

Encuentro Latinoamericano

sobre enseñanza de las matemáticas,
de las ciencias y uso de las TIC



24, 25 y 26 de Noviembre del 2004 - Campus Monterrico

Diseño y Elaboración de Simulaciones Físicas Interactivas

Modellus™ 2.5

Authors:
Vitor Duarte Teodoro, João Paulo Duque Vieira
Filipe Costa Clérigo
Faculty of Sciences and Technology
Nova University, Lisbon, Portugal
© FCTUNL, version 2.5 (2002)
© FCTUNL and Knowledge Revolution, version 1.0 (1997)
Thanks to George Birbilis (version 2.5)

*Interactive Modelling
with Mathematics*

Newton's Law of Universal Gravitation
 $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

Acceleration Components

 <http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus> modellus@mail.fct.unl.pt

Advancing Physics  <http://post16.iop.org/advphys>

Manual de trabajo

Hugo Vizcarra
pcmahviz@upc.edu.pe

MODELLUS

Introducción

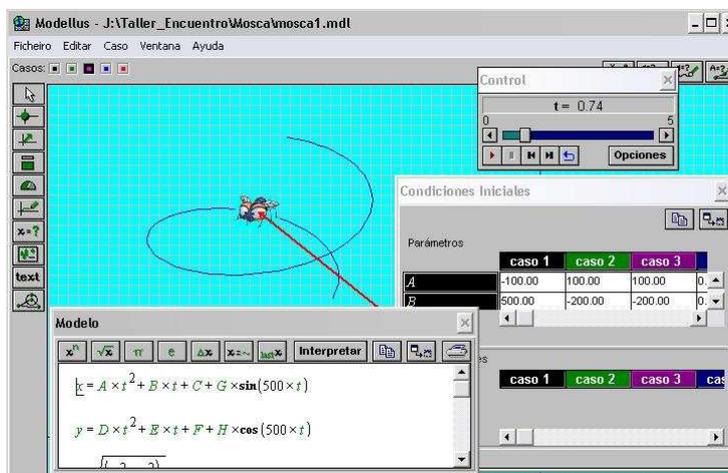
Modellus es una herramienta orientada a la simulación y modelación de sistemas válida para el estudio de diversas materias dentro de los currículos de Educación Secundaria, Bachillerato y Formación Profesional. Sus autores la han concebido como instrumento de apoyo en el aula y con ese objetivo es con el que se explica su funcionamiento y uso para profesores y alumnos.

Modelo matemático.

Sabemos que los diversos fenómenos que se estudian en las materias del área de ciencias pueden explicarse y representarse mediante su modelo matemático. Este modelo recogerá el comportamiento del sistema tanto en su aspecto temporal (evolución a lo largo del tiempo) como en su aspecto puramente matemático (cálculo de valores). Modellus está orientado a los modelos temporales de tal manera que con él se puede estudiar el comportamiento dinámico de los distintos sistemas. Este comportamiento se podrá estudiar mediante la simulación en distintos escenarios “casos” en cada uno de los cuales cada uno de los parámetros o constantes del modelo pueden ser modificados. Tal sería el caso del estudio de la caída de un cuerpo en distintos planetas del sistema solar con distintas fuerzas de gravedad, o el comportamiento de un muelle con distintas constantes de elasticidad. La modelación de cualquier fenómeno o sistema se apoya en la observación de los fenómenos que lo caracterizan, razón por la cual, en la medida que podamos reproducir esos fenómenos y experimentar con ellos podremos comprender con más claridad el modelo. El estudio del modelo se realizará siempre en orden creciente de complejidad de tal forma que en una primera fase se tendrán en cuenta los aspectos más relevantes para posteriormente derivar hacia un modelo más perfecto a través de un método de “refinamiento”.

Estructura Básica de Modellus.

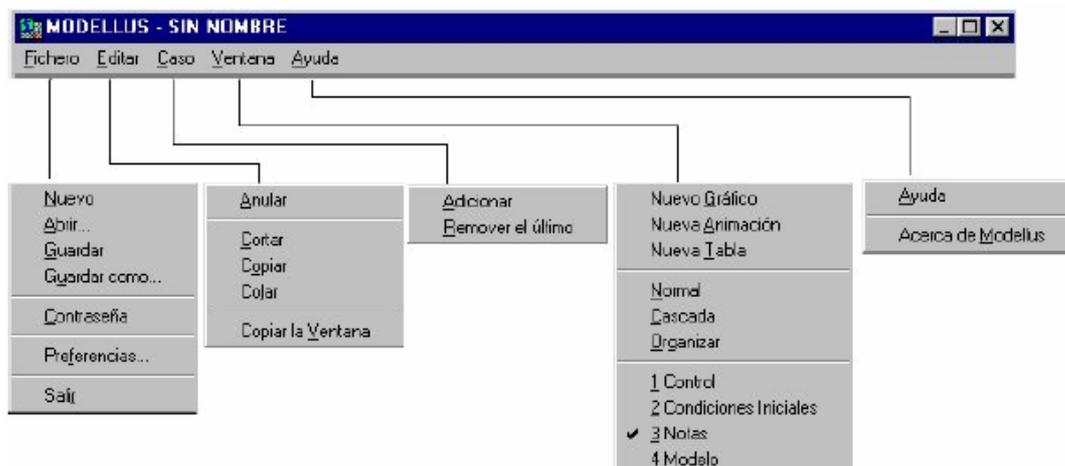
Modellus presenta un entorno muy “amigable” basado en una serie de ventanas, cada una de las cuales recoge o muestra una serie de informaciones muy concretas. En la figura vemos una imagen del entorno.



