


Primeros pasos con modellus

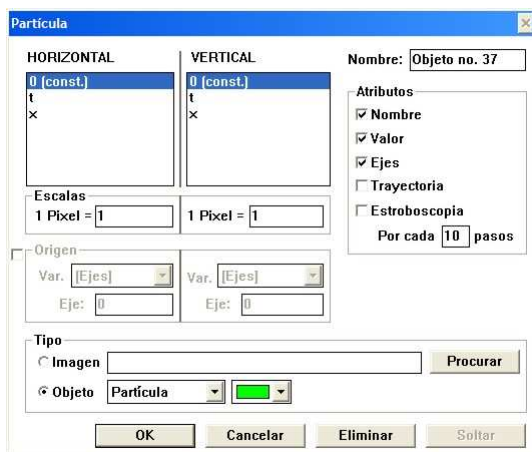
1 El modelo más elemental

Vamos a construir una animación (**Ej1**) que nos permita estudiar el movimiento de un objeto que es arrastrado con el ratón.


1 Abre el programa y en la ventana **Modelo** escribe **x**. Aprieta el botón **Interpretar**.

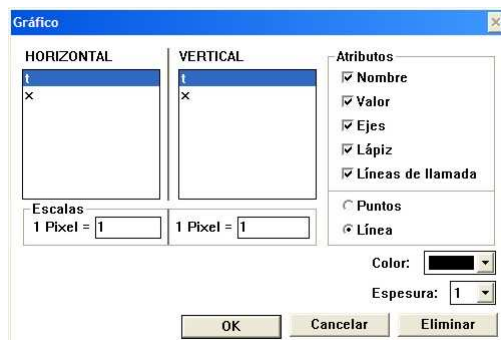
2 Despliega el menú **Ventana** y escoge la opción **Nueva animación**. Aparece una ventana denominada **Animación1**. Maximízala para trabajar más cómodamente.

3 Aprieta el botón **Nueva partícula**  (reproducido a la derecha) Haz clic donde quieras insertar la partícula. Aparece el cuadro de diálogo **Partícula** que reproducimos a continuación



4 Dale nombre y en horizontal escoge **x**. Aprieta **OK**.

5 Aprieta el botón **Crear nuevo trazador**  (reproducido a la derecha) aparece el cuadro de diálogo **Gráfico** reproducido a continuación. Haz clic donde quieras insertar la gráfica.



6 En horizontal deja la variable **t** y en vertical escoge **x**.

7 En la ventana **Control** Haz clic en el botón play ▶ y arrastra el objeto con el ratón. Se genera la gráfica de la posición frente al tiempo.

8 En la gráfica generada el eje temporal está demasiado "comprimido". Haz clic sobre la gráfica con el botón secundario del ratón. Se abre el cuadro de diálogo **Gráfico** (reproducido en **5**). Modifica la escala del eje horizontal para "descomprimir" el eje horizontal. Comprueba el resultado

9 Ahora vamos a hacer que el objeto se pueda mover en dos dimensiones. Despliega el menú **Ventana** y escoge **Modelo** para acceder a la ventana correspondiente. Escribe en una nueva línea **y**. Aprieta el botón **Interpretar**.

10 Haz clic en la partícula con el botón secundario del ratón. Se abre el cuadro de diálogo **Partícula** (reproducido en **3**). En vertical escoge **y**.

11 Puedes insertar un nuevo trazador para que aparezca la gráfica correspondiente al movimiento vertical.

12 Guarda la simulación para posteriores mejoras (IMPORTANTE: Crea una carpeta distinta para guardar cada simulación).

13. Podemos hacer que en vez de la partícula aparezca una imagen. Busca la imagen que quieras utilizar y la copias en la carpeta de la simulación. Si te has instalado va versión inglesa encontrarás imágenes muy útiles en

C:\Archivos de programa\Modellus 2.5\Images

14 Abre la ventana partícula. Aprieta el botón **Procurar**. Busca la imagen en la carpeta.

Un truco para disponer los objetos. Puede que queramos que los dos trazadores de la actividad anterior queden alineados. Para ello lo más cómodo es emplear la rejilla.

