j \cdot \Delta t \quad (2)$$

Igualando las expresiones (1) y (2) y despejando Δt, obtenemos finalmente:

$$\boxed{\Delta t = \frac{\frac{1}{6'5} \cdot \left(n_0 - \frac{n_0}{z} \right)}{j}}$$

Podemos ahora hacer los cálculos necesarios para expresar cada magnitud en las unidades apropiadas y luego sustituir en la expresión anterior para calcular el resultado numérico.

De la ecuación general de los gases, calculamos el número inicial de moles de oxígeno, como:

$$n_0 = \frac{P \cdot V}{R \cdot T} = \frac{1 \cdot 0'21 \cdot 25 \cdot 10^3}{0'082 \cdot 293} = 218'5 \, \text{moles}$$

Por otra parte, sabemos que en este caso z = 2 (se trata de reducir a la mitad). Puesto que la masa molar M del butano es 58,12 en 208’8 g de dicho gas habrá 3’6 moles de moléculas. Por tanto, en este caso el flujo es j = 3’6 moles/h.

Más en general, podemos llamar C a la cantidad en gramos de gas que quema la caldera cada hora, con lo que el flujo en moles por hora será:

j = C/M (moles de hidrocarburo quemados por hora)

Si hacemos ahora el cálculo cuantitativo, obtenemos: $\Delta t = 4.67$ h

Análisis del resultado y nuevas perspectivas

Analizando el resultado literal obtenido podemos ver que, además de ser dimensionalmente homogéneo (T en ambos lados), contempla todas las hipótesis de partida y los casos límite considerados

Podemos ahora plantearnos una situación algo más compleja. En efecto, sabemos que hay estufas que funcionan quemando butano pero también hay otros sistemas en los que se quema otro hidrocarburo como, por ejemplo, propano. *Tiene pues sentido preguntarse cómo podemos generalizar el resultado para que sea válido en la combustión de cualquier hidrocarburo saturado.*

En ese caso, la ecuación química correspondiente a la reacción de combustión se puede escribir de forma general como:

$$C_N H_{2N+2} + \left(\frac{3N+1}{2}\right) O_2 \rightarrow N\, CO_2 + (N+1)\, H_2O$$

En la ecuación anterior, N = número natural (1, 2, 3…) y C_NH_{2N+2} la fórmula general de los hidrocarburos saturados. La simple sustitución de N por 4 conduce, por ejemplo, a la fórmula del butano.

De acuerdo con la estequiometria de la ecuación, la proporción en que se combina cualquier hidrocarburo saturado con el oxígeno, vendrá dada por:

$$\frac{n_{C_NH_{2N+2}}}{n_{O_2}} = \frac{1}{\frac{3N+1}{2}} \;\rightarrow\; n_{C_NH_{2N+2}} = \left(\frac{2}{3N+1}\right)\cdot n_{O_2}$$

El número de moles de hidrocarburo que ha reaccionado, se podrá expresar también en función del flujo con que arde expresado en moles por unidad de tiempo:

$$n_{C_NH_{2N+2}} = j\cdot \Delta t$$

Igualando las dos últimas expresiones y despejando Δt llegamos a:

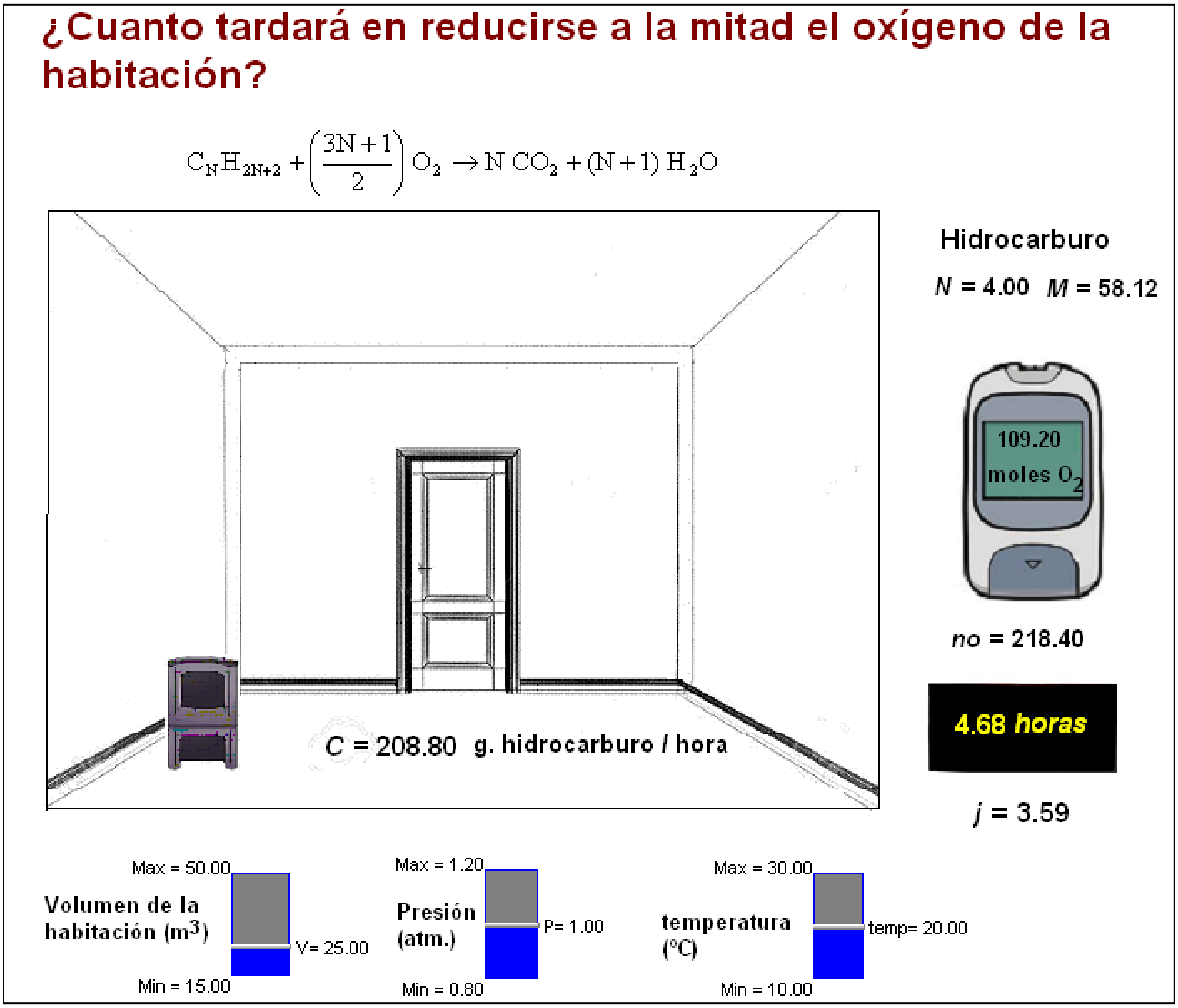
$$\Delta t = \frac{\frac{2}{3N+1}\cdot\left(n_0 - \frac{n_0}{z}\right)}{j}$$

Vale la pena darse cuenta que, como es lógico, este resultado se transforma en el anterior (para el caso particular de la combustión del butano), sin más que hacer N = 4.

Refuerzo:

Para reforzar los conceptos involucrados en este problema, se puede usar una animación *Modellus* que hemos elaborado sobre él. En la pantalla hemos colocado varios controladores manuales con los que los alumnos pueden modificar los parámetros del problema: el tipo de hidrocarburo utilizado (dado por el número de carbonos, N), los gramos de hidrocarburo que quema la caldera por hora (C), y las variables termodinámicas de la habitación (presión, P, volumen, V y temperatura, T), que determinan el número inicial de moles de oxígeno, n_0. Todos estos parámetros también se pueden modificar entrando en la ventana de condiciones iniciales. Una vez introducidos los datos, la aplicación muestra de forma animada la solución del problema: calcula la masa molecular del hidrocarburo y el flujo, j, o cantidad de él que se quema por hora; expresa en cada instante de tiempo (medido en horas) el número de moles de oxigeno de la habitación que van quedando; y, finalmente, se detiene cuando la cantidad de oxígeno se reduce a la mitad de la inicial.

La imagen siguiente muestra el resultado obtenido cuando los parámetros del problema coinciden con los datos que hemos usado en esta resolución.



La animación y el programa para hacerla correr están disponibles en la página “Web de Materiales para la Enseñanza y la Divulgación de la Física”, de la Sección Local de Alicante de la RSEF
http://rsefalicante.umh.es/fisica.htm