Por ser una aplicación que trabaja en Windows aprovecha todas las ventajas del entorno y esto facilita su manejo.

Menú de Modellus:

El menú que presenta el entorno consta de cuatro opciones principales: *Fichero*, *Editar*, *Caso*, *Ventana* y *Ayuda*.



Fichero

En esta opción se pueden realizar las siguientes acciones:

- **Nuevo** Crear un nuevo modelo.
- **Abrir** Abre un modelo ya creado.
- **Guardar** Guarda el modelo.
- **Guardar Como** Guarda el modelo con otro nombre.
- **Contraseña** Asigna una clave al modelo de tal manera que no se puedan modificar los datos de las ventanas de animación y modelo.
- **Preferencias** Configurar ubicación de los archivos.
- **Salir** Salir del programa.

Editar

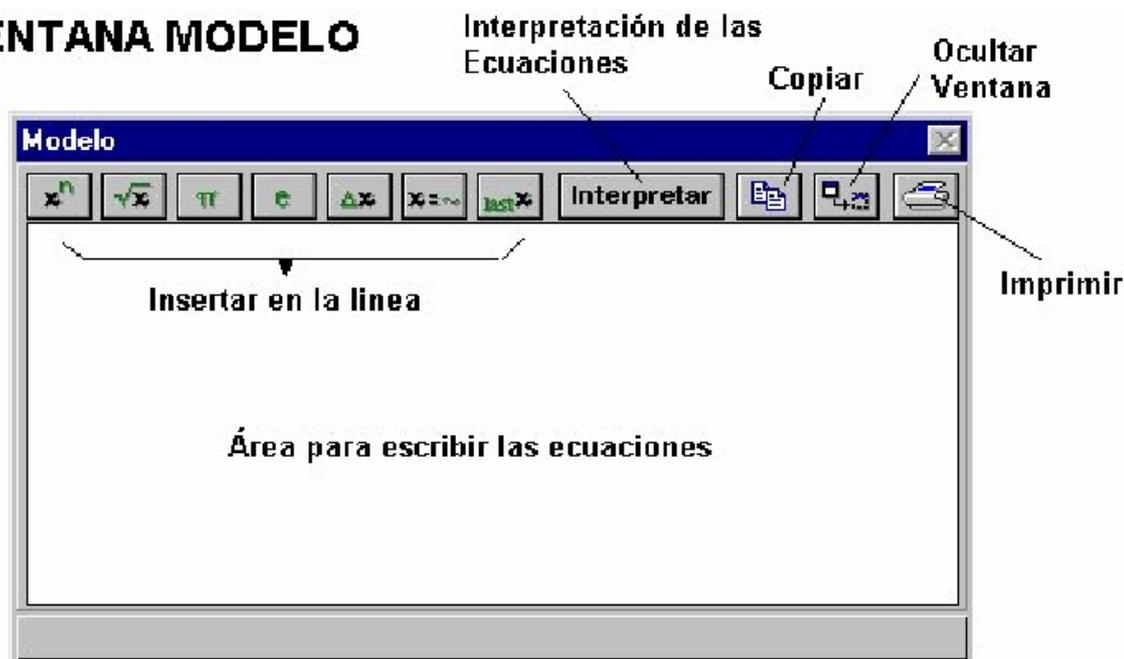
En esta opción se pueden realizar las siguientes acciones:

- **Anular** Anula la última operación de edición realizada.
- **Cortar** Permite cortar el objeto seleccionado y lo coloca en el Portapapeles.
- **Copiar** Copia el objeto seleccionado al portapapeles.
- **Colar (pegar)** Pega el contenido del portapapeles.
- **Copiar la Ventana.** Copia el contenido de la ventana en el portapapeles.

VENTANA DE MODELO:

Una vez iniciada la aplicación, es necesario escribir las ecuaciones que gobernarán el fenómeno a simular. Estas ecuaciones se escriben en la ventana modelo.

VENTANA MODELO



Al escribir las ecuaciones es necesario tomar en cuenta ciertas normas de sintaxis.

Sintaxis de los modelos:

La entrada de un modelo en Modellus es casi como la escritura de ecuaciones matemáticas en el papel.

Operadores matemáticos

La siguiente tabla muestra cómo escribir los operadores de suma, substracción, multiplicación, y división:

Para	Escriba
Sumar	+
Restar	-
Multiplicar	*
Dividir	/

Escribiendo fracciones

Para escribir una fracción, escriba el numerador seguido del carácter (/), y después escriba el denominador. Por ejemplo, escriba (2*P)/T para la fracción:

$$\frac{2 * P}{T}$$

Si el numerador o denominador es una expresión, escribirla entre paréntesis.

Usando la paleta de herramientas

El uso de la paleta de herramientas facilita la introducción de las ecuaciones en la ventana de Modelo. A continuación se muestra una tabla con todas las opciones de la paleta de herramientas.

<i>Para poner</i>	<i>Presionar</i>	<i>O escribir</i>	
Exponente		^	
Raíz Cuadrada		#	
$\pi = 3.14159\dots$		\$	
$e = 2.71818\dots$		E	
Incremento x		%	Requiere una variable, no una expresión.

VENTANA DE CONTROL

Es una ventana pequeña que contiene los controles de la animación.



En esta ventana se encuentran los siguientes botones de control:

Simular o **detener** la simulación.

Terminar la simulación.

Reiniciar el modelo, ir al principio sin perder los valores calculados.