1 Apretamos el botón **Configurar rejilla** (reproducido a la derecha). Comprobamos que si movemos cualquier objeto se pega a los vértices de la rejilla.



2 Para cambiar el tamaño de la rejilla apretamos el botón **Configurar fondo** (reproducido a la derecha).



Lanzamiento vertical y oblicuo

Elaboramos un modelo de lanzamiento vertical (**ej2**) y de lanzamiento oblicuo (**ej3**).

1 Abre el programa y en la ventana **Modelo** escribe las ecuaciones generales de un lanzamiento vertical (para instante inicial $t_0 = 0$ s).

$$y = y_0 + v_{oy} \times t + \frac{1}{2} \times a_y \times t^2$$

Aprieta el botón **Interpretar**.

2 Vemos que en la ventana **Condiciones iniciales** aparecen como parámetros **yo**, **voy** y **ay**. Es decir, el programa interpreta como parámetro cualquier letra o agrupación de letras que que no esté definida (no esté antes de un igual)

4 Crea una ventana de animación (menú **Ventana** opción **Nueva animación**). No la maximices todavía: Oculta **Notas y Modelo**, reduce el tamaño de **Condiciones iniciales** y haz **Animación** todo lo grande que puedas.

3 Inserta una nueva partícula, dale nombre (es importante) y en vertical escoge **y**.

5 Si pones en marcha la animación verás que el objeto no se mueve ya que las condiciones iniciales son nulas. Experimenta con diferentes valores. Puedes crear diferentes casos: Despliega el menú **Casos** y escoge la opción **Añadir**. En la parte superior izquierda de la ventana aparecen unos botones que te permiten cambiar de caso.

6 Ahora vamos a representar el vector velocidad. Accede a la ventana modelo y define en una nueva línea la velocidad como la derivada de la posición.

$$v_y = \frac{dy}{dt}$$

Aprieta el botón **Interpretar**.

7 Aprieta el botón **Crear nuevo vector** que se reproduce a la derecha. Mueve al ratón y colócalo sobre la partícula de manera que el curso se transforma en una especie de nudo. Un cuadro pregunta se se desea unir el vector al objeto. Acepta. Se abre el cuadro de diálogo Vector reproducido a continuación.



8 Nombra el vector (velocidad) y en vertical selecciona **vy**. Observa el resultado.

9 Para volver a acceder al cuadro de diálogo del vector tienes que hacer lo siguiente. Haz clic sobre el objeto con el botón secundario. Un cuadro de diálogo te pregunta si quieres editar el objeto. Indica que no. Un nuevo cuadro de diálogo te pregunta si quieres editar el vector. Di que sí.

10 Puedes transformar la simulación en un lanzamiento horizontal:

(a) En Modelo introduce las ecuaciones

$$x = x_0 + v_{ox} \times t$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

(b) Edita la partícula y en horizontal escoge **x**. Edita el vector y en horizontal escoge **vx**.

Trabajar con métodos de control

Vamos a conocer las posibilidades de control que ofrece el programa Modellus. Partiremos de la simulación del lanzamiento vertical (**ej2**) y construiremos una nueva (**ej4**) más real. Introduciremos un elemento que haga de suelo e incorporaremos instrucciones en el modelo para que se detenga cuando el objeto llegue al suelo.

