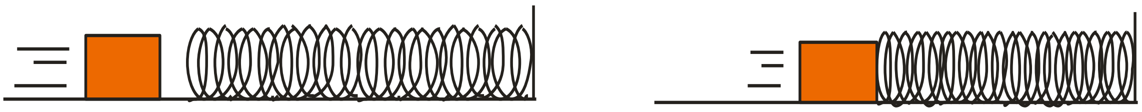
Se lanza un bloque de hierro frontalmente contra el extremo libre de un muelle elástico ideal situado sobre una superficie horizontal lisa y plana, sin ningún rozamiento.



Tras el choque, el bloque sigue moviéndose hacia la derecha, tal y como se observa en la figura adjunta, y mientras esto ocurra, empujará al muelle:

a) Cada vez con más fuerza.
b) Cada vez con menos fuerza.
c) Siempre con la misma fuerza.

Una vez contestada la cuestión anterior, proceded a resolver el problema siguiente y utilizad el resultado obtenido para confirmar o cambiar vuestra respuesta.

Calculad el valor (módulo) de la fuerza que el bloque de la figura anterior ejercerá sobre el muelle en el instante en que su velocidad se haya reducido a la mitad de su valor inicial. ¿Cuál será la longitud del muelle en ese instante?

(Masa del bloque m = 2kg, constante elástica K = 200 N/m, longitud inicial del muelle L_0 = 80 cm, rapidez del bloque en el momento del impacto v_0 = 4 m/s)

Planteamiento cualitativo

Se trata de una situación en la que interviene la fuerza elástica ejercida, en este caso, por un resorte. Si no se hizo anteriormente, se puede mencionar aquí la importancia de este tipo de fuerzas en algunos dispositivos como, por ejemplo, la suspensión de vehículos, desde una simple bicicleta hasta un avión de pasajeros o algunas armas como el arco (de gran importancia para la caza en las sociedades primitivas), la propagación de ondas en medios elásticos, etc.

Si pudiésemos llevar a la práctica el choque descrito en el enunciado veríamos que el bloque, tras el choque continua moviéndose cada vez más despacio comprimiendo al muelle, hasta que llega un momento en que su velocidad pasa por el valor 0, e inmediatamente comienza a retroceder moviéndose cada vez más rápido. Así pues, durante todo este proceso, la velocidad del bloque está cambiando continuamente (hay una aceleración) y, consecuentemente, sobre el bloque debe actuar una fuerza resultante según la horizontal. Dicha fuerza no puede ser otra (recordemos que no hay rozamiento) que la ejercida por el muelle.

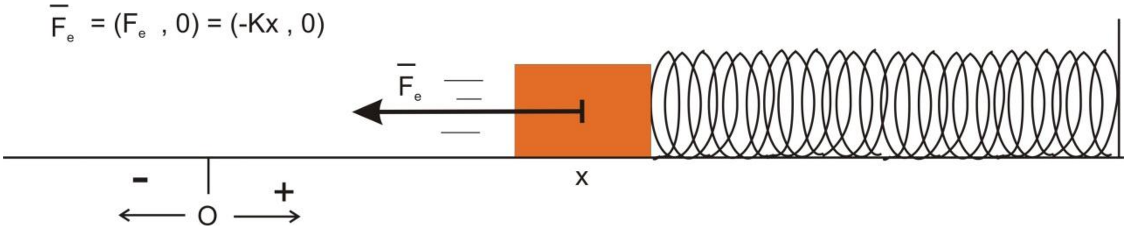
Cuando el bloque choca contra el muelle comienza una interacción entre ambos y, de acuerdo con el principio de acción y reacción, la fuerza que el bloque ejerce sobre el muelle (causante de su deformación) habrá de tener en todo momento el mismo módulo y sentido contrario que la fuerza que el muelle ejerce sobre el bloque (causante de su disminución de velocidad).

Por otra parte, la ley de Hooke nos dice que si el muelle es perfectamente elástico, el módulo de la fuerza que hará sobre el bloque será (mientras dure la interacción) directamente proporcional a la deformación del muelle. En este caso eso significa que cuanto más comprimido esté el muelle, mayor será la fuerza que hará este sobre el bloque y, por tanto, dicha fuerza irá aumentando hasta alcanzar su valor máximo en el instante en que el bloque se para momentáneamente antes de retroceder empujado por el muelle (compresión máxima). De acuerdo con el principio de acción-reacción lo mismo deberá de ocurrirle a la fuerza que el bloque ejerce sobre el muelle, de modo que este razonamiento cualitativo ya nos permite contestar la cuestión propuesta al comienzo: El bloque ejercerá cada vez más fuerza sobre el muelle, mientras lo vaya comprimiendo.