Saltar al último valor calculado del modelo.

Repetir  la simulación del modelo.

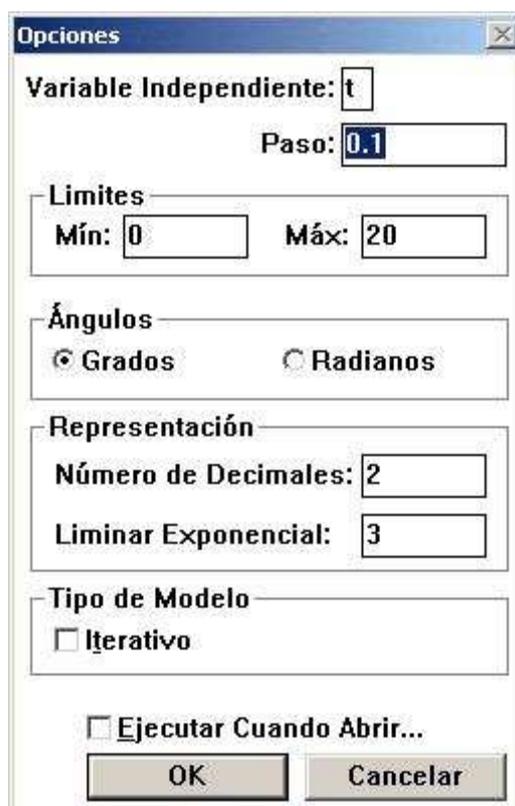
Lee $t = 9.30$ el actual valor de la *variable independiente* y los límites de su dominio.

Muestra  el valor actual de la *variable independiente* y chequea visualmente el progreso de esta variable.

Ir **atrás**  o **adelante**  un simple paso.

Acceder a **Opciones...** caja de diálogo:

Pulsando en el botón de opciones aparece la siguiente ventana:



La imagen muestra una ventana de diálogo titulada "Opciones". Dentro de la ventana, hay varios campos de entrada y opciones:

- Variable Independiente:** un campo de texto con el valor "t".
- Paso:** un campo de texto con el valor "0.1".
- Límites:** dos campos de texto, "Mín:" con el valor "0" y "Máx:" con el valor "20".
- Ángulos:** dos botones de radio, "Grados" (seleccionado) y "Radianos".
- Representación:** dos campos de texto, "Número de Decimales:" con el valor "2" y "Liminar Exponencial:" con el valor "3".
- Tipo de Modelo:** un botón de opción "Iterativo" que no está seleccionado.
- En la parte inferior, un botón de opción "Ejecutar Cuando Abrir..." que no está seleccionado.
- En la parte inferior, dos botones "OK" y "Cancelar".

Variable independiente: Por defecto es "t" pero puede cambiarse por otra cualquiera del modelo.

Paso: Indica el valor del paso en la simulación.

Límites: Permite la modificación de los límites mínimo (**Min.**) y máximo (**Max.**) del tiempo de simulación.

Ángulos: Permite poner los valores de los ángulos en grados o en radianes.

Representación: Permite seleccionar el número de decimales de precisión en los cálculos (numero de decimales) así como el valor el de exponenciales.

Tipo de modelo: En ésta ventana seleccionamos si el modelo es iterativo o no, es decir si la simulación dependerá de una variable o simplemente será el cálculo repetido (**iterativo**) un determinado número de veces.

Ejecutar cuando abrir: Cuando esta habilitada esta opción nada mas abrir el fichero se ejecuta la simulación.

VENTANA DE CONDICIONES INICIALES

En esta ventana estarán los parámetros o condiciones iniciales que requiera el modelo. Esta ventana aparece cuando se escribe el modelo y se pulsa el botón interpretar. Es posible tener hasta 5 juegos diferentes de condiciones iniciales (casos), cada uno de los posibles casos, que nosotros podremos añadir en el estudio del modelo, no son otra cosa que distintos escenarios para aplicar a las mismas ecuaciones. Esto nos permitirá poder estudiar el modelo cambiando a nuestro gusto distintos parámetros.



The screenshot shows a window titled 'Condiciones Iniciales' with a table of parameters. The table has four rows labeled $A1$, $f1$, $A2$, and $f2$, and three columns labeled 'caso 1', 'caso 2', and 'caso 3'. Below the table, there are three buttons labeled 'caso 1', 'caso 2', and 'caso 3'.

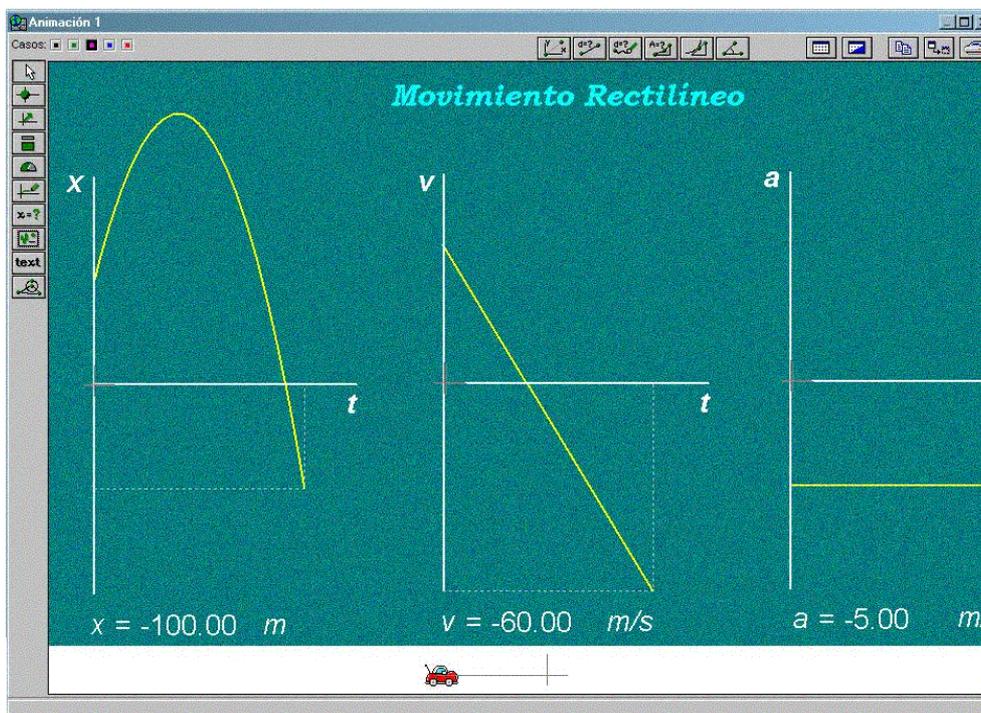
Parámetros	caso 1	caso 2	caso 3
$A1$	6.00	6.00	6.00
$f1$	3.00	3.00	3.00
$A2$	4.00	4.00	4.00
$f2$	2.00	2.00	2.00

Cada uno de los casos que nosotros establezcamos en la simulación tendrá la posibilidad de verse en la ventana de "animación" bastará con seleccionarlo de entre los que aparecerán señalados en la parte superior izquierda de la ventana, y esto ocurrirá en las ventanas de "tabla" y "gráfico" teniendo en cuenta que en la ventana de "gráfico" pueden coexistir los gráficos de cada uno de los casos con el fin de poder ver las distintas curvas superpuestas.



VENTANA DE ANIMACIONES.

Esta es la a ventana donde es posible animar el modelo, es decir, establecer relación gráfica entre aquellas variables del fenómeno modelado o animar de movimiento a una partícula según el modelo. En la figura vemos la estructura de esta ventana de “animación” mostrando un ejemplo de movimiento.



El tamaño y posición de esta ventana, al igual que el resto se puede modificar colocando el puntero en los bordes y estirando hacia dentro o hacia fuera o manteniendo pulsado y moviendo en el caso de cambiar la posición.

Los botones de la parte superior  se usan para realizar mediciones sobre las imágenes (GIF o BMP) o **videos** (AVI), que pueden colocarse en el fondo, con el botón fondo , el rayado (grid) puede mostrarse u ocultarse mediante el botón . Pulsando sobre el botón de fondo puede definir el espaciado del gris y su color así como el color del fondo de la pantalla.

Añadiendo objetos

Para colocar objetos en la ventana de animación se deberá usar la barra de botones del lado superior izquierdo de la ventana de animación. Cuando situamos el ratón sobre uno de los botones, aparece un texto de ayuda en la parte inferior de la ventana. Modellus por defecto tiene activado el botón de Edición , excepto cuando seleccionemos otro botón.

Para agregar un objeto, se debe pulsar en el botón correspondiente. Después moverse a la posición en donde se desea colocarlo en la pantalla de animación, el indicador cambia a +, junto con un cuadro de la herramienta usted está usando. En cuanto se pulse el botón izquierdo del ratón se fijará el objeto en esa posición y Modellus cambiará al botón de Edición y desplegará la ventana de diálogo de dicho objeto para que se puedan seleccionar sus propiedades. En la ventana correspondiente se podrán, especificar las propiedades (tales como variable, color o tipo) para el objeto que acaba de añadir. Cuando se pulsa **OK** o **Cancel**, el objeto aparece en la Ventana de Animación.

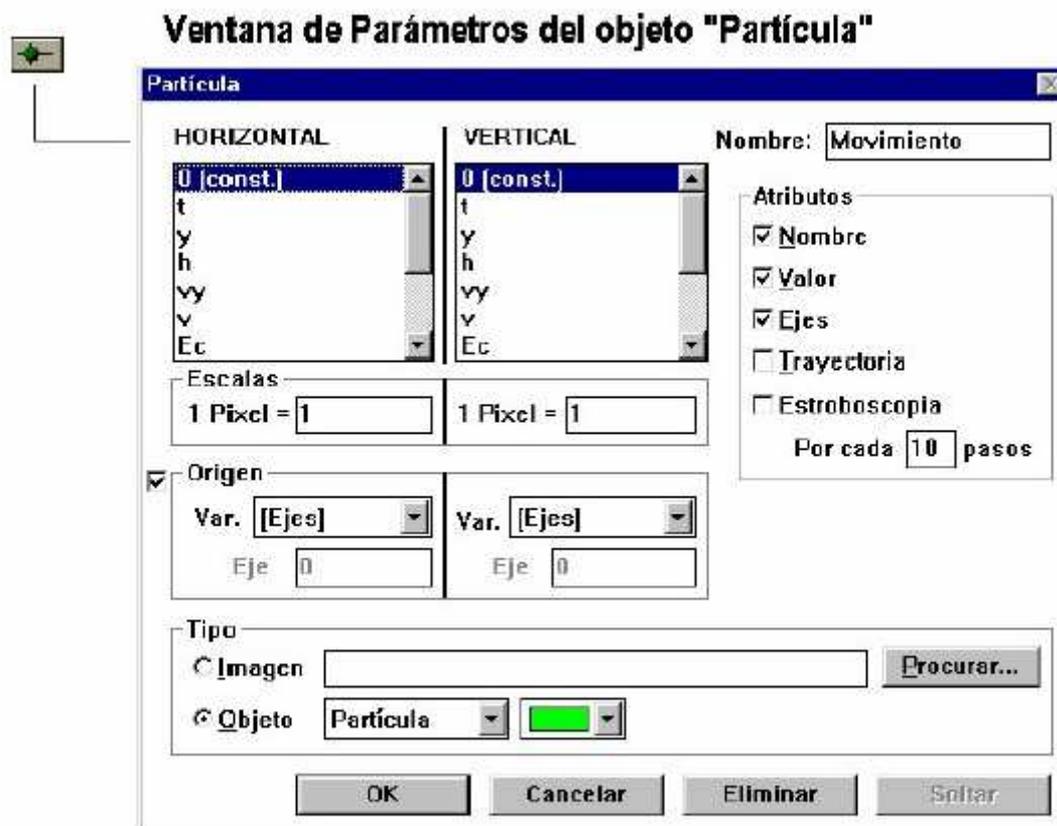
A continuación se muestra una tabla en la que se pueden identificar cada uno de los botones que representan un determinado objeto.

Use esta herramienta	Para añadir
Partícula 	Imagen, bola (partícula), rectángulo, o referencia
Vector 	Vector con o sin flecha resultante o componentes
Indicador de Nivel 	Barra Horizontal o Vertical
Medidor Analógico 	Aguja, reloj, o medidor circulo completo
Trazador 	Realiza el trazado interactivo de líneas o puntos
Medidor Digital 	Medidor digital, mostrado o no el nombre de la variable
Importar imagen 	Importa imagen en formato BMP o GIF
Texto 	Texto con el color, fuente, estilo y tamaño especificables
Objeto Geométrico 	Líneas y figuras tales como círculos y polígonos



Elemento gráfico "Partícula".

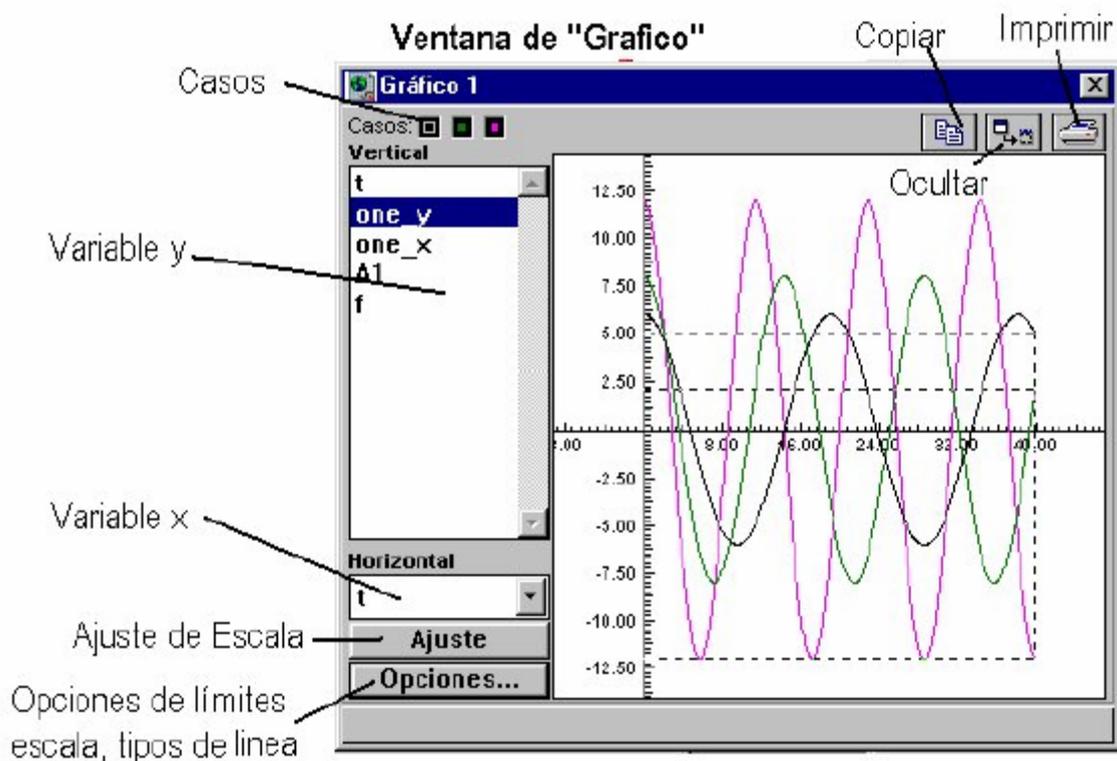
Este elemento permite asociar el movimiento de un elemento gráfico (bola, rectángulo o cruz) o un dibujo que nosotros elijamos, mediante las coordenadas "x" e "y" a dos variables del modelo con el fin de poder moverse el objeto elegido de acuerdo a la trayectoria descrita por las dos variables designadas a cada eje.



En esta ventana se configuran los parámetros del movimiento de la partícula insertada. Se puede configurar que la partícula se mueva horizontalmente, verticalmente o en el plano, se puede especificar que muestre la trayectoria, se puede cambiar el color de la partícula o asignarle una imagen.

VENTANA DE GRÁFICO

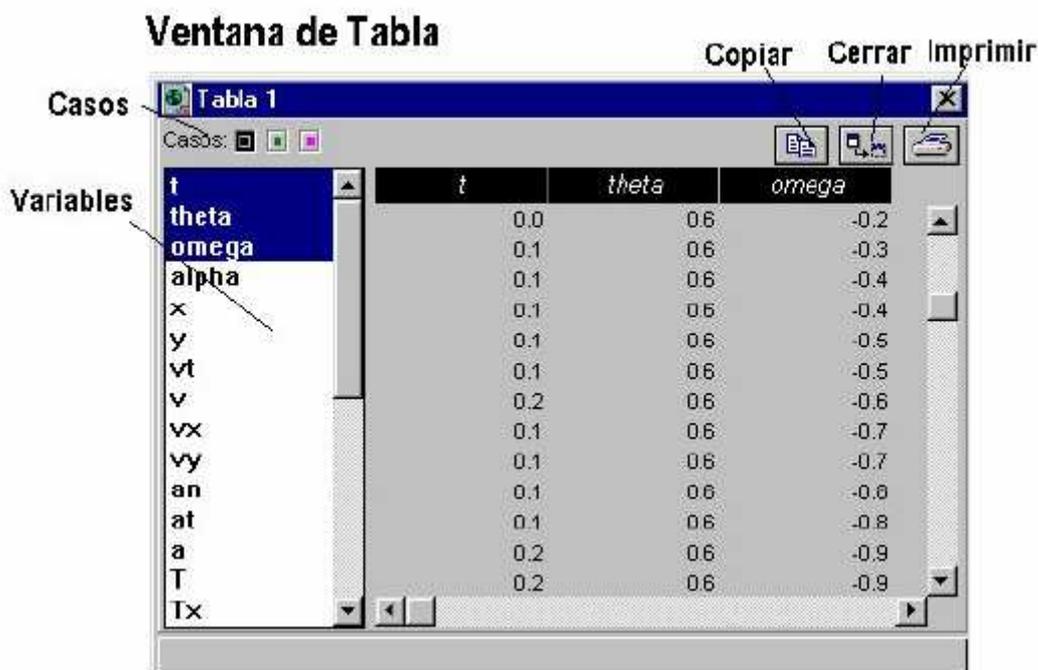
Mediante esta ventana podemos realizar representaciones gráficas en ejes de coordenadas (XY) de las variables que queramos y para los casos que hayamos definido mediante la opción del menú **"Casos"**. En la figura vemos la ventana de "gráficos" y en ella se pueden distinguir el área de representación en donde se dibujan los gráficos y a la izquierda aparecen las ventanas de las variables.



Obsérvese que la ventana de la variable "x" permite seleccionar una sola variable que se asociará al "eje x", sin embargo al eje de las "y" se pueden vincular varias variables, esto significa que podremos trazar varias gráficas superpuestas en la misma ventana. Para seleccionar varias variables se hace pulsando la tecla "Control" o "Shift" y señalando con el cursor del ratón a la vez que pulsamos el botón izquierdo de éste.

VENTANA DE TABLA

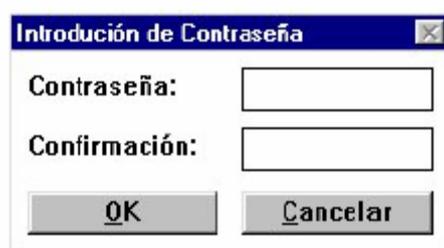
En numerosas aplicaciones será necesario realizar una tabla con los valores de las variables, esta posibilidad nos la brinda la ventana de “tabla” que sencillamente permite la creación de tablas con tantas variables como seleccionemos en la ventana de la izquierda simplemente pulsando las teclas “Control” o “Shift” a la vez que señalamos con el ratón (tecla izquierda) sobre éstas. Estas tablas se pueden imprimir pulsando el correspondiente botón **Imprimir** que aparece en la esquina superior derecha de la ventana junto al botón de **Cerrar**.



PROTECCIÓN DE LOS TRABAJOS

Mediante la opción **Contraseña** dentro del menú de “Fichero” podremos conseguir proteger el trabajo, de tal manera que, quién realice las simulaciones solo le estará permitido ver los resultados pero **nunca modificar la ventana “Modelo” o la ventana Animación ni podrá modifica ni crear ventanas de “gráficos” o “tablas”**.

Cuando activamos por primera vez ésta opción aparece una ventana como la de la figura en la que se nos pide el Password y la Confirmación, es decir debemos escribir dos veces, una en cada ventana, el password (clave).



Si un modelo está protegido con password y queremos editarlo debemos pulsar la opción password y escribir en la ventana que se nos muestra el password adecuado.

Problema 1

Dos partículas A y B que se mueven sobre el eje x se dirigen al encuentro. En el instante $t = 0$ s, la partícula A pasa por la posición $x = 4,0$ m dirigiéndose hacia la izquierda con rapidez de $2,0$ m/s, mientras que B pasa por $x = -2,0$ m moviéndose hacia la derecha con rapidez de $4,0$ m/s.

- Representar las trayectorias de las partículas A y B en el periodo de tiempo comprendido entre $t = 0$ s y $t = 5,0$ s .
- Realizar los gráficos posición versus tiempo de los objetos A y B.
- Determine el instante de tiempo en que las partículas se encuentran.
- Determine los instantes en que las partículas pasan por la posición $x = 0$ m .
- Describir el movimiento de cada coche A y B.

SOLUCIÓN

Con la información dada en el ejercicio se puede plantear las ecuaciones de movimiento y resolver el problema.

$$x_A = 4,0 - 2,0 t$$

$$x_B = -2,0 + 4,0 t$$

Actividad Con *Modellus*

- Ejecutar el programa Modellus.
- Crear el modelo (ventana Modelo).
- Crear una tabla de resultados (ventana Tabla).
- Ejecutar el modelo (ventana de control).
- Crear un gráfico (ventana Gráfico).
- Crear una animación del modelo haciendo uso de la ventana de Animación.
- Realizar algunas modificaciones en los atributos de la animación.
- Interpretación de resultados.

1. Ejecutar el programa *Modellus*.

2. Crear el modelo

- Escribir en la ventana Modelo las dos líneas que representan las ecuaciones de las partículas A y B:

$$x_A = 4,0 - 2,0 t$$

$$x_B = -2,0 + 4,0 t$$

Donde x_A y x_B son las variables dependientes y t es la variable independiente.



- Pulsar el botón **Interpretar** para que Modellus verifique las ecuaciones y detecte si existe algún error sintáctico (siempre que se modifiquen las ecuaciones será necesario interpretar el modelo).
- Activar el botón **Opciones** en la ventana de **Control**. Aparecerá una caja de diálogo y en ella se colocaran los límites de la simulación. En nuestro caso la variable independiente t variará entre 0 y 5,0 tal como se nos ha dicho en el enunciado de la actividad.

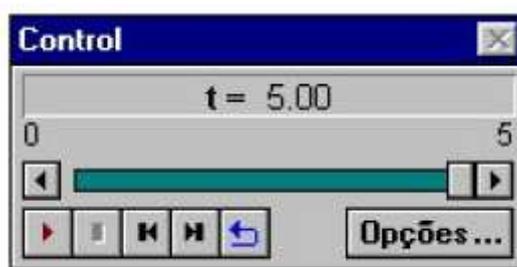
3. Crear una tabla en la ventana Tabla.

- Escoger Nueva Tabla en el menú Ventana.
- En la tabla seleccione con la ayuda del ratón y la tecla Shift las variables t , x_A e x_B arrastrando el ratón sobre ellas.
- La posición de la tabla así como su tamaño se podrá modificar con la ayuda del ratón situándose en la barra de título de la ventana y arrastrando o en los bordes de la ventana y moviendo respectivamente.

	t	x_A	x_B
x_A	0.00	4.00	-2.00
x_B	0.10	3.80	-1.60
	0.20	3.60	-1.20

4. Ejecutar en modelo mediante la ventana de Control.

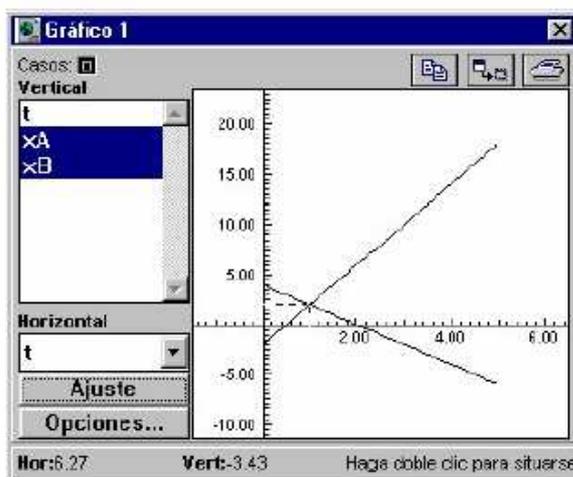
- Pulsar el botón de inicio de simulación de la barra de control para iniciar la simulación del modelo.
- En la barra de desplazamiento de la ventana se observa el transcurso del tiempo (variable t) a la vez que se mueve el curso de dicha barra.
- Probar a ejecutar el modelo utilizando los botones Parar, Suspender, Continuar, etc.



- Los valores de las variables dependientes se pueden ver en la **Tabla1**.

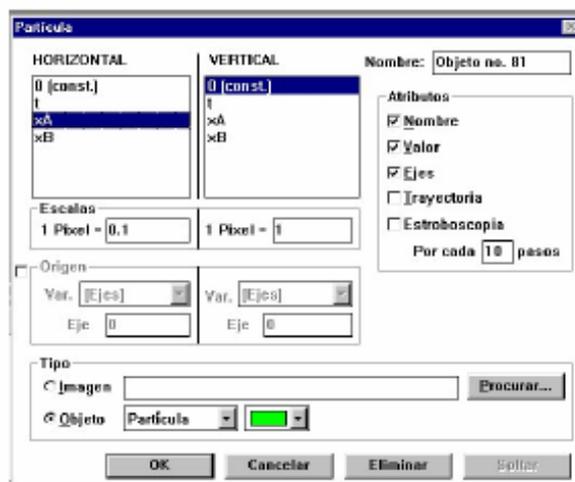
5. Crear un gráfico en la ventana de Gráfico.

- En el menú Ventana se selecciona Nuevo Gráfico.
- En la ventana Gráfico 1 seleccionar con ayuda del ratón y la tecla Shift las variables x_A e x_B para y e t para x .
- Colocar las ventanas Tabla1 y Grafico1 de tal manera que se pueden ver bien en la pantalla.
- Ejecutar el modelo del mismo modo que hicimos en los anteriores apartados.
- Pulsar el botón Ajustar de la ventana Gráfico 1 para ajustar las escalas. Observe como se altera el gráfico con el fin de mostrarlo íntegramente en la ventana
- Pulsar en el botón Opciones de la ventana Gráfico1 con el fin de experimentar las posibilidades de cambio de escala en los ejes.