El objetivo de esta actividad es que los alumnos entiendan la importancia que tiene la utilización del lenguaje algebraico. Lo primero que hay que hacer es resolver en general el problema planteado, es decir, determinar la expresión del instante de tiempo en el que el objeto llega al suelo. En la ecuación utilizada

$$y = y_0 + v_0y \times t + \frac{1}{2} \times ay \times t^2 \quad (1)$$

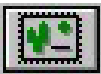
suponemos que el origen de coordenadas está en el suelo ($y=0$) de manera que y_0 representa la posición desde la que se lanza el objeto. Para determinar el instante t_f en el que el objeto llega al suelo debemos resolver la ecuación

$$y_0 + v_0y \times t_f + \frac{1}{2} \times ay \times t_f^2 = 0 \rightarrow t_f = \frac{-v_0y - \sqrt{v_0y^2 - 2 \times ay \times y_0}}{ay} \quad (2)$$

Primero vamos a ver como insertar las imágenes que necesitamos.

1 Busca una imagen que pueda servir de suelo y cópiala en la misma carpeta donde has guardado la simulación del lanzamiento vertical. Te puede servir el archivo *floor.gif* en

C:\Archivos de programa\Modellus 2.5\Imágenes

2 Abre la simulación y aprieta el botón **Importar nueva imagen**  que se reproduce a la derecha. Se abrirá el cuadro de diálogo **Implantador de imagen**. Aprieta el botón **Procurar**. Busca la imagen que vas a emplear como suelo.

3 También puedes asociar una imagen a la partícula siguiendo el procedimiento descrito en el punto 14 del ejercicio *El modelo más elemental*.

4 Utiliza un caso (conjunto de condiciones iniciales) en el que la posición inicial del objeto sea $y_0=0$ para regular la posición del suelo.

Para controlar la simulación utilizamos la instrucción *If() then ()* Se trata de un condicional. Lo vamos a emplear para que la ecuación del movimiento (1) solo sea válida hasta el instante de tiempo t_f en el que el objeto llega al suelo.

1 Abrimos la ventana modelo y escribimos una línea en la que se defina t_f .

2 Escribimos la condición $t \geq t_f$ en el interior del paréntesis que sigue a *If* y la ecuación (1) en el interior del paréntesis que sigue a *then*.

$$\text{if } (t \leq t_f) \text{ then } \left(y = y_0 + v_0y \times t + \frac{1}{2} \times ay \times t^2 \right)$$

3 Puedes comprobar que el objeto se detiene al llegar al suelo en diferentes casos (conjuntos de condiciones iniciales). Pero el vector velocidad sigue cambiando. Es necesario utilizar una condición similar en su definición. ¿Cómo podríamos conseguir que se anulara después de que el objeto llegue al suelo?

4 Puedes hacer el mismo tipo de transformaciones en la simulación del tiro horizontal (**ej3**) para conseguir una simulación más real (**ej5**). ¿Necesitas que el suelo sea más largo? Inserta la misma imagen varias veces.

Transformar un modelo

Es sencillo hacer modificaciones en un modelo preexistente y adaptarlo a nuestras necesidades. En la última simulación de tiro oblicuo (**ej 5**), como en las anteriores, los parámetros con los que se establecía la velocidad de lanzamiento eran las coordenadas del vector velocidad inicial, **vox** y **voy**. Vamos a hacer una nueva simulación (**ej6**) en la que utilizemos como parámetros el valor de la velocidad **vo** (es decir su módulo) y el ángulo de lanzamiento **α** .

1 Abrimos la ventana **Modelo** e introducimos dos nuevas líneas que relacionen los parámetros anteriores con los nuevos.

$$v_{ox} = v_o \times \cos \alpha$$
$$v_{oy} = v_o \times \sin \alpha$$

2 Podemos comprobar que en la ventana **Condiciones iniciales** han desaparecido los antiguos parámetros y aparecen los nuevos: **vo** y **alfa**

Utilizar medidores

En cualquiera de las simulaciones realizadas hasta el momento podemos incluir trazadores para hacer representaciones gráficas de las magnitudes que deseemos. También podemos emplear medidores tanto analógicos como digitales. Vamos a hacer una nueva simulación (**ej7**) a partir de la anterior (**ej6**) e introduciremos diferentes tipos de medidores.