La ley de Hooke se expresa operativamente mediante la ecuación:

$F_e = -K \cdot x$

Donde K es la constante elástica del muelle en cuestión y x es la deformación producida en el mismo. El signo negativo indica que F_e siempre tiene signo contrario que x o, lo que es equivalente, que el vector $\vec{F}_e$ siempre se opone a la deformación (compresión o alargamiento) del muelle. En la figura siguiente se ha representado dicha fuerza en un instante dado. No se han incluido la fuerza peso del bloque ni la fuerza normal ejercida por el plano, puesto que ambas se anulan entre sí.



Podemos formular ahora el problema de una forma más abierta y más general, enunciándolo de la manera siguiente:

Debido a la acción de un bloque lanzado contra el extremo libre de un muelle, este se va comprimiendo. Calculad la fuerza que el bloque ejerce sobre el muelle cuando su velocidad sea “n” veces menor que la velocidad inicial (correspondiente al momento del impacto).

Como condiciones imperantes, supondremos las que se explicitan en el enunciado (rozamiento nulo, muelle perfectamente elástico y sin masa, superficie horizontal).

Hipótesis ¿De qué factores cabe esperar que dependa la fuerza buscada?

En principio, se puede pensar que dicha fuerza va a depender de la velocidad inicial con que impacta el bloque, de su masa, del valor de la constante elástica del muelle y de la velocidad que lleve el bloque en el instante considerado (dada por $v = v_0/n$).

Es posible ir un poco más allá y pensar también que, a igualdad de los restantes factores, el valor F de la fuerza que el bloque ejerce sobre el muelle será tanto mayor, cuanto mayor sea v_0, mayor sea la masa m del bloque, mayor sea el valor de K y mayor sea el valor de “n” (lo que equivale a decir que menor sea el valor de v).

Incluso se puede aventurar algún caso límite hipotético como, por ejemplo, que si n = 1, F = 0 (no habrá habido compresión).

Finalmente, si el planteamiento cualitativo del problema ha sido el adecuado, es posible razonar también que la fuerza que el bloque ejerce sobre el muelle no va (como mucha gente piensa) disminuyendo conforme el bloque avanza[1] y va perdiendo velocidad, sino que, por el contrario, debe ir aumentando, puesto que dicha fuerza ha de tener siempre el mismo valor absoluto que la fuerza elástica ejercida por el muelle sobre el bloque y esta última, de acuerdo con la ley de Hooke, aumenta conforme aumenta la deformación del muelle.

Estrategias de resolución

Dado que se trata de una trayectoria conocida de antemano (eje X de coordenadas), podemos realizar un tratamiento escalar utilizando las ecuaciones de cinemática y dinámica pertinentes. Concretamente, a partir de la Ley de Hooke y de la ecuación fundamental de la dinámica, podríamos expresar la aceleración tangencial del bloque en función de la posición, para después, integrando determinar el valor de la posición en función de la velocidad y, finalmente, el valor de la fuerza que se pide.

Otra posible estrategia (mucho más simple y rápida) sería mediante consideraciones de trabajo y energía, teniendo en cuenta que, dado que el trabajo exterior es 0, la energía mecánica del sistema (bloque-muelle) deberá ser la misma en cualquier instante

Resolución propiamente dicha y análisis del resultado

Mediante la segunda estrategia propuesta, aplicando el principio de conservación de la energía al sistema bloque-muelle (tomando como nivel 0 de energía potencial gravitatoria la propia superficie donde se encuentra) podemos escribir que:

$$Wext = 0 \rightarrow \Delta Ec + \Delta Ep = 0 \rightarrow Ec_0 = Ec + Ep_e \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{K \cdot x^2}{2}$$

Y despejando x:

$$x = \sqrt{\frac{m \cdot (v_0^2 - v^2)}{K}}$$

La expresión anterior nos da el valor de la comprensión del muelle en función de la velocidad a la que se esté moviendo el bloque. Como puede verse, ese valor será máximo, en el instante en que v = 0 (correspondiente a la máxima compresión del muelle). También se puede utilizar esta expresión para justificar el hecho de no considerar (o de desecharlo en caso de que sí se considerase) x como un factor más en las hipótesis que se hicieron ya que x estaba implícita en el resto de factores.

Teniendo ahora en cuenta que F = -Fe = K·x y expresando v como v_0/n, obtenemos:

$$F = \sqrt{k \cdot m \cdot v_0^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}$$

Resolved el problema mediante la primera estrategia propuesta y comprobad que, mediante un tratamiento cinemático-dinámico se llega al mismo resultado.