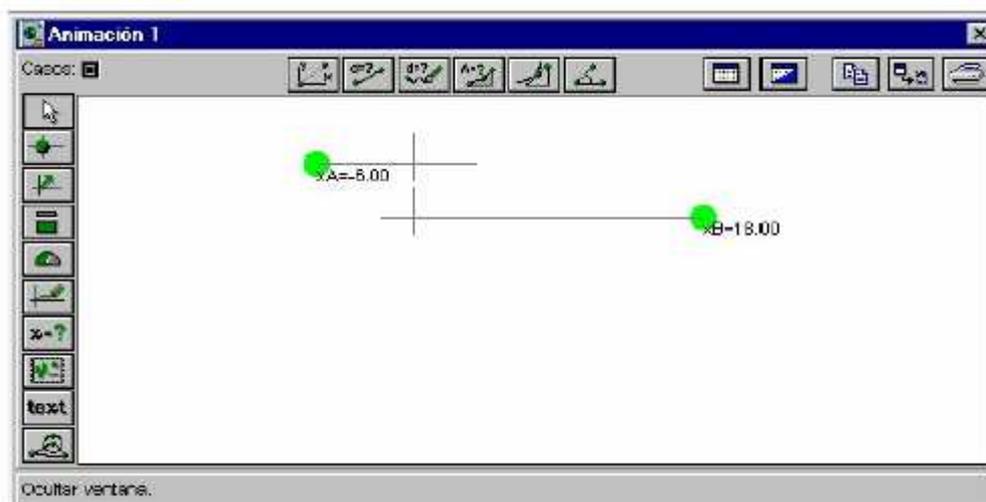


6. Crear una animación en la ventana Animación.

- En el menú Ventana seleccionar Nueva Animación.
- Seleccione el objeto Partícula (segundo botón de la columna de la izquierda) y colóquelo en el área de trabajo de la ventana.
- Aparecerá la caja de dialogo de los parámetros del objeto y deberá cumplimentar con los valores que aparecen en la figura siguiente.



- Repetir los procedimientos anteriores para la partícula B.
- Situar la ventana en un modo que se pueda ver bien la animación.
- Ejecutar el modelo y observar la pantalla de animación.



7. Modificar atributos y escala de coordenadas en los cuerpos.

- Pulsando con el botón derecho sobre las partículas A o B se despliegan las ventanas de parámetros y en ellas se pueden modificar valores como Escalas, Estroboscopia, Ejes, Valor, etc..

8. A la vista de los resultados obtenidos en el proceso podemos deducir las respuestas a las preguntas que se nos plantaban en el problema.

El punto en el que se cruzan los objetos en sus trayectorias se puede averiguar de varias formas:

- Mediante el Grafico1 moviendo el cursor de la ventana de control vemos como se mueven las líneas punteadas en el gráfico y comprobamos que se cortan las trayectorias en el punto en el que $t = 1,0$ s.
- Mediante la Tabla1 también podemos verificar el valor de t en el que x_A y x_B son iguales y se cumple que es en el caso de $t = 1,0$ s .
- Finalmente mediante la ventana de Animacion1 se deduce que las partículas A y B se cruzan cuando los valores (indicados debajo de ellas) son $x_A = x_B = 2,0$ m .

Los instantes de tiempo en que las partículas cruzan por $x = 0$ m se pueden deducir igualmente a la vista del **Grafico1**, **Tabla1** y **Animación1** siendo estos valores:

- **$x_A = 0$ cuando $t = 2,0$ s**
- **$x_B = 0$ cuando $t = 0,5$ s**

Ambos movimientos son uniformes no acelerados teniendo en cuenta que el objeto **x_A** se mueve con **velocidad negativa** (-2,0 m/s) y el **x_B** con **velocidad positiva** (4,0 m/s)

Actividad de Ampliación:

Una vez que hemos realizado la simulación de los movimientos es importante generalizar el problema y ampliar las posibilidades del modelo.

- Escribir las ecuaciones de posición de las partículas A y B en forma general.

$$x_A = x_{0A} + v_{0A} t + a_A t^2/2 \quad \rightarrow \quad x_A = x_{0A} + v_{0A} t + a_A t^2/2$$

$$x_B = x_{0B} + v_{0B} t + a_B t^2/2 \quad \rightarrow \quad x_B = x_{0B} + v_{0B} t + a_B t^2/2$$

- Al interpretar automáticamente se abre la ventana de condiciones iniciales donde se encontraran todos los parámetros y condiciones del movimiento. Para nuestro problema se tendría los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned} x_{0A} &= + 4,0 \\ v_{0A} &= - 2,0 \\ a_A &= 0 \\ x_{0B} &= - 2,0 \\ v_{0B} &= + 4,0 \\ a_B &= 0 \end{aligned}$$

- Añadir varios casos en los que varíen los parámetros, por ejemplo modificar la aceleración y ver su efecto en la representación gráfica, animación y resultados.
- Cambiar las partículas por imágenes de autos.

Problema 2

Un proyectil se lanza horizontalmente desde un acantilado ubicado a 90,0 m de altura con una rapidez de 20,0 m/s.

- a) Representar la trayectoria del proyectil.
- b) Realizar los gráficos posición versus tiempo y velocidad versus tiempo, tanto para la componente horizontal como para la vertical.
- c) Determine el instante de tiempo en que el proyectil choca contra el piso.
- d) Determine el desplazamiento horizontal del proyectil al llegar al piso.

Problema 3

Simular el comportamiento de un objeto en caída libre y analizar las transformaciones de energía potencial en cinética. Graficar energía cinética, potencial y mecánica en función del tiempo.