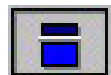
1 Aprieta el botón **Crear nuevo medidor digital** reproducido a la derecha. Haz clic donde quieras colocar el medidor. Se abre el cuadro de diálogo **Medidor Digital** reproducido a continuación.



2 En **Variable** puedes escoger la variable (o el parámetro) cuyo valor quieras visualizar. Por ejemplo **t**. Aprieta **OK** y observa el resultado.

3 Puedes hacer que el medidor describa el mismo movimiento que el objeto. Vuelve a acceder al cuadro **Medidor Digital** (clic con el botón secundario). Selecciona como origen horizontal **x** y como origen vertical **y**. Aprieta **OK**. Coloca el medidor cerca del objeto y observa el resultado.

4 Aprieta el botón **Crear nuevo indicador de nivel** reproducido a la derecha. Haz clic donde quieras colocar el indicador. Se abre el cuadro de diálogo **Barra** que aparece a continuación.



5 Escoge la variable. Por ejemplo **y**. Indica los valores máximo y mínimo del indicador (el máximo debe ser por lo menos 100). Aprieta **OK** y observa el resultado.

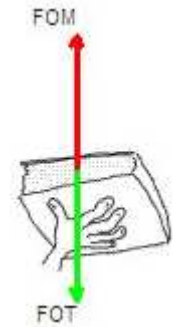
6 El botón **Crear nuevo medidor analógico** reproducido a la derecha funciona de forma similar al anterior. Experimenta con sus diferentes opciones.



Cambiar el valor de los parámetros durante la ejecución de una simulación

Muchas simulaciones las podemos realizar utilizando las ecuaciones del movimiento integradas. Es lo conveniente cuando los alumnos se introducen en el uso del programa. Pero si queremos modificar el valor de los parámetros durante la ejecución de la simulación es mejor utilizar las ecuaciones diferenciales. Dicho así asusta, pero lo único que tenemos que hacer es escribir las definiciones generales de velocidad y aceleración. Vamos a ver cómo se hace esto construyendo una simulación (**ej8**) para que los alumnos jueguen a intentar alzar un objeto con velocidad constante.

Cuando alzamos un objeto, sobre el objeto actúan dos fuerzas. La fuerza con la que la Tierra atrae al objeto, FOT (normalmente llamada peso del objeto) y la fuerza que la mano hace sobre el objeto para levantarlo FOM . La dinámica de la situación dependerá del resultado de la suma de estas dos fuerzas $FT = FOM + FOT$. Si inicialmente el objeto está en reposo, para conseguir que empiece a moverse tendremos que hacer una fuerza mayor que su peso (en valor absoluto) de manera que $FT > 0$, pero si queremos que luego suba con velocidad constante tenemos que conseguir que $FT = 0$, debemos hacer una fuerza que sea exactamente igual que su peso.



1 Vas a escribir el modelo en dos pasos para ver como reacciona el programa al interpretarlo. Primero escribirás la parte dinámica del modelo. Consta de dos líneas.

$$FOT = -m \times g$$

$$FT = FOM + FOT$$

En la primera línea se ha definido el peso del objeto en función de su masa m y la intensidad del campo gravitatorio g (valor aprox en la superficie de la Tierra 10 m/s^2) y en la segunda se define la fuerza total que actúa sobre el objeto. Al apretar **Interpretar** en la ventana **Condiciones iniciales** se observa que el programa reconoce a m , a g y a FOM como **Parámetros** del modelo.

2 Ahora escribirás la parte cinemática del modelo. Son dos líneas

$$\frac{de}{dt} = v$$

$$\frac{dv}{dt} = a$$

Es importante escribir la derivada de la posición y de la velocidad antes de la respectiva igualdad ya que queremos definir la posición y la velocidad.