[1] Se trata de una conclusión consecuencia de la idea alternativa de fuerza como causa del movimiento (de la velocidad) en lugar de la aceleración. Esta idea lleva a pensar que dado que el bloque se mueve cada vez con menor velocidad, deberá hacer también cada vez menor fuerza sobre el muelle.

La actividad anterior permite darse cuenta de la coherencia del cuerpo de conocimientos que constituye la Mecánica, ya que desde distintos bloques de conocimiento es posible llegar a un mismo resultado. Esto es, en cierto modo, equivalente a lo que en la investigación experimental se denominan diseños de aborde múltiple. En cualquier caso, para terminar bastará sustituir numéricamente y operar para obtener el valor de la fuerza F que el bloque ejercerá sobre el muelle en el instante en que su velocidad se haya reducido a la mitad (n = 2):

$$F = \sqrt{200 \cdot 2 \cdot 16 \cdot \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)} \rightarrow \text{ F = 69.3 N}$$

Una parte del análisis, que se puede hacer en muchos casos, es comprobar que no sale un valor numérico absurdo. En este caso, 69.3 N es una fuerza que entra perfectamente como valor lógico dentro de la situación expuesta.

En cuando a la longitud que presente el muelle en ese instante, es evidente que vendrá dada por $L = L_0 - x$, con lo que bastará hallar x y restarla de la longitud inicial. Para calcular x podemos utilizar la expresión anterior (en función de la velocidad) o bien, simplemente, tener en cuenta que, como ya hemos indicado, -Fe = F = K·x. Mediante cualquiera de los dos procedimientos, obtenemos:

x = 0'346 m = 34'6 cm $\rightarrow L = L_0 - x$ = 80 – 34'6 = 45'4 cm

Análisis del resultado

Si analizamos el resultado literal anterior, podemos darnos cuenta de que, además de ser dimensionalmente homogéneo (F en ambos lados), se cumplen las hipótesis consideradas y que F será tanto mayor cuanto (manteniendo el resto de factores considerados constantes) mayor sea el valor de m, mayor sea el valor de v_0, mayor sea el valor de k y mayor sea el valor de n (<u>lo que equivale a decir: menor sea el valor de v</u>).

Este problema es una muestra de cómo incluir el análisis de los resultados obtenidos se puede convertir, en algunos casos, en una valiosa herramienta para cuestionar posibles ideas alternativas como la idea de fuerza como causa del movimiento que en este caso lleva a pensar, a priori, que el muelle ejerce cada vez menos fuerza sobre el bloque, cuando ocurre precisamente todo lo contrario.

En cuanto a los casos límite, en el resultado también se contempla que, por ejemplo, cuando n tiende a infinito (la velocidad del bloque tiende a 0), el valor de F es máximo. También que si m = 0 o bien $v_0 = 0$, o bien K = 0, como es lógico se obtiene F = 0.

Finalmente señalar que el resultado obtenido de esta forma también sirve para aprender nuevos conocimientos. Por ejemplo, que si la velocidad con que el bloque impacta contra el muelle se duplicase, a igualdad de los restantes factores, la fuerza ejercida no se haría el doble, sino el cuádruple.