La primera es la definición de velocidad y la segunda la definición de aceleración. Al apretar **Interpretar** en la ventana **Condiciones iniciales** se observa que el programa interpreta que necesita valores iniciales de e y de v .

3 Por último en el modelo debemos escribir la ecuación que relaciona la parte cinemática con la dinámica

$$a = \frac{FT}{m}$$

El programa interpreta que definimos la aceleración.

4 En nuestra simulación queremos partir de la situación de equilibrio en la que la mano sujeta el libro y lo mantiene en reposo. Si escogemos una masa de 10 kg y establecemos como intensidad del campo gravitatorio $g = -10 \text{ m/s}^2$ la fuerza que la mano hace sobre el objeto deberá ser $FOM = 100 \text{ N}$.

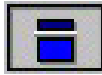
5 En la ventana de animación crea una partícula. En **vertical** escoge **e**. Si lo deseas utiliza el dibujo *mano.gif* que puedes descargar del curso.

6 Crea dos vectores unidos al objeto, uno para representar FOM y otro para representar FOT .

7 Crea un trazador para representar la velocidad.

8 Pon en marcha la simulación. El objeto no se mueve ya que se encuentra en una posición de equilibrio. A continuación introduciremos elementos en la simulación que nos permitirán modificar el valor de la fuerza que hace la mano para que el objeto se mueva.

9 Crea un indicador de nivel (con el botón reproducido a la derecha) y asóciate como variable FOM. Establece en **Límites / Max:** 200.



10 Pon en marcha la simulación. Mediante el indicador de nivel puedes utilizar el ratón para modificar el valor de la fuerza que hace la mano sobre el objeto. Observa el resultado.

Cambiar el tamaño de las imágenes

Hacer una simulación de una partícula oscilando es muy sencillo. Pero es más complicado introducir la imagen de un muelle que se estire y se encoja (**ej9**).

1 Un modelo de oscilación se puede escribir rápidamente con la ecuación

$$y = A \times \sin(w \times t + fi)$$

Tras apretar el botón **Interpretar** el programa identifica **A**, **W** y **fi** como parámetros.

2 Crea una partícula en una ventana de animación y en vertical asóciate la variable **y**.

3 En la ventana **Control** aprieta el botón **Opciones** y en el apartado **Ángulos** escoge la opción **Radianos**.

4 En la ventana **Condiciones iniciales** cambia el valor de los parámetros y estudia el efecto de cada uno de ellos.

5 Para regular la longitud del muelle deberemos introducir una nueva variable **lm**. La definimos en la ventana de modelo con la línea

$$lm = l_0 - y$$

6 Aprieta el botón **Interpretar**. El programa identifica **l0** como un nuevo parámetro. Representa la longitud del muelle sin estirar. Asignale el valor que quieras (por ejemplo 200)

11 Para facilitar el juego vas a hacer que aparezca la fuerza total al lado del objeto. Crea un vector cerca del objeto sin unirlo al objeto. En el cuadro de diálogo **Vector**, en **Vertical** escoge **FT** y para que el vector acompañe al objeto escoge como origen vertical la variable **e**

7 No se puede regular la longitud del muelle sin regular su anchura. Necesitamos una variable para ello. En el modelo escribimos la variable sin definición.

am

8 Tras apretar el botón **Interpretar** el programa identifica que hay un nuevo parámetro. **am**. Dale el valor que quieras (por ejemplo 25)

9 Copia en la carpeta de la simulación una imagen de muelle vertical que puedes encontrar en

C:\Archivos de programa\Modellus 2.5\Imágenes

10 Utiliza el botón reproducido a la derecha para importar la imagen en la ventana de animación. En el cuadro de diálogo **Implantador de imagen**, en **horizontal** escoge **am** y en **vertical** escoge **al**. Además en **Origen** establece como origen vertical **y**. Por último en **Variación** escoge **Dimensión**.



11 Coloca el muelle de manera que su extremo coincida con el objeto oscilante y comprueba el efecto.