Nuevas perspectivas

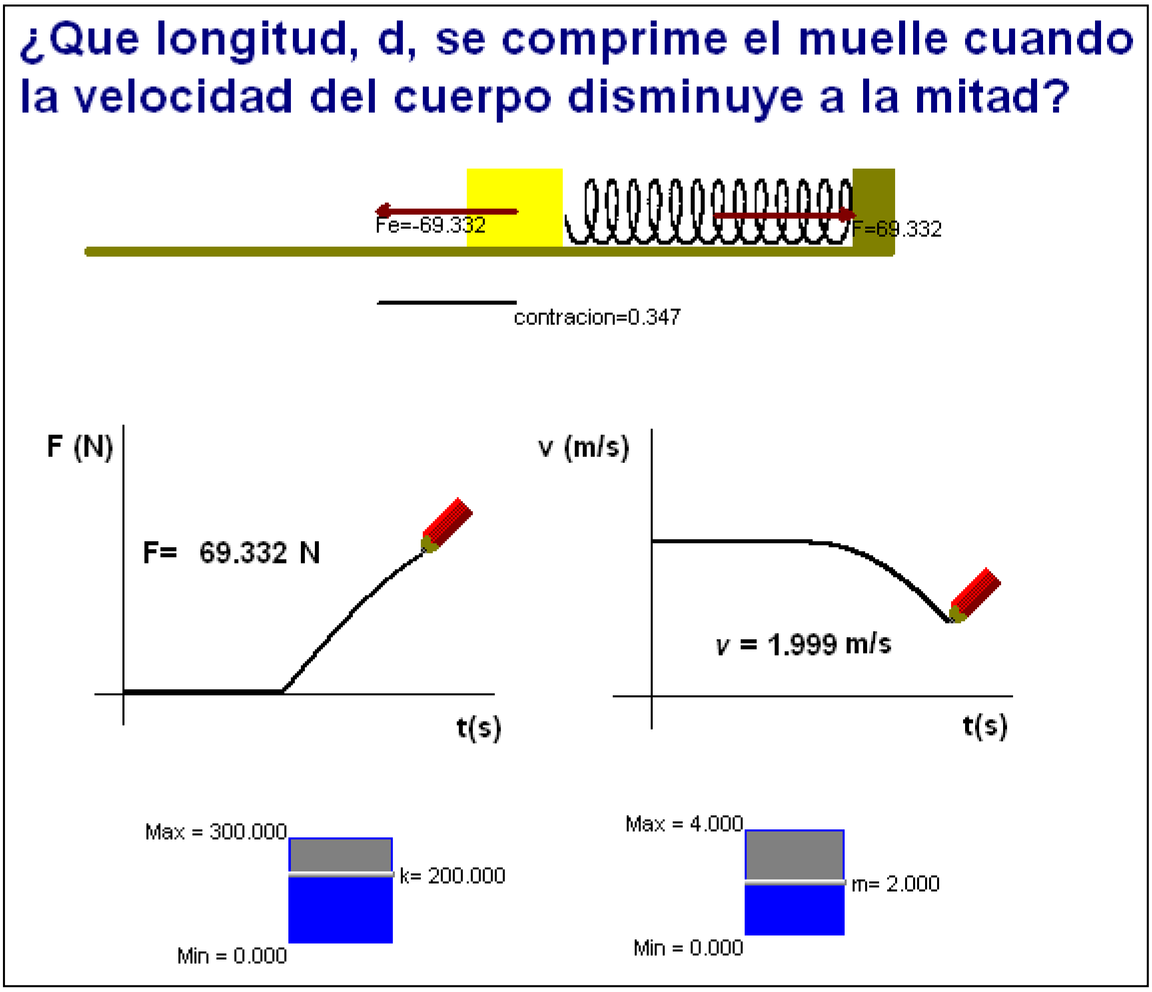
Podríamos ahora aproximarnos a una situación más real considerando el papel del rozamiento existente entre el bloque y la superficie. Naturalmente, en este caso ya no es posible considerar que la energía mecánica se conserva, pero el resultado literal que se obtenga debería tender al obtenido aquí, si se impusiera la condición de que el coeficiente de rozamiento por deslizamiento tendiese a 0.

Resolved el mismo problema y con los mismos datos pero considerando ahora que entre el bloque y la mesa existe rozamiento y que el coeficiente de rozamiento por deslizamiento vale μ = 0'2.

La cuestión propuesta al comienzo de este problema forma parte de un cuestionario utilizado en Jaime Carrascosa Alís (1987) *Tratamiento didáctico en la enseñanza de las ciencias de los errores conceptuales*, página 317. Tesis doctoral, accesible por internet en la plataforma ResearchGate.

Refuerzo

Para reforzar los conceptos implicados en este problema, hemos elaborado una animación *Modellus*, que va representando paulatinamente el movimiento del bloque desde antes de chocar con el muelle, hasta que llega a tener la mitad de su velocidad inicial.. En la pantalla también se van dibujando las gráficas de la posición y de la rapidez del cuerpo (con movimiento uniforme inicialmente y acelerado desde que comienza la interacción cuerpo-muelle) y se representa (y se calcula) en todo instante la fuerza resultante actuando sobre él, así como la longitud que se va contrayendo el muelle. Con objeto de mostrar la evolución de todas estas magnitudes en las dos etapas del proceso (antes y después de que el cuerpo choca contra el muelle), hemos adoptado un sistema de referencia cuyo origen está donde se encuentra el cuerpo 0.12s antes de chocar. Por otra parte también hemos incluido dos controladores manuales con los que los alumnos pueden modificar la constante k del muelle y la masa del cuerpo. La imagen siguiente corresponde al estado final cuando los valores de los parámetros son los que hemos adoptado aquí.



La animación y el programa para hacerla correr están disponibles en la página "Web de Materiales para la Enseñanza y la Divulgación de la Física", de la Sección Local de Alicante de la RSEF
http://rsefalicante.umh.es/fisica